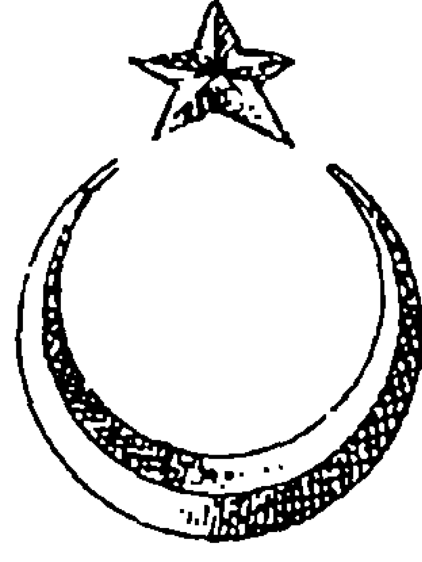
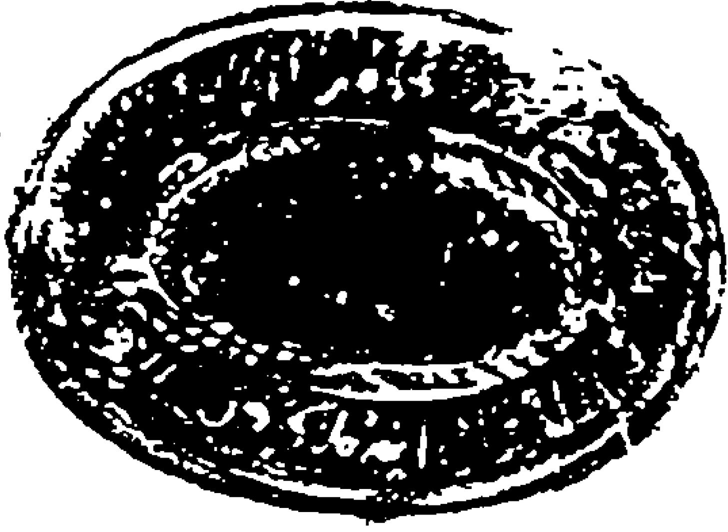








دروس

مقاومة المواد



الجارى تدريسها لتلامذة السنة الثالثة مهندسين ومعماريين من مدرسة المهندسخانه الخديويه

بمعرفة

حضرة احمد بك ذهنى

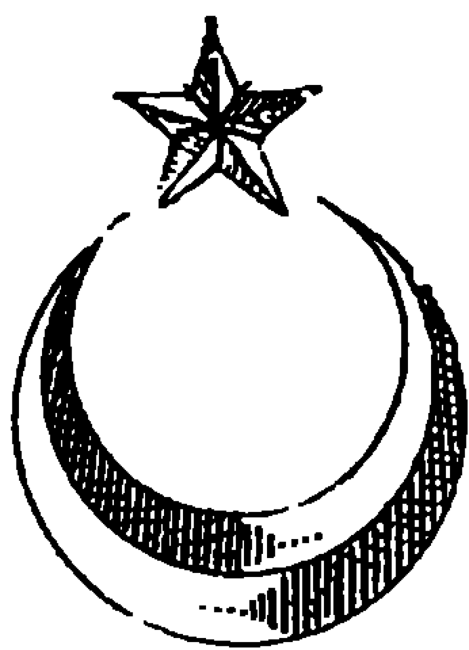
ناظر المدرسة

على حسب الجداول التفصيلية للعلوم الجارى تدريسها بمدرسة المهندسخانه الخديويه الصادر عليها قرار نظارة المعارف العموميه فى ٣٠ اغسطس سنة ١٨٩٤ المجعولة ذيلا لقانون المدرسة المذكورة المصدق عليه من مجلس النظار فى ٨ يونيه سنة ١٨٩٤

﴿ طبع ﴾

﴿ بمدرسة المهندسخانه الخديويه بسراى درب الجماميز ﴾

﴿ سنة ١٨٩٧ افرنكية ﴾



بسم الله الرحمن الرحيم

ميكانيكا تطبيقية

مقاومة المواد

تطبيق حسابات المقاومة على القناطر الخشبية والمعدنية

مقدمة – الحمل العارضى فى الممرات الخشبية المعدة لمرور المشاة فقط يعتبر ٣٠٠ كيلوجرام على المتر المربع

واما الحمل المستديم فانه يحسب بناء على الاحمال الثابتة المحملة على العتب

ثم يحسب بناء على الحمل المستديم والحمل العارضى المذكورين مقدار الحمل الموزع بانتظام على المتر الطولى من الاعتاب والقطع الحاملة ويحسب بعد ذلك عزم الانحناء كما سيأتى وهذا فى حالة ما يكون الممر مركبا من فتحة واحدة واما اذا كان مركبا من عدة فتحات فيحسب الحمل الموزع بانتظام على المتر الطولى من العتب بالنسبة لكل من الحمل المستديم والحمل العارضى على الانفراد ثم تحسب عزم الانحناء بالنسبة لكل منهما كما سيأتى

واثقال عربات الاحمال المعتبرة فى حسابات قناطر الطرق هى

طونولاتة عدد		
٦	للعربة ذات العجلتين	عربات خفيفة
٨	للعربة ذات الاربع عجلات	عربات خفيفة
١١	للعربة ذات العجلتين	عربات ثقيلة
١٦	للعربة ذات الاربع عجلات	عربات ثقيلة

وفى العربات ذات الاربع عجلات يعتبر البعد بين الدنجلين ٣ر٠٠ متر اذا كانت العربة ثقيلة و ١ر٥٠ متر

اذا

اذا كانت خفيفة

وأما الحمل العارضي على تورو توارات القناطر على العموم سواء كانت قناطر طرق أو سكك حديد فأنه يعتبر ٣٠٠ كيلوجرام بالنسبة للمتر المربع

واثقال وابورات السكة الحديد مع عربات الذخائر والمواليها المستعملة في حسابات القناطر المعدة للسكك الحديد هي في المتوسط كما يأتي

	طول متر	عدد طونولاتة
الوابور بدون عربة الذخائر	٩	٤٢
عربة الذخائر	٦٫٥	٣٠
	١٥٫٥	٧٢

ويحسب الأعتاب المعدنية الطولية المعدة لحمل سكة حديد باعتبار حمل عارضي موزع بانتظام على المتر الطولى من السكة الحديد الواحدة أي من الشريط الواحد بالنسبة لمقدار فتحة القنطرة من الجدول الآتي

فتحة القنطرة	الحمل العارضي الموزع بانتظام على المتر الطولى من الشريط الواحد	فتحة القنطرة	الحمل العارضي الموزع بانتظام على المتر الطولى من الشريط الواحد	فتحة القنطرة	الحمل العارضي الموزع بانتظام على المتر الطولى من الشريط الواحد	فتحة القنطرة	الحمل العارضي الموزع بانتظام على المتر الطولى من الشريط الواحد
متر	كيلوجرام	متر	كيلوجرام	متر	كيلوجرام	متر	كيلوجرام
٢	١٢٠٠٠	١٠	٧٣٠٠	١٨	٥٢٠٠	٥٠	٣٩٠٠
٣	١٠٥٠٠	١١	٦٩٠٠	١٩	٥١٠٠	٥٥	٣٨٠٠
٤	١٠٢٠٠	١٢	٦٥٠٠	٢٠	٤٩٠٠	٦٠	٣٧٠٠
٥	٩٨٠٠	١٣	٦٢٠٠	٢٥	٤٥٠٠	٧٠	٣٥٠٠
٦	٩٥٠٠	١٤	٥٩٠٠	٣٠	٤٣٠٠	٨٠	٣٤٠٠
٧	٨٩٠٠	١٥	٥٧٠٠	٣٥	٤٢٠٠	٩٠	٣٣٠٠
٨	٨٤٠٠	١٦	٥٥٠٠	٤٠	٤١٠٠	١٠٠	٣٢٠٠
٩	٧٨٠٠	١٧	٥٤٠٠	٤٥	٤٠٠٠	١٢٥	٣١٠٠
						من ١٥٠ فما فوق	٣٠٠٠

والنقل المستديم المتوسط مقدرا بالكيلوجرامات بالنسبة للمتر الطولى من القناطر المعدنية التي من الصاج لكاملة لسكك حديد يتعين من القانونين الآتيين

$$ث = ٥١\sqrt{\overline{٥٠}^{٢} + (س+٢٨)^{٢}} - ٢٤٢٠ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (١)$$

$$ث = ٩٢٫٨٢\sqrt{\overline{٥٠}^{٢} + ((س+٨))^{٢}} - ٤٤٠٤ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (٢)$$

فقانون (١) يستعمل للقناطر الحاملة لسكة حديد واحدة

وقانون (٢) يستعمل للقناطر الحاملة لسكتي حديد

وثقل المتر المربع من القناطر الصاج الحاملة لسكة حديد يتعين من القانون

$$ث = ١١٫٥٩\sqrt{\overline{٥٠}^{٢} + (س+٢٨)^{٢}} - ٥٥٠ \quad \ldots\ldots \quad (٣)$$

وهذا القانون يتحصل من القانون الأول بقسمة الطرف الثاني على ٤٫٤ متر الذي هو عرض القنطرة الحاملة لسكة حديد واحدة ويتحصل من القانون الثاني بقسمة الطرف الثاني منه على ٨ متر الذي هو عرض قنطرة حاملة لسكتي حديد

وثقل المتر المربع من القناطر الصاج الحاملة لطريق معتاد يتعين من القانون

$$ث = ٨٫٥\sqrt{\overline{٥٠}^{٢} + (س+٢٠)^{٢}} - ٣٧٥ \quad \ldots\ldots \quad (٤)$$

وإذا كانت القنطرة من الزهر وحاملة لطريق معتاد يتعين ثقل المتر المربع منها من القانون

$$ث = ٩٫٢\sqrt{\overline{٥٠}^{٢} + (س+٣٠)^{٢}} - ٤١٠ \quad \ldots\ldots \quad (٥)$$

وفي هذه الخمسة قوانين س رمز لفتحة القنطرة أو لفتحة العين الواحدة والأثقال الناتجة منها تختص بالأجزاء المعدنية فقط بدون الدكة والعقود التي تلزم للعرشة

وبالجملة فإنه يمكن استعمال الجدول الآتي عوضاً عن القوانين السابقة

فتحة القنطرة متر	قناطر من الصاج لحمل السكك الحديدية: ثقل المتر الطولي بالكيلوجرام بالنسبة لسكة حديد واحدة	قناطر من الصاج لحمل السكك الحديدية: ثقل المتر الطولي بالكيلوجرام بالنسبة لسكتي حديد	قناطر من الصاج لحمل السكك الحديدية: ثقل المتر المربع بالكيلوجرام	قناطر لحمل طريق معتاد: ثقل المتر المربع بالكيلوجرام من الصاج	قناطر لحمل طريق معتاد: ثقل المتر المربع بالكيلوجرام من الزهر
٥	٦٣٠	١١٥٦	١٤٤	١٠٠	١٥١
١٠	٧٨٣	١٤٢٥	١٧٨	١٢١	١٧٩
١٥	٩٤٣	١٧١٦	٢١٤	١٤٤	٢٠٩
٢٠	١١١٥	٢٠٢٩	٢٥٣	١٦٩	٢٤٠
٢٥	١٢٩٥	٢٣٥٣	٢٩٤	١٩٣	٢٧٤
٣٠	١٤٨٥	٢٧٠٣	٣٣٧	٢٢٦	٣٠٨
٣٥	١٦٨٠	٣٠٥٨	٣٨٢	٢٥٧	٣٤٤
٤٠	١٨٨٤	٣٤٢٩	٤٢٨	٢٨٩	٣٨١
٤٥	٢٠٩١	٣٨٠٦	٤٧٥	٣٢٢	٤١٩
٥٠	٢٣٠٥	٤١٩٥	٥٢٤	٣٥٦	٤٥٨
٥٥	٢٥٢٢	٤٥٩٠	٥٧٣	٣٩١	٤٩٧
٦٠	٢٧٤١	٤٩٨٩	٦٢٣	٤٢٧	٥٣٧
٦٥	٢٩٦٦	٥٣٨٨	٦٧٤	٤٦٣	٥٧٨
٧٠	٣٢٩١	٥٨٠٨	٧٢٥	٥٠٠	٦١٨
٧٥	٣٤٢٠	٦٢٢٤	٧٧٧	٥٣٧	٦٦٠
٨٠	٣٦٤٩	٦٦٤١	٨٢٩	٥٧٥	٧٠٢
٨٥	٣٨٨٢	٧٠٦٣	٨٨٢	٦١٣	٧٤٤
٩٠	٤١١٦	٧٤٩١	٩٣٥	٦٥٢	٧٨٦
٩٥	٤٣٥٠	٧٩١٣	٩٨٩	٦٩١	٨٢٨
١٠٠	٤٥٨٨	٨٣٥٠	١٠٤٣	٧٥٠	٨٧١
١٠٥	٤٨٢٦	٨٧٨٣	١٠٩٧	٧٦٩	٩١٤
١١٠	٥٠٦٥	٩٢١٨	١١٥١	٨٠٩	٩٥٨
١١٥	٥٣٠٦	٩٦٥٣	١٢٠٦		

تابع الجدول السابق

فتحة القنطرة	قناطر من الصاج لحمل السكك الحديديه			فتحة القنطرة	قناطر من الصاج لحمل السكك الحديديه		
	ثقل المتر الطولي بالكيلوجرام		[illegible] بالكيلوجرام		ثقل المتر الطولي بالكيلوجرام		[illegible] بالكيلوجرام
متر	بالنسبة لسكة حديد واحده	بالنسبة لسكتي حديد		متر	بالنسبة لسكة حديد واحده	بالنسبة لسكتي حديد	
١٢٠	٥٥٤٧	١٠٠٩٥	١٢٦٢	١٤٥	٦٧٦٤	١٢٣١٠	١٥٣٧
١٢٥	٥٧٨٩	١٠٥٣٦	١٣١٦	١٥٠	٧٠٠٩	١٢٧٥٦	١٥٩٣
١٣٠	٦٠٣١	١٠٩٧٦	١٣٧١	١٥٥	٧٢٥٥	١٣٢٠٤	١٦٤٩
١٣٥	٦٢٧٦	١١٤٢٢	١٤٢٦	١٦٠	٧٥٠١	١٣٦٥٢	١٧٠٥
١٤٠	٦٥١٩	١١٨٦٤	١٤٨١				

وهاك جدولا يشتمل على ابعاد بعض حدايد على شكل ضعف حرف T اعني على شكل I ماخوذ من اطالس بعض الفابريقات

نمرة الحدايد	ابعاد الحدايد بالسنتيمتر				[illegible]	ثقل المتر الطولي بالكيلوجرام	القوة الثقلية وهي عبارة عن مجموع الاحمال الواقعة في وسط العتب مضروبا في طول العتب مقدرة بالكيلوجرام
	الارتفاع	الرؤوس الافقية		سمك [illegible]			
		العرض	السمك				
١	١٠	٤٫٣	٠٫٨٥	٠٫٥٠	١١٫٥٠	٩٫٠٠	٨٥٢
٢	١٢	٤٫٥٠	٠٫٧٠	٠٫٧٠	١٣٫٧٠	١١٫٠٠	١٠٨٤
٣	١٤	٤٫٧٠	٠٫٧٥	٠٫٦٤	١٥٫١٠	١٢٫٠٠	١٤٢٠
٤	١٤	٨٫٠٠	١٫٠٥	٠٫٨٥	٢٦٫٩٠	٢١٫٥٠	٢٨٢٨
٥	١٦	٤٫٨٠	٠٫٧٠	٠٫٩٠	١٩٫٩٠	١٥٫٠٠	١٨٨٠
٦	١٦	٨٫٠٠	١٫٠٥	٠٫٨٥	٢٨٫٦٠	٢٣٫٠٠	٣٣٩٢
٧	١٦	١٢٫٠٠	١٫٢٧	١٫٠٤	٤٤٫٥٠	٣٥٫٥٠	٥٦٨٤
٨	١٨	٥٫٥٠	١٫٠٠	٠٫٩٠	٢٥٫٤٠	٢٠٫٠٠	٢٩٤٠
٩	١٨	١٠٫٠٠	١٫٣٥	٠٫٩٠	٤٠٫٨٠	٣٢٫٥٠	٥٧١٦
١٠	٢٠	١١٫٠٠	١٫٣٥	١٫٠٠	٤٧٫٠٠	٣٨٫٠٠	٧٢٤٤
١١	٢٢	٦٫٤	١٫١٥	٠٫٩٠	٣٢٫٥٠	٢٦٫٠٠	٤٧٤٤
١٢	٢٤	١٠٫١٥	١٫٣٦	١٫١٥	٥١٫٩٠	٤٢٫٠٠	٨٩٥٢
١٣	٢٥	١٣٫٠٠	١٫٦٠	١٫٣٠	٦٩٫٩٠	٥٦٫٠٠	١٣١٠٨
١٤	٢٦	١٣٫٠٠	١٫٣٨	١٫٢٠	٦٣٫٨٠	٥١٫٠٠	١٢٣٦٤
١٥	٣٠	١٤٫٨٠	٢٫٠٧	١٫٥٠	١٠٠٫١٠	٨٠٫٠٠	٢٢٦١٢
١٦	٤٠	١٤٫٢٠	٢٫٠٠	١٫٥٥	١١٢٫٦٠	٩٠٫٠٠	٣١٨٦٠
١٧	٥٠	١٦٫٠٠	٣٫٨٠	٢٫٠٠	٢٠٦٫٠٠	١٦٥٫٠٠	٧٤٦٢٨

ولبيان القوة العملية لعتب ما على شكل I نفرض عتبا من هذا القبيل طوله ٨٫٠٠ متر وثقل المتر الطولي منه ٨٠٫٠٠ كيلوجرام وحاملا بحمل موزع بانتظام على المتر الطولي بمقدار ٣٠٠٫٠٠ كيلوجرام

وحاملا أيضا حملا اضافيا في وسطه قدره ١٠٠٠ كيلوجرام

وحاملا أيضا على بعد ٢٫٠٠ متر من احدى نقطتي الارتكاز حملا قدره ٦٠٠ كيلوجرام

ثم يقال أن ثقل العتب بأكمله يساوي ٨٠ × ٨ = ٦٤٠ كيلوجرام

ونصفه يحمل في وسط العتب أعني ٣٢٠ ،،

والحمل الموزع بانتظام بالنسبة للعتب بتمامه يساوي ٨ × ٣٠٠ = ٢٤٠٠ ك ج ونصفه يحمل وسط العتب أعني ١٢٠٠

والثقل الموضوع في وسط العتب يساوي ١٠٠٠

والثقل ٦٠٠ كيلوجرام الموضوع على بعد ٢٫٠٠ متر من احدى نقطتي الارتكاز يحمل في الوسط قدره (٦٠٠ × ١٫٢٠) / ٤ = ١٨٠

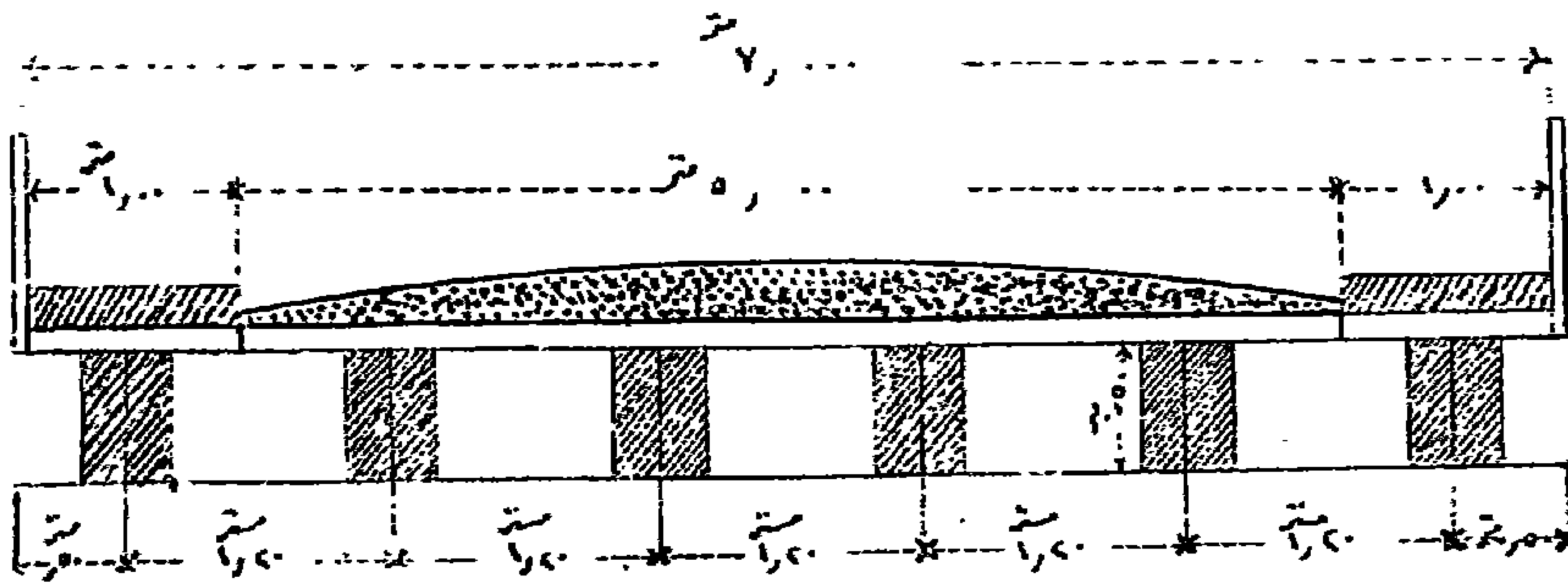
فيكون مقدار مجموع الاحمال المحملة في وسط العتب هو ٢٧٠٠

ويضرب هذا المقدار في طول العتب وهو ٨٫٠٠ متر يكون الحاصل وهو ٢١٦٠٠ كيلوجرام هو القوة العملية للعتب المفروض

وحينئذ يكون العتب المذكور هو العتب المقابل لنمرة ١٥ تقريبا حيث ان ٢١٦٠٠ كيلوجرام يقرب من المقدار ٢٢٦١٢ الجدولي

في حساب قنطرة خشبية

نفرض أن مقدار فتحة قنطرة خشبية ثمانية أمتار وعرضها سبعة أمتار وتتركب من ستة أعتاب أصلية ارتفاع كل منها ٠٫٦٠ متر والبعد الكائن بينها من محور الى آخر يساوي ١٫٢٠ متر كما هو موضح في شكل ١ وأن القنطرة المذكورة معدة لمرور طريق معتاد والمطلوب حساب عرض كل من الأعتاب المذكورة



لذلك يبتدأ أولا بتعيين ما يخص المتر الطولي من كل عتب من الاعتاب المذكورة من الحمل المستديم الموزع بانتظام وحينئذ فيبحث عن سطح الجزء المحصور بين محوري عتبين حيثما اتفق فيكون ٩٫٦٠ متر ثم يضرب هذا العدد في السمك المتوسط لدكة الطريق والتور توارين (ش ١) وليكن ٠٫٢٥ متر فيكون الناتج وهو ٢٫٤٠ متر مكعب وحيث أن ثقل المتر المكعب من الدكة المذكورة يساوي ٢٠٠٠ كيلوجرام تقريبا فيكون ثقل الدكة المحصورة بين عتبين متتاليين هو ٤٨٠٠ كيلوجرام ويكون حينئذ مقدار الحمل المستديم الموزع بانتظام على المتر الطولي من العتب هو ٦٠٠ كيلوجرام ومن حيث أن الطريق معد لمرور العربات وكان ثقل أثقل عربة يساوي ١٦ طونولاتة أعني ١٦٠٠٠ كيلوجرام والبعد الكائن بين دنجلي العربة الواحدة يساوي ٣٫٠٠ متر فحينئذ

فحينئذ يخص المتر الطولى ٥٣٣٣ر كيلوجرام وحيث انه يمكن مرور عربتين مجاورتين لبعضهما فيكون الثقل على المتر الطولى هو ١٠٦٦٦ كيلوجرام وكان هذا الثقل موزعا على اربعة أعتاب كما هو مشاهد من الشكل فيكون مقدار ما يخص المتر الطولى من العتب الواحد بالنسبة للحمل العارضى الموزع بانتظام هو ٢٦٦٦ كيلوجرام تقريبا ويمكن اعتبار هذا الحمل للسهولة ٢٠٠٠ كيلوجرام فقط

وحينئذ فيمكن حساب عرض كل من الاعتاب المتوسطة المذكورة بناء على أن الحمل الموزع بانتظام على طول كل عتب هو مجموع الحملين المستديم والعارضى حيث أن القنطرة ذات فتحة واحدة وعليه فيكون مقدار الحمل الداخل فى الحساب هو ٢٦٠٠ كيلوجرام بالنسبة للمتر الطولى من العتب

ومع ملاحظة اعتبار الاعتاب مرتكزة بنهايتيها فقط فأنه من معادلة

ع = ١/٨ ده ل²

التى فيها ع رمز لعزم الانحناء الاعظم ما يكون ، ده لمقدار الثقل الموزع بانتظام على المتر الطولى ، ل رمز لطول العتب يحسب مقدار ع فيكون ع = ٢٠٨٠٠

ثم بوضع مقدار ع هذا فى معادلة

ع = ٢م ك / هـ

التى فيها م = ٨ × ١٠⁵ بالنسبة للخشب ، هـ = ٦٠ر متر ، ك رمز لعزم قصور قطاع العتب الذى هو هنا مستطيلى كما فى شكل ٢ فيكون

ب

هـ

ش ٢

٢٠٨٠٠ = ٢ × ٨ × ١٠⁵ × ك / ٦٠ر = ١٦ × ١٠⁶ × ك / ٦٠

ومنها ك = ٢٠٨٠٠ × ٦ / ١٦ × ١٠⁶ = ٠٠٧٨ر٠

وحيث أن ك = ١/١٢ ب هـ³ = ٢١٦ر / ١٢ ب

فيكون ب = ٠٠٧٨ر × ١٢ / ٢١٦ر = ٧٨ر × ١٢ / ٢١٦ أو

ب = ٤٣ر متر

وهذا المقدار الأخير هو بالنسبة للاربعة اعتاب المتوسطة كما ذكر اعنى عرض كل منها يساوى ٤٣ر متر وأما بالنسبة لكل من العتبتين المتطرفين فيكون العرض اقل من ذلك حيث ان كلا منهما حامل للتوروتوارات فقط تقريبا وحيث أن الحمل العارضى على التوروتوارات هو ٣٠٠ كيلوجرام على المتر المربع فيكون الحمل الكلى الموزع بانتظام بالنسبة للمتر الطولى هو لكل من العتبتين المتطرفين المذكورين هو ٩٠٠ كيلوجرام أو لزيادة الأمنية ١٠٠٠ كيلوجرام حيث أن السعة المحمولة تساوى ١٠ر١ متر وحينئذ يكون

ع = ١/٨ ده ل² = ٨٠٠٠

أو ٨٠٠٠ = ٢ × ٨ × ١٠⁵ × ك / ٦ر = ١٦ × ١٠⁶ / ٦ × ك

ك = ٨٠٠٠ × ٦ / ١٦ × ١٠⁶ = ٠٠٣ر٠ وعليه يكون

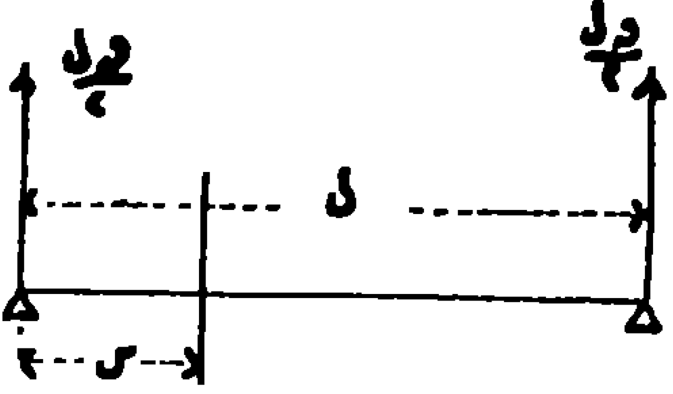
٠٠٣ر٠ = ١/١٢ ب هـ³ = ٢١٦ر / ١٢ ب أو

$س = \frac{١٢ \times ٠٠٣ر٠}{٢١٦ر٠} = \frac{٣٦}{٢١٦} = ١٧ر٠$ متر

أعني عرض كل من العتبتين المتطرفتين يساوي ١٧ر٠ متر

ومن حيث أن عزم الانحناء في اي نقطة متباعدة عن احدى نقطتي الارتكاز بالبعد س (شكل ٣) يعلم من المعادلة

$ع = \frac{ود ل}{٢} س - \frac{ود س^٢}{٢}$



وكان الحمل القاطع هو المشتقة برتبة أولى لعزم الانحناء فاذا ورمز له بحرف ح يكون

$ح = \frac{ود ل}{٢} - ود س = ود (\frac{ل}{٢} - س)$

ومن هذه المعادلة يرى أن اعظم مقدار للحمل القاطع يكون في نقطتي الارتكاز ومقداره $\frac{ود ل}{٢}$

ش ٣

وحينئذ يلزم أن يكون قطاع أحد الاعتاب المتوسطة محققا للحمل القاطع وكذلك قطاع أحد العتبتين المتطرفتين وحيث ان قطاع أحد الاعتاب المتوسطة يساوي ٦٠٠ر٠ متر × ٤٣٠ر٠ متر = ٠٠٠ ٢٥٨ مليمتر مربع وكان معامل مقاومة الخشب يساوي ٨ر٠ كيلوجرام بالنسبة للمليمتر المربع فيكون مقاومة القطاع المذكور مساوية الى ٤٠٠ ٢٠٦ كيلوجرام وهي اكبر كثير عن مقدار الحمل القاطع وهو $\frac{ود ل}{٢}$ = ١٠٤٠٠ كيلوجرام

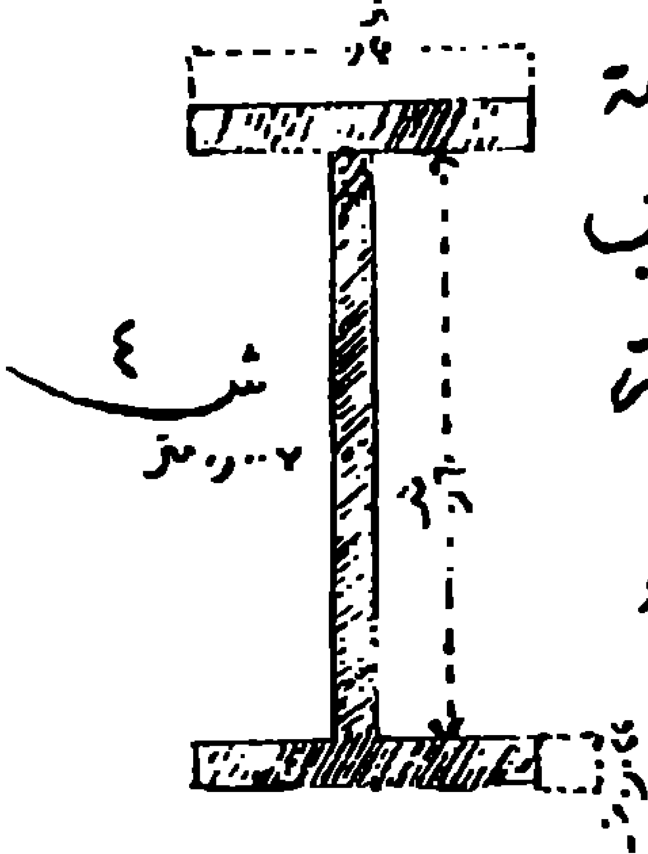
وكذا بالنسبة لاحد العتبتين المتطرفتين فأن مقدار القطاع لأحدهما هو

٦٠٠ر٠ متر × ١٧٠ر٠ متر = ٠٠٠ ١٠٢ مليمتر مربع ويقاوم الى ٦٠٠ ٨١ كيلوجرام وهذا المقدار أكبر كثير ايضا عن الحمل القاطع بالنسبة للعتب المتطرف وهو $\frac{ود ل}{٢}$ = ٤٠٠٠ كيلوجرام

ويفهم من ذلك ان قطاعات جميع الاعتاب محققة وزيادة للحمل القاطع وعليه فتكون موافقة لحل المسألة وقد قطع النظر في الحساب عن ثقل العتب حيث أنه قليل بجانب كل من الحمل المستديم والحمل العارضي

في حساب قنطرة من الحديد ذات فتحة واحدة

باعتبار أن القنطرة المذكورة تتركب من عتبتين اصليتين فقط من الحديد على شكل ضعف حرف T فحسابها يرجع الى حساب أحد العتبتين المذكورين فاذا فرض مثلا أن طول أحد العتبتين ٠٠ر٦ متر وارتفاعه ٦٠ر٠ متر وان سمك البدن أو الروح يساوي ٠٠٧ر٠ متر وأن عرض كل من الرأسين يساوي ٢٠ر٠ متر كما في شكل ٤ وكان المطلوب حساب سمك كل من الرأسين المذكورين بعد معلومية ان معامل مقاومة الحديد = ٦ كيلوجرام على المليمتر المربع وأن الحمل الثابت بالنسبة للمتر الطولي من العتب يساوي ١٢٠٠ كيلوجرام بما فيه ثقله بالتقريب وأن الحمل العارضي بالنسبة للمتر الطولي هو ٩٠٠ كيلوجرام



ش ٤

مثلا يقال أنه في هذه الحالة يكون الحمل الكلي منه بالنسبة للمتر الطولي هو ٢١٠٠ ك ج وبالنسبة للعتب بتمامه هو ١٢٦٠٠ كيلوجرام

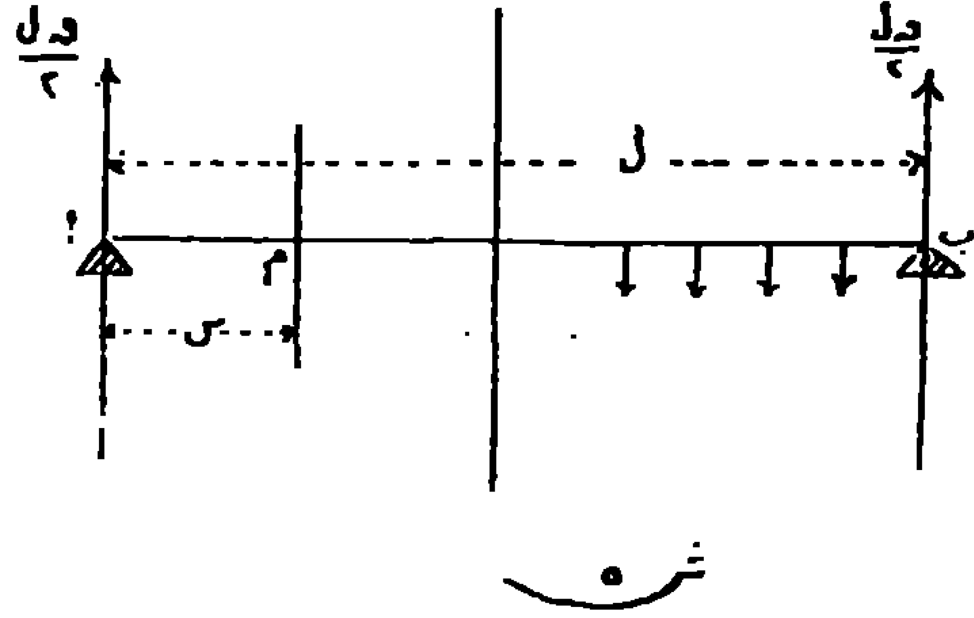
وحيث ان القوة القاطعة تكون اعظم ما يكن على نقطتي الارتكاز فتكون مساوية لنصف الحمل الكلي

أعني مساوية الى ٦٣٠٠ كيلوجرام

وعزم الانثناء ع في نقطة مثل م شكل ٥ متباعدة عن نقطة ا بالبعد س يكون معينا بالمعادلة

$$ع = \frac{ق ل}{٢} س - \frac{ق س^{٢}}{٢} = \frac{ق س}{٢} (ل - س)$$

وهذا العزم يكون نهاية عظمى حينما يكون $س = \frac{١}{٢} ل$ أعني في وسط العتب



شكل ٥

وحينئذ على بعد ١٫٠٠ متر من نقطة ا يكون

ع = ٥٢٥٠ وعلى بعد ٢٫٠٠ متر يكون

ع = ٨٤٠٠ وعلى بعد ٣٫٠٠ متر يكون

ع = ٩٤٥٠

وهذه الثلاثة رأسيات كافية لرسم المنحنى المكافئ البياني للعزم وقطاع العتب يتعين بالقانون

$$م = \frac{ع ه}{٢ ح}$$

الذي يلزم ان يجعل فيه م = ٦٠٠٠٠٠٠ = ٦ × ١٠^٦ ، $\frac{ه}{٢}$ = ٠٫٣٠ ، ع = ٩٤٥٠ ومنها يحدث

$$ح = \frac{٩٤٥٠ \times ٠٫٣}{٦ \times ١٠^{٦}} = \frac{٩٤٥}{٢ \times ١٠^{٦}} = ٠٫٠٠٠٤٧٢٥$$

ولكن عزم قصور الروح هو تقريبا $\frac{١}{١٢} \times ٠٫٠٠٧ \times ٠٫٦^{٣}$ = ٠٫٠٠٠١٢٦ وحينئذ يكون عزم قصور مجموع الرأسين هو ٠٫٠٠٠٣٤٦٥

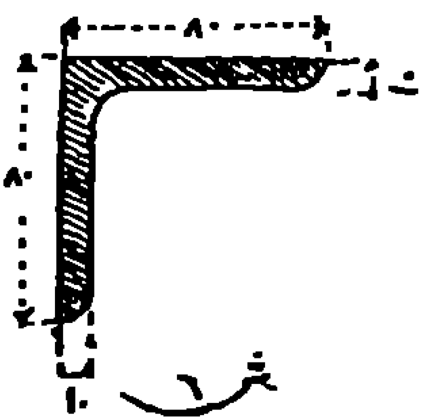
حينئذ اذا رمز بحرف س لسمك كل من الرأسين المذكورين يكون مساحة كل منها هو ٠٫٢ س وعزم قصورهما يكون

$٢ \times ٠٫٢ س \times ٠٫٣^{٢}$ = ٠٫٠١٠٨ س ومنها يحدث

$$س = \frac{٠٫٠٠٠٣٤٦٥}{٠٫٠١٠٨} = ٠٫٠٣٢ \text{ متر}$$

وحينئذ يكون سمك كل من الرأسين ٠٫٠٣٢ متر

فاذا اريد تركيب الرأسين المذكورين من زوايا وصفائح من الصاج المبرشم مع بعضه او المبرشم ايضا على البدن المكون من الصاج أيضا فيستعمل مثلا كما في شكل ٦ زوايا $\frac{٨٠ \times ٨٠}{١٠}$ وكل زاوية يكون سطحها ٠٫٠٠١٥ والجزء المتوسط لهذا السطح هو تقريبا على بعد ٠٫٢٥ متر من المحور العرضي للعتب بحيث يكون عزم قصور الاربعة زوايا مجتمعة مع بعضها هو



شكل ٦

$٤ \times ٠٫٠٠١٥ \times ٠٫٢٥^{٢}$ = ٠٫٠٠٠٠٩٣٧٥

ولا يبقى سوى البحث في الرأسين عن عزم قصور يكون مساويا الى

(٠٫٠٠٠٣٤٦٥ − ٠٫٠٠٠٠٩٣٧٥) أعني مساويا الى

٠٫٠٠٠٢٥٥٥

وحينئذ يعين السمك س لكل من الرأسين من القانون

س = ٠,٠٠٠٢٥٢٥٥ / ٠,٠١٠٨ = ٠,٠٢٤ متر

وحينئذ فيمكن ان تكون كل رأس من لوحين من الصاج سمك كل منهما ٠,٠١٢ متر ومن ثلاثة الواح سمك كل منها ٠,٠٠٨ متر كما في شكل ٧

ومزية تكوين العتب من الواح من الصاج ومن زوايا هي عدم الاضطرار الى مد الواح الرأس بطول العتب بتمامه وحيث أن عزم الانثناء آخذ في النقص ابتداء من سط العتب لغاية نهايتيه اللتين ينعدم فيهما فينبغي تقصير الواح الرأسين على التوالي من الوسط الى حد معين و هاك بيان ذلك

أن الروح والزوايا واللوح الأول الذي سمكه ٠,٠٠٨ متر ينتج عنها معا عزم قصور

٠,٠٠٠١٢٦ + ٠,٠٠٠٠٩٣٧٥ + ٠,٠٠٠٠٨٤١٨ = ٠,٠٠٠٣٠٣٩٣

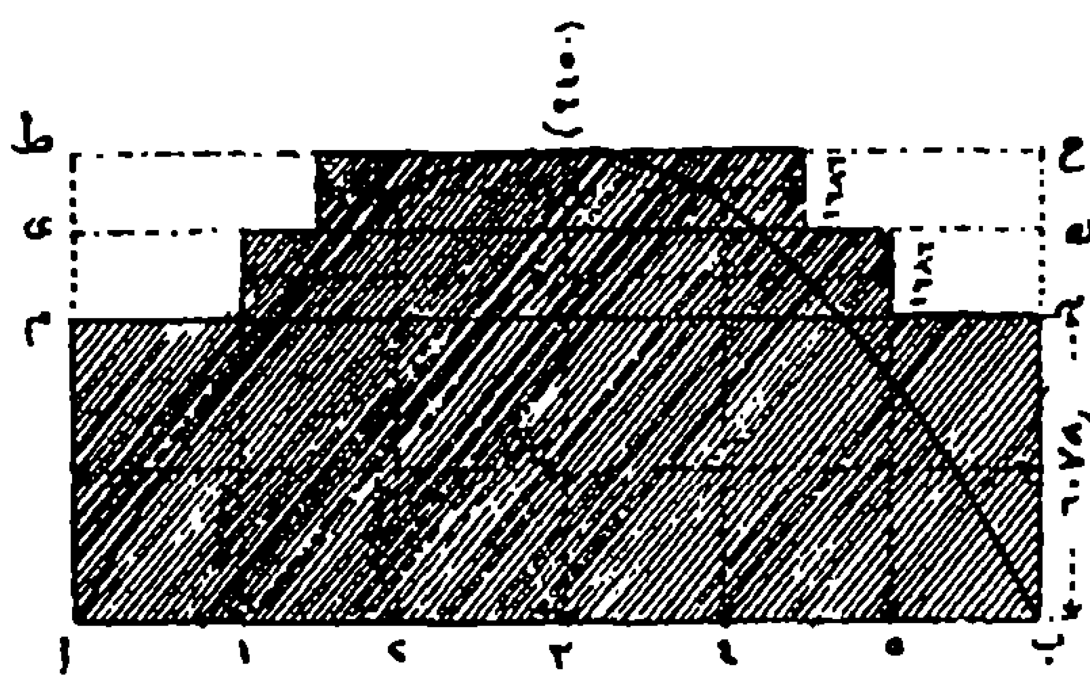
وعزم القصور هذا كاف لان يتزن مع عزم انثناء ع = ٢م ك / هـ = ٦٠٧٨

ولنفرض أن الروح والزوايا واللوح الأول تمتد بطول العتب بتمامه وعزم الانثناء المقابل لذلك يكون مبينا في كل نقطة بالرأسي للمستطيل ا م ن ب شكل ٨ الدال على العدد ٦٠٧٨ مقدرا بالمقياس

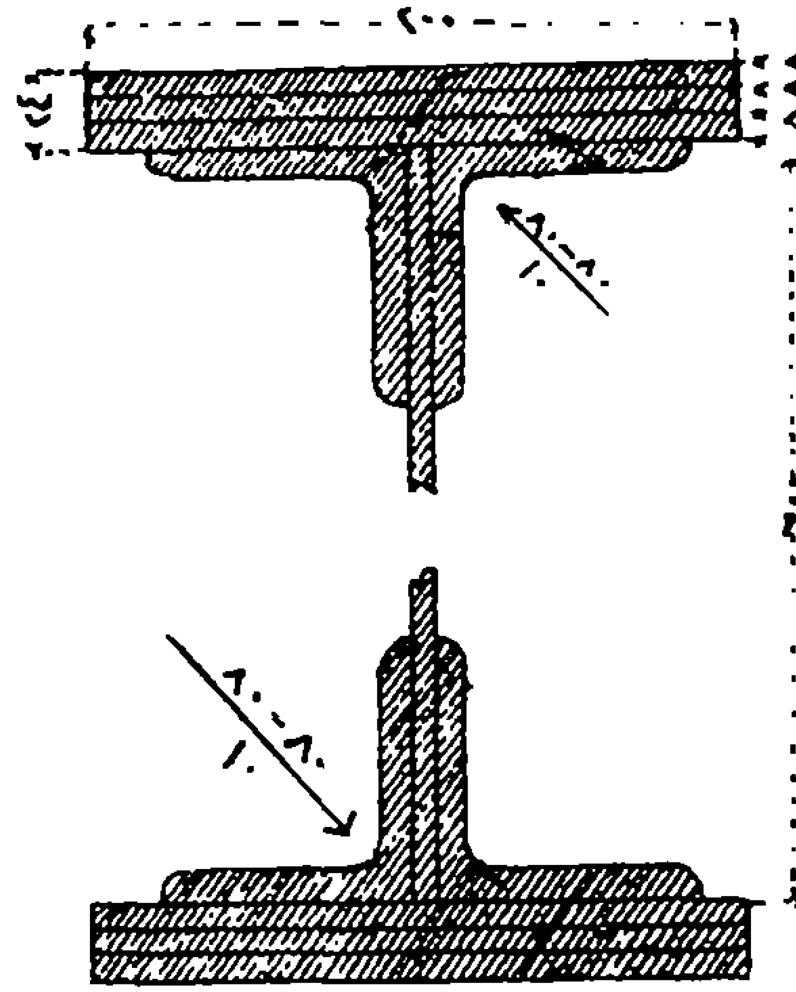
وحيث أن عزم قصور اللوح الثاني من الرأسين هو ٠,٠٠٠٠٨٤١٨ ويقابل لعزم انثناء

ع = ٢م ك / هـ = ١٦٨٦

الذي بتقديره بالمقياس يكون مبينا بالمستطيل م ن ك ى وبالمثل يكون اللوح الثالث مقابلا لعزم انثناء مبين بالمستطيل ى ك ح ط المساوي للأول فاذا مدت الثلاث الواح بطول العتب بتمامه فأنه يمكن ان يقاوم في كل قطاع عزم كسر مقدرا بالرأسي الثابت للمستطيل ا ط ح ب لكن لايحتاج الأمر لوجود هذه الزيادة من القوة حيث يكفي أن العتب يلزم أن يقاوم عزم انثناء مقدر بالأحداثي الرأسي للقطع المكافئ وحينئذ فيمكن أن يحذف من المستطيل العمومي كل ما كان خارجا عن القطع المكافئ المذكور وفي الحقيقة لايلزم حذف جميع ما كان خارجا على التمام حيث أنه يقتضي قطع الالواح الصاج من اطرافها على الزاوية القائمة وليس بالانحراف مع تحديد الالواح على التوالي على بعد



ش ٨


ش ٧

قليل من القطع المكافئ وحينئذ في الحالة التي نحن بصددها يكون طول اللوح الابعد ما يكون ٣ر٠٠ متر والثاني ٤ر٠٠ متر وأما من جهة اللوح الأخير فانه يمتد بطول العتب بتمامه وكذلك الروح والزوايا

في حساب قنطرة من الحديد ذات أربعة فتحات

باعتبار أن القنطرة المذكورة تتركب من عتبين اصليين فقط من الحديد على شكل ضعف حرف T فحسابها يرجع الى حساب أحد العتبين المذكورين ولذلك يقال اذا كان المطلوب حساب عتب ذى أربع فتحات منها الفتحتان المتطرفتان سعة كل منهما ٤ر٠٠ مترا والفتحتان المتوسطتان سعة كل منهما ٥ر٠٠ مترا

بفرض أن الحمل العارضي الثابت مقداره ٢ر٠٠٠ كيلوجرام على المتر الطولى وأن الحمل العارضي المتحرك مقداره ٢ر٠٠٠ كيلوجرام بالنسبة للمتر الطولى كذلك فنرمز بالرموز ع، عَ، عً كما في شكل ٩ لعزم الانحناء على الأكتاف المتوسطة أى المحصورة بين الكتفين المتطرفين مع ملاحظة ان عزمي الانحناء على الكتفين المتطرفين معدومان ثم نطبق نظرية العزم المذكورة ونجعل فيها $ل_١ = ل_٤ = ٤٠$ متر ، $ل_٢ = ل_٣ = ٥٠$ متر

فأولا تأثير الحمل الثابت أى المستديم ـ ولنختبر ابتداء تأثير الحمل الثابت الموزع بانتظام على طول القنطرة وحينئذ يلزم أن يجعل في القوانين

$ث_١ = ث_٢ = ث_٣ = ث_٤ = ٢٠٠٠$ كيلوجرام

ش ٩

وحينئذ بتطبيق المعادلة العمومية التي هي

$$ع_{م-1}\, ل_م + 2ع_م\left(ل_م + ل_{م+1}\right) + ع_{م+1}\, ل_{م+1} = -\tfrac{1}{4}\, ث_م\, ل_م^3 - \tfrac{1}{4}\, ث_{م+1}\, ل_{م+1}^3$$

على عتب ذى اربع فتحات تنتج الثلاث معادلات الآتيه

$$2ع\,(40 + 50) + عَ \times 50 = -\tfrac{1}{4} \times 2000\,(40^3 + 50^3) \quad و$$

$$ع \times 50 + 2عَ\,(50 + 50) + عً \times 50 = -\tfrac{1}{4} \times 2000\,(50^3 + 50^3) \quad و$$

$$عَ \times 50 + 2عً\,(50 + 40) = -\tfrac{1}{4} \times 2000\,(50^3 + 40^3)$$

وبالتحليل مع الاختصار يحدث

$$18ع + 5عَ = -10000 \times 945 \quad و$$

$$ع + 4عَ + عً = -10000 \times 250 \quad و$$

$$5عَ + 18عً = -10000 \times 945$$

وحل هذه المعادلات الثلاث سهل حيث أنه يكفي استخراج ع، عً من المعادلة الأولى والثالثة بدلالة عَ ووضع مقدارهما في المعادلة الثانية واستخراج عَ منها لكن لاتباع الطريقة العمومية نضرب المعادلة الأخيرة في واحد والثانية في ى والأولى في ىَ ثم نجمع هذه المعادلات على بعضها طرفا بطرف فيحدث

$$ع\,(18ىَ + ى) + عَ\,(5ىَ + 4ى + 5) + عً\,(ى + 18) = -10000\,(945ىَ + 250ى + 945) \ldots\ldots (1)$$

ولأجل تعيين ى، ىَ نساوى كلا من معاملى ع، عً بصفر فيحدث

١٨ ىَ + ى = ٠ أو ى + ١٨ = ٠

ومنها يحدث   ى = ١٨- أو ىَ = ١

وبوضع مقدارى ى، ىَ فى معادلة (١) واجراء العمل ينتج مقدار عَ وبوضعه فى المعادلة الأولى والأخيرة من الجملة الأصلية ينتج مقدارا ع، عً وحينئذ يكون

ع = عً = - ٤٠٨٠٦٥ و

عَ = - ٤٢٠٩٦٥

ولنبحث الآن عن تعيين المنحنيات الدالة على عزم الانحناء فى كل فتحة من فتحات العتب كما فى اشكال ١٠ و١١ و١٢ و١٣ على التوالى ولأجل ذلك نقول أنه بالنسبة لفتحة نمرة ترتيبها فان العزم عس لقطاع س من هذه الفتحة - [التى فيها س محسوب من نقطة أصل الفتحة -] يبين بالقانون الآتى وهو

ع س = (ع (ل - س) + ع س)/ل + ½ ث س (ل - س) . . . . (٢)

الفتحة المتطرفة - بالنسبة للفتحة المتطرفة شكل ١٠ يلزم أن يجعل فى القانون المذكور

م-١ ع = ٠، ل = ٤٠، ع = عً = - ٤٠٨٠٦٥، ث = ٢٠٠٠ فيؤول الى

ع س = ٢٩٧٩٨ س - ١٠٠٠ س²

والقطع المكافئ المدلول عليه بهذه المعادلة يقطع محور السينات أعنى أن عزم الانحناء ينعدم بالنسبة لمقدارين س = ٠، س = ٢٩،٨٠ متر والماس الافقى يقابل بداهة للمقدار س = ٢٩،٨٠/٢ = ١٤،٩٠ متر ويكون المقدار المقابل لعزم الانحناء حينئذ مساويا الى ٢٢١٩٩٠٠ وهذه المعالم كافية لرسم القطع المكافئ البيانى بكيفية ضبط لعزم الانحناء التى تكون واحدة فى كل الفتحتين المتطرفتين ويرى أن عزم الانحناء ينعدم فى نقطة الأصل ويكون موجبا لغاية ٢٩،٨٠ متر وآخذا فى التزايد من الابتداء لغاية ١٤،٩٠ متر ثم يأخذ فى النقص بعد ذلك وينعدم على بعد ٢٩،٨٠ متر وبعد ذلك يصير سالبا ويأخذ فى التزايد بالاستمرار لغاية نقطة الارتكاز ويرى من ذلك أن قطاع العتب على بعد ٢٩،٨٠ متر من نقطة الأصل يلزم أن يكون معدوما نظريا ولكن على الأقل يلزم ان يكون كافيا لمقاومة الحمل القاطع

الفتحتان المتوسطتان - فى الفتحتين المتوسطتين شكل ١١ المنحنيان البيانيان لعزم الانحناء متحدان بسبب حصول التماثل ويكفى حساب أحدهما فقط وحينئذ يجعل فى قانون (٢)

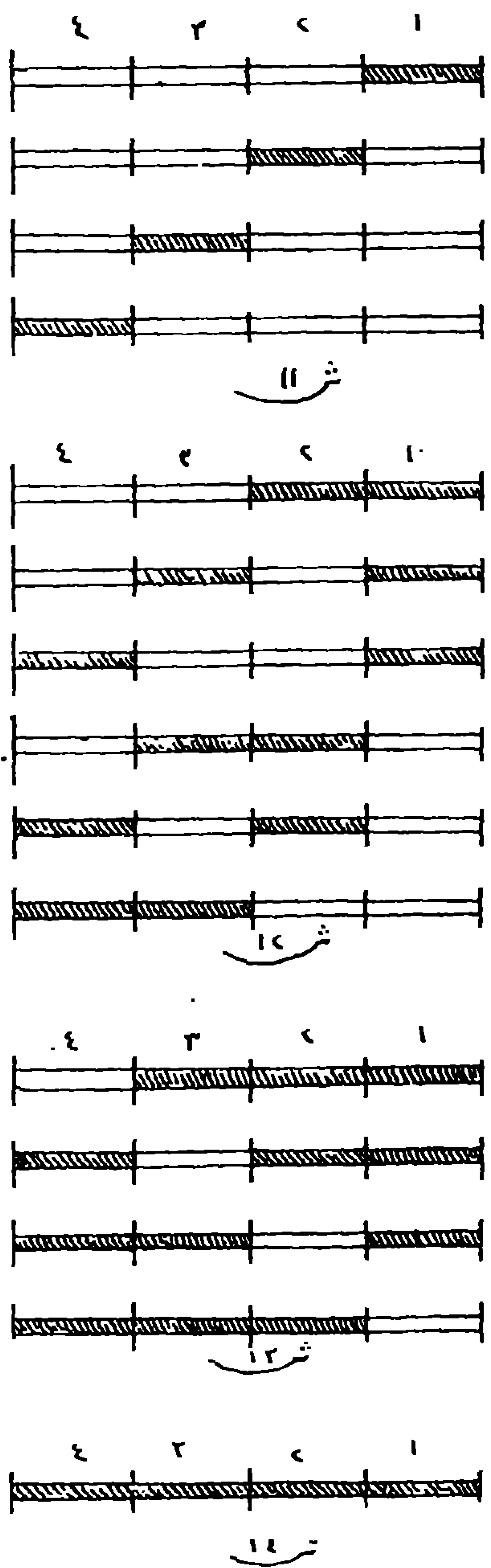
م-١ ع = ع = - ٤٠٨٠٦٥، ل = ٥٠، ع = - ٤٢٠٩٦٥، ث = ٢٠٠٠

فيؤول الى   ع س = - ٤٠٨٠٦٥ + ٤٩٧٤٢ س - ١٠٠٠ س²

والقطع المكافئ المدلول عليه بهذه المعادلة يتقطع محور السينات على جدى ١٠،٥٣ متر و ٣٨،٩٥ متر من أحد الكتفين والماس الافقى المقابل لعزم الانحناء الموجب الاعظم ما يمكن يقابل المتوسط العددى للعددين المذكورين أعنى يقابل العدد ٢٤،٧٤ متر وحينئذ يكون مقدار العزم المذكور هو ١٩١٤٧٧ وهذه المعالم كافية لرسم المنحنى المكافئ بالتمام كما هو مشاهد من شكل ١٠ وما اجريناه لغاية هنا من الحسابات هو بخصوص الحمل المستديم أى الثابت

وثانيا

وثانيا تأثير الحمل العارضى المتحرك - حيث أن الحمل العارضى هو ٢٠٠٠ كيلوجرام وأن الفتحة الواحدة يلزم ان تكون محملة بالكامل بخلاف الفتحات المتعددة فانها قد تكون محملة بالانفراد أومثنى أوثلاث أوالأربعة معا فيلزم معرفة كل قطاع من العتب بالنسبة لتوافيق الحمل الاعظم خطرا ولمعرفة عدد التوافيق المذكورة نقول أنه يمكن تحميل كل فتحة على حدتها وحينئذ ينتج عن ذلك أربعة توافيق كما فى شكل ١١ التى تؤول الى اثنين بسبب التماثل



ثم يلزم تحميل الفتحات مثنى فينتج التوافيق (١،٢)،(١،٣)،(١،٤)، (٢،٣)،(٢،٤)،(٣،٤) كما فى شكل ١٢ التى تؤول الى اربع حالات فقط حيث أن الحالتين الاخيرتين مكررتان

ثم يلزم تحميل الفتحات ثلاث فينتج التوافيق (١،٢،٣)،(١،٢،٤)، (١،٣،٤)،(٢،٣،٤) كما فى شكل ١٣ التى تؤول الى اثنين حيث أن الحالتين الاخيرة والأولى متحدتان والحالتين المتوسطتين هما متحدتان كذلك

ثم يلزم تحميل الفتحات جميعها معا فينتج عن ذلك توفيق واحد فقط كما فى شكل ١٤ وحينئذ فيحدث تسعة توافيق مختلفة ومن الصعب تكرار الحساب بالنسبة لكل منها والأحسن تسهيل العمل باستعمال الطريقة الرسمية لبعض الحالات فنعتبر ابتداء الحمل على فتحة واحدة تماما فينتج عندنا توفيقان كما ذكر فلحساب عزم الانحناء فيها يجرى العمل كما يأتى

التوفيق الأول - الحمل على الفتحة الأولى - حيث ان مقدار الحمل العارضى ٢٠٠٠ كيلوجرام فنستعمل نظرية العزم ونقطع النظر عن الحمل المستديم الذى سبق اختباره على حدته وحينئذ يلزم ان نجعل فى القانون $ح = ٢٠٠٠$ وكل من $ح_٢$، $ح_٣$، $ح_٤$ مساويا للصفر فتحدث الثلاث معادلات الآتية لعزم الانحناء $ع_١$، $ع'$، $ع''$ فى نقط الارتكاز وهى

$$٢ع_١ (٤٠+٥٠) + ع' \times ٥٠ = - \frac{١}{٤} ح_١ ل_١^٢ = - \frac{١}{٤} \times ٢٠٠٠ \times ٤٠^٢ \quad و$$

$$ع_١ \times ٥٠ + ٢ع' (٥٠+٥٠) + ع'' \times ٥٠ = ٠ \quad و$$

$$ع' \times ٥٠ + ٢ع'' (٥٠+٤٠) = ٠$$

ويستنتج من هذه الثلاث معادلات أن

$$ع_١ = -١٩٢١١٠٠ ، ع' = +٥١٦٢٠٠ ، ع'' = -١٤٣٣٥٠$$

ثم من قانون (٢) تحسب عزم الانحناء فى النقط المختلفة من كل فتحة كما تقدم وحينئذ يكون بالنسبة للفتحة الأولى

ع م-١ = ٠ ، ع م = -١٩٢١١٠ ، ل م = ٤٠ ، ق م = ٢٠٠٠

وبناء على هذه المعاليم فأن قانون (٢) يؤول بعد اجراء الحساب الى

ع س = ٣٥١٩٧ س - ١٠٠٠ س٢

وهذه المعادلة تدل على قطع مكافئ ينعدم الأحداثى الرأسى له بالنسبة الى س = ٠ ، س = ٣٥٫١٩ متر والمماس الافقى أو عزم الانحناء الموجب الاعظم ما يمكن يقابل النقطة التى فيها س = ٣٥٫١٩ / ٢ متر = ١٧٫٦٠ متر

ويكون ع س = ٢٩٩٧٠٧

وهذه النتائج كافية لرسم القطع المكافئ الموضح فى شكل ١٥

وبالنسبة للفتحة الثانية

ع م-١ = -١٩٢١١٠ ، ع م = ٥١٦١٠ ، ل م = ٥٠ ، ق م = ٠

وبناء على هذه المعاليم فأن قانون (٢) يؤول الى

ع س = -١٩٢١١٠ + ٤٨٧٦ س

وهذه المعادلة تدل على خط مستقيم يقطع محور السينات فى نقطة بعدها س = ٣٩٫٩٠ متر يمكن رسمه بالسهولة حيث أنه يكفى أن يوصل بين نهايتى العزمين ع ، عَ

وبالنسبة للفتحة الثالثة يقال

حيث أن المنحنى البيانى للعزم خط مستقيم أيضا فى هذه الفتحة وان هذا الخط هو الواصل بين نهايتى العزمين لنقطتى الارتكاز عَ ، عً فلا يلزم كتابة معادلته

وبالنسبة للفتحة الرابعة

فأن منحنى العزم هو المستقيم الواصل بين النهاية عً وبين مبدأ العتب

وما ذكرناه هو بخصوص جميع منحنيات العزم الناتجة من تحميل الفتحة الأولى بالحمل العارضى وأما المنحنيات الناتجة من تحميل الفتحة الرابعة فهى مساوية للمنحنيات السابقة ولكنها موضوعة بعكس المنحنيات المذكورة كما هو واضح من شكل ١٥

التوفيق الثانى - الحمل على الفتحة الثانية - حيث ان الحمل العارضى هو ٢٠٠٠ كيلوجرام فنستعمل ايضا نظرية العزم ونقطع النظر عن الحمل المستديم الذى سبق اختباره على حدته وحينئذ يلزم أن يجعل فى القانون كل من ق١ ، ق٣ ، ق٤ مساويا للصفر ، ق٢ = ٢٠٠٠ فتحدث الثلاث معادلات الآتية بالنسبة لعزم الانحناء ص ، صَ ، صً فى نقط الارتكاز وهى

١٨ ص + ٥ صَ = - ٥٠٤ و

ص + ٤ صَ + صً = - ١٠ × ٥٠٣ و

٥ صَ + ١٨ صً = ٠

ومن

ومن هذه المعادلات الثلاث ينتج أن

ص = - ٢٧٤٣٦٠٠ ، صَ = - ٦٢٠٩٧ ، صً = ٧٠٨٦٠

وبناء على هذه المقادير فأنه يمكن أن يستخرج من قانون (٢) مقدار عزم الانحناء في النقط المختلفة من كل فتحة

الفتحة الاولى – الخط البيانى لعزم الانحناء هو المستقيم الواصل من نهاية العتب الى نهاية العزم السالب ص

الفتحة الثانية – مع₁ = - ٢٧٤٣٦٠ ، ع = - ٦٢٠٩٧ ، ل = ٥٠ ، م = ٢٠٠٠

وبواسطة هذه المعاليم فان معادلة (٢) تؤول الى

ع س = - ١٠٠٠ س٢ + ٥٠٠٤٥ س - ٢٧٤٣٦٠

وهذه المعادلة تدل على قطع مكافئ احداثياته الرأسية تنعدم بالمقادير

س = ٦٢٣ر٣ متراً ، س = ٤٤ر٠١ متراً

والمماس الافقى أو عزم الانحناء الاعظم ما يمكن يقابل النقطة التى فيها س = ١٢ر٢٥ متراً

ويكون حينئذ عزم الانحناء مساويا الى ٣٥٠٦٦٤٠

وهذه المقادير كافية لرسم القطع المكافئ المبين فى شكل ١٥

الفتحة الثالثة – الخط البيانى للعزم هو المستقيم الواصل بين نهايتى العزمين صَ ، صً

الفتحة الرابعة – المنحنى البيانى للعزم هو المستقيم الواصل من نهاية العزم صً الى مبدأ العتب

وما ذكرناه من التوفيق الثانى هو بخصوص جميع منحنيات العزم الناتجة من تحميل الفتحة الثانية بالحمل العارض وأما المنحنيات الناتجة من تحميل الفتحة الثالثة فهى مساوية للمنحنيات الناتجة من تحميل الفتحة الثانية لكنها موضوعة بعكسها كما هو مشاهد من الشكل ١٥

تحقيق مهم – الخطان المستقيمان الواصلان بين ص ، صَ وبين صَ ، صً يلزم ان يقابلا المحور الافقى فى نقطتى (١ ، ب) اللتين هما نقطتا تقابل المستقيمين الواصلين بين ع، عَ وبين عَ ، عً ويجب تحقيق ذلك على الرسم

وهالك ارتباطا عموميا حقيقيا مهما كان عدد الفتحات نذكره لتحقيق نتائج الحسابات فنقول

البحث عن عزم الانحناء الاعظم ما يمكن الموجبة والسالبة الناتجة من الحمل العارض المتحرك – يرى من شكل ١٥ أنه يوجد فى كل نقطة عزم انحناء ناتج من الحمل العارض لفتحة حيثما اتفقت وهذا يؤدى لوجود اربعة عزم مختلفة كل منها ينتج على حدته متى حملت الفتحة التابع لها ذلك العزم بمفردها لكن متى حمل اكثر من فتحة فى آن واحد فقد يوجد عزمان أو ثلاثة أو اربعة عزم فى آن واحد كذلك ويكون العزم الناتج من هذه العزم هو المجموع الجبرى

لكن من ضمن العزم الجزئية يوجد عزم موجبه وعزم سالبه بحيث ان عزم الانحناء الاعظم ما يمكن لا يقابل الحالة التى فيها تكون جميع الفتحات محملة فى آن واحد

والحمل العارض يمكن ان يحدث فى كل نقطة عزمين كلاهما أعظم ما يمكن

احدهما موجب وهو عبارة عن حاصل جمع العزم الجزئية الموجبة
والثانى سالب وهو عبارة عن حاصل جمع العزم الجزئية السالبة
وحينئذ يرى أنه على إتجاه الخط الرأسى المار بنقطة الارتكاز نمرة ١ أن عزم الانحناء الاعظم ما يمكن الموجب يحصل متى كانت الفتحة الثالثة هى المحملة فقط ويساوى ٧٢٨٦٠
وأما من جهة عزم الانحناء الاعظم ما يمكن السالب فانه يحصل متى كانت الفتحة الأولى والثانية والرابعة محملة مع بقاء الفتحة الثالثة بدون تحميل والمقدار المطلق لهذا العزم الاعظم ما يمكن هو

١٤٣٣٥+١٩٢١١٠+٢٧٤٣٦٠

وإذا اخذت الآن النقطة التى بعدها ١٢٫٥٢ فى الفتحة الثانية يرى ان عزم الانحناء الأعظم ما يمكن الموجب ينتج متى كانت الفتحة الثانية والفتحة الرابعة هما المحملتان فقط
وحينئذ فيفهم بالسهولة أنه بجمع الاحداثيات الرأسية على بعضها يمكن تكوين فى مدة قليلة منحنيى شكل ١٦ اللذين يعلم من أحدهما بالنسبة لكل نقطة عزم الانحناء الاعظم ما يمكن الموجبة ومن الثانى عزم الانحناء الاعظم ما يمكن السالبة المنسوبة جميعها للحمل العارضى وهذان المنحنيان المتحصلان بجمع رأسيات الخطوط المستقيمة مع رأسيات الخطوط المستقيمة أو القطاعات المكافئة تتركب من اقواس من قطاعات مكافئة ومن خطوط مستقيمة ونقط المرور فيها سهلة التعيين ومع ذلك فهى واضحة فى الرسم
البحث عن عزم الانحناء الاعظم ما يمكن الكلى فى كل نقطة - لايجاد عزم الانحناء الاعظم ما يمكن الكلى فى كل نقطة يلزم تنشيق الحمل الثابت مع الحمل العارضى أعنى ايجاد النتائج المتحصلة من شكل ١٠ ، شكل ١٦ معا ولكن نعلم أنه يوجد فى كل نقطة أولا عزم انحناء ع منسوب للحمل الثابت وثانيا عزم انحناء اعظم ما يمكن موجب الذى يمكن أن يحدثه الحمل العارضى وثالثا عزم انحناء اعظم ما يمكن سالب الذى يمكن ان يحدثه الحمل العارضى
فأما العزم ع فموجود دائما وانما يمكن تنشيقه امام عَ وامام عً وحينئذ فيكون المجموعان الجزئيان (ع+عَ) ، (ع+عً) فاكبرهما فى المقدار المطلق يدل على أكبر العزم الذى يمكن استنتاجه من الحمل الثابت المؤثر فى آن واحد مع جميع التوافيق الممكن تصورها للحمل العارضى
وبواسطة طريقة رسميه ابسط ما يكون التى هى عبارة عن ضم طولين على بعضهما يمكن حينئذ تكوين العزم الأعظم ما يمكن الكلية فى كل نقطة وحيث ان شدة الاحمال الناتجة من تأثير عزم انحناء على قطاع من العتب غير متعلقة باشارة العزم المذكور فحينئذ يمكن قطع النظر عن اشارة العزم الاعظم ما يمكن الكلى واعتبار مقداره المطلق فقط ثم يقام من كل نقطة من المحور الافقى احداثيات رأسية ويؤخذ عليها مقادير العزم المذكورة على التناظر ويكون حينئذ منحنى شكل ١٧
وحينئذ يقتضى عمل الانتخاب بين الحاصلين (ع+عَ) ، (ع+عً) لعزم الانحنا السالفة الذكر وهذا يودى الى نوع تجربه ولا يوصل الى الاقرار على العزم المطلوب اخذه بسهولة

لكن

لكن بناء على ملحوظة المعلم بريس وهي

ان نهاية المقدار المطلق لعزم الانحناء بالنسبة لنقطة حيثما اتفقت من العتب تساوي حاصل جمع المقادير المطلقة للعزم الحاصلة في هذه النقطة التي هي أولا بالنسبة لعزم الانحناء ع الناشئ عن الحمل الثابت وثانيا بالنسبة للعزمين النهائيين عَ وعً اللذين اشارتهما عين اشارة العزم ع التي يمكن ايضاحها كما يأتي

وهو انه في نقطة حيثما اتفقت من العتب فان الحمل العارضي لبعض الفتحات يحدث عزما موجبا والحمل العارضي للفتحات الباقية يحدث عزما سالبا وأن أحد هذه الأحمال مكمل للآخر أعني أنه اذا اعتبر وجودهما في آن واحد تكون جميع الفتحات محملة في آن واحد وهذا بديهي

يكون عزم الانحناء الناتج من الحمل العارضي العمومي عبارة عن المجموع الجبري لعزمي الانحناء الناتجين من حملين عارضين مكملين

ومن جهة أخرى فان جميع عزم الانحناء تتغير بنسبة مقدار الحمل العارضي ه الموزع بانتظام بالنسبة للمتر الطولي وعلى هذا اذا رمز بحرف ه للحمل المستديم وبحرف هَ للحمل العارضي فان الحاصل (عَ + عً) للعزم المنسوبة الى توقيفين مكملين للحمل العارضي يكون مساويا للعزم ع للحمل المستديم بحيث يضرب العزم المذكور في النسبة $\frac{\text{هَ}}{\text{ه}}$ وحينئذ يكون

$$\text{ع} = (\text{عَ} + \text{عً}) \frac{\text{ه}}{\text{هَ}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (١)$$

وحينئذ فمعرفة منحنى شكل ١٠ تكون ناشئة عن معرفة منحنى شكل ١٦ مباشرة بضرب حاصل الجمع الجبري لاحداثيها في النسبة $\frac{\text{ه}}{\text{هَ}}$ أو بطريقة عمومية يقال أنه بمعرفة منحنيين من الثلاثة منحنيات يمكن استنتاج الثالث منها ولكن الأحسن في العمل انشاء الثلاثة منحنيات مباشرة واستعمال الارتباط السابق للتحقيقات

وأما من جهة المنحنى شكل ١٧ للعزم الأعظم ما يمكن الكلي فانه يتحصل كما شاهدنا بأن يؤخذ في كل نقطة الرأسي الذي يكون أكبر المجموعين (ع + عَ) ، (ع + عً) ولكن من الارتباط (١) يستنتج

$$\text{ع} + \text{عَ} = \text{عَ} + (\text{عَ} + \text{عً}) \frac{\text{ه}}{\text{هَ}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (٢)$$

$$\text{ع} + \text{عً} = \text{عً} + (\text{عَ} + \text{عً}) \frac{\text{ه}}{\text{هَ}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (٣)$$

والحاصل عَ + عً تكون اشارته عين اشارة عَ أو عً بحسب كون عَ أكبر أو أصغر من عً في المقدار المطلق وحينئذ اذا كان عَ أكبر من عً فبقطع النظر عن الاشارة فان (ع + عَ) يكون بالمثل أكبر من (ع + عً) لأنه في المجموع (٢) الحدان متحدا الاشارة واحدهما مساو والآخر أكبر من حدي الحاصل (٣) اللذين فضلا عن ذلك فأنهما مختلفا الاشارة

ويرى بالبرهان عينه أنه اذا كان عً أكبر من عَ في المقدار المطلق فان (ع + عً) يكون أكبر من (ع + عَ)

وعليه فالقضية التي ذكرناها تكون مثبوتة

وحينئذ فانشاء منحنى العزم الكلية يكون سهلا ولنأخذ مثلا الفتحة الأولى

فنرى أنه من ابتداء الصفر لغاية ٨ ر٢٩ متر شكل ١ عزم الانحناء المنسوبة للحمل المستديم موجبة وحينئذ يلزم اضافة الاحداثيات الرأسية الدالة عليها الى الاحداثيات الرأسية للمنحنى الأعلى شكل ١٦ وبالابتداء من ٨ ر٢٩ متر الى

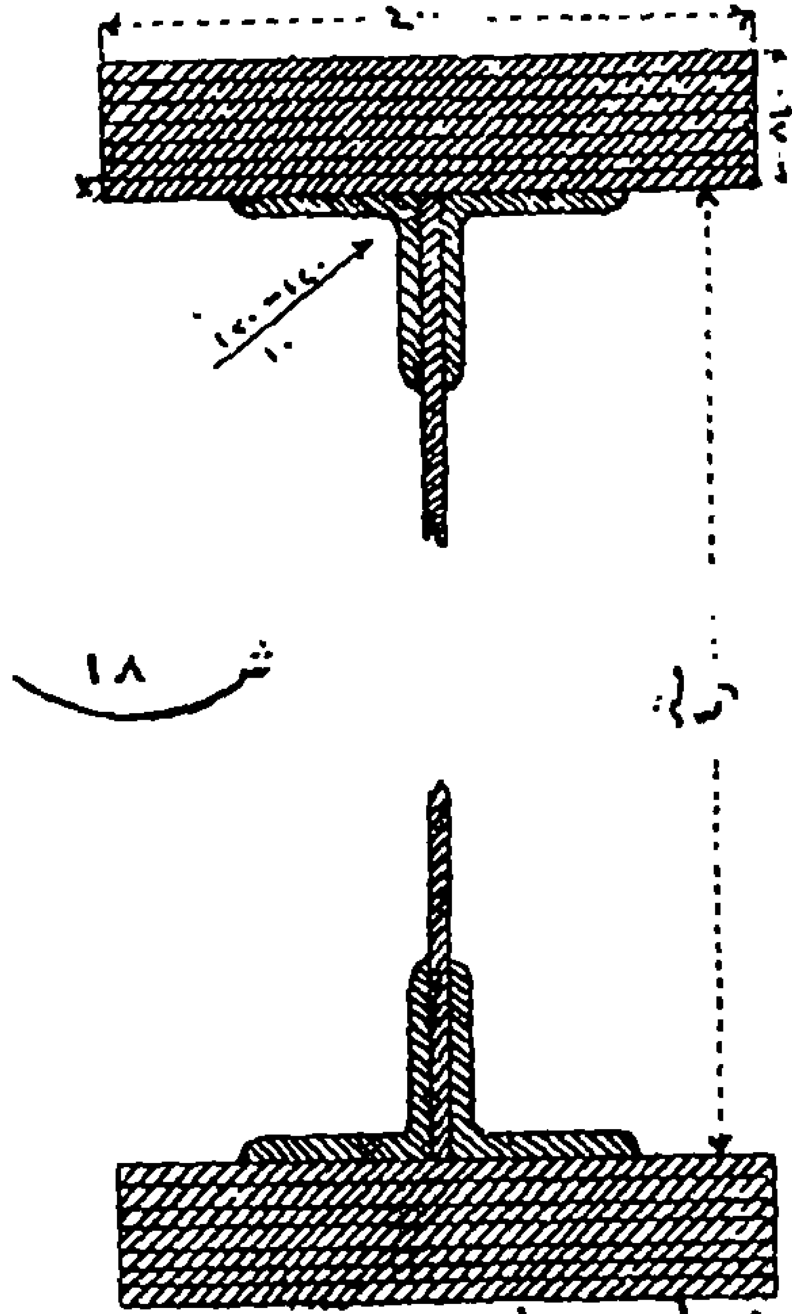
٤٠ متر أعنى على جميع الباقى من الفتحة فأن عزم الانحناء المنسوبة للحمل المستديم سالبة ويلزم حينئذ اضافة الاحداثيات الرأسية الدالة عليها الى الاحداثيات الرأسية للمنحنى الأسفل شكل ١٦

ثم يجرى العمل على هذا المنوال بالنسبة لباقى الفتحات مع ملاحظة أن نقط تقاطع المنحنى المنسوب للحمل المستديم بالمحور الافقى هى المقابلة لنقط الانعكاس المشاهدة فى منحنى عزم الانحناء الكلية الموضح فى شكل ١٧

فى توزيع الصاج

حيث ان منحنى شكل ١٧ يدل فى كل نقطة على مقدار العزم الاعظم مايكن الكلى فبواسطته يمكن اجراء توزيع الصاج بكل سهولة كما أجريناه سابقا بالنسبة لعتب ذى فتحة واحدة

وقد سلم أنه بالنسبة للتوزيع الجيد للمعدن يلزم ان يكون ارتفاع العتب محصورا بين $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{12}$ من طوله ففى المثال الذى انتخبناه يمكننا أن نأخذ حينئذ عتبا ارتفاعه أربعة امتار شكل ١٨



وهذا العتب الذى على شكل ضعف حرف T يكون له روح أو بدن شبكى معدنى مرتبط من أعلاه ومن أسفل بزاويتين ابعاد كل منها $\frac{120 \times 120}{11}$ وهذا الرمز الاصطلاحى يدل على زوايا أحد جناحى كل منها ٠.١٢ متر والجناح الآخر ٠.١٢ متر كذلك وسمكها ٠.٠١١ متر وعلى هاتين الزاويتين المرتبطتين معا بكل متانة تبرشم الواح من الصاج أفقية عرض كل منها ٠.٤٠ متر وسمك كل منها ٠.٠١٢ متر وعدد الواح الصاج المذكورة متغير بحسب العزم الكلى المؤثر فى كل قطاع من العتب

وحينئذ يقتضى حساب عزم قصور الاجزاء المختلفة لعتب مكون بهذه الصورة

وابتداء لايراعى مقاومة الروح التى القصد منها على الخصوص هو منع تقارب رأسى العتب من بعضهما بعضا ولتعويض هذا الخطأ يفرض أن القطاع الكلى للزوايا موجود على بعد من محور الحمولى مساو لنصف ارتفاع العتب

وهنا مساحة قطاع زاوية تساوى ٠.٠٠٢٣

ومساحة اربع زوايا تساوى ٠.٠٠٩٢

وعزم قصور قطاع هذه الزوايا يساوى لهذه المساحة مضروبة فى $(\frac{٤}{٢})^٢$ أو = ٠.٠٣٦٨

ومساحة قطاع لوح من الصاج عرضه ٠.٤٠ متر وسمكه ٠.٠١٢ متر هى ٠.٠٠٤٨

وعزم قصور قطاع لوحين مزدوجين يكون حينئذ ٠.٠٣٨٤

وبفرض تشغيل الحديد بمقدار ٦ كيلو جرام بالنسبة لمليمتر المربع فنستعمل القانون المعلوم وهو

$$م = \frac{ع ه}{ى ٢}$$

ونجعل فيه م = ٦ × ١٠^٦ ، $\frac{ه}{٢}$ = ٢ ، ع = عزم قصور اربعة زوايا أو لوحين من الصاج فيرى أن الأربعة

الاربع زوايا كافية لأن تتزن بمقاومتها العنصرية مع عزم انحناء مقداره ٤٠٠٠٠ ١١ وأن اللوحين من الصاج كافيان لأن يتزنا مع عزم قدره ٥٢٠٠٠ ١١

وحينئذ يؤخذ على شكل ١٧ بواسطة المقياس رأسى مساوٍ الى ٤٠٠٠٠ ١١ ثم نمد على التوالى بمقدار مساوٍ الى ٥٢٠٠٠ ١١ الى ان يتجاوز الرأسى الأعلا ما يكون من المنحنى ثم نمد من نهايات الرأسيات المتتابعة مستقيمات افقية فيرى أنه يلزم سبعة الواح من الصاج بالنسبة للرأس الواحدة بل ويلزم ثمانية الواح لأن الرأس الأعلى ما يكون للمنحنى يتجاوز قليلا اللوح السابع الا أنه يكتفى بسبعة الواح حيث أن الرأس الأعلا ما يكون مسامتة لنقطة ارتكاز أعنى مسامتة لموضع فيه يجب تعويض الروح الشبكية بروح مصمتة

فاذا صار مد الزوايا والسبعة الواح الصاج بطول العتب بتمامه فأنه لا شك يتحقق من المقاومة لكن فى كثير من المواضيع نيسر المعدن زيادة على أنه يكفى لحصول الأمر أن يكون عزم المقاومة العنصرية للصاج فى كل نقطة زائدا قليلا عن عزم المقاومة الكلى المتحصل من تأثير القوى الخارجة

وهذا يؤدى الى القول بأنه يقتضى نظريا أن يكون المنحنى البيانى للعزم المطلوبة من المعدن مشتملا على المنحنى البيانى للعزم الكلية وقريبا منه ما أمكن

وحينئذ يمكن قطع لوح أو جملة الواح من الصاج فى المواضع التى لا يكون لوجودها فيها ضرورة وبهذه الكيفية يتحصل على وفر عظيم من المعدن

وبالتأمل فقط لشكل ١٧ يفهم جليا هذه الطريقة ويرى أن الأربع زوايا تمتد طبعا بطول العتب بتمامه وكذا اللوح الأول الصاج يمتد بطول العتب بتمامه واللوح الثانى يكون مقطوعا بمسافات خالية مقدارها ٢ متر و ٣ متر [الا أنه فى العمل لا يستعمل ذلك من غير شك] واللوح الثالث يكون مقطوعا بمسافات خالية مقدارها ٥ متر و ٦ متر واللوح الرابع يكون مقطوعا بمسافات خالية مقدارها ٧ متر و ١٠ متر و ١١ متر واللوح الخامس لا يمتد الا بمقدار عشرة أمتار فى مسافة الثلاث نقط ارتكاز واللوح السادس يمتد بمقدار ٧ متر واللوح السابع يمتد بمقدار ٥٫٠٠ متر فقط

وهذا ليس الا مثالا نظريا ففى العمل يكون عدد الواح الصاج هذا كبيرا جدا ويجب تقليله بجعل ارتفاع العتب ٥٫٠٠ متر مع تكبير ابعاد الزوايا قليلا وجعل عرض كل من الرأسين ٠٫٥٠ متر

الحمل القاطع

لم نشتغل للآن فى هذا المثال بالحمل القاطع الذى يتغير من قطاع الى آخر ولا يتجاوز $\frac{٥}{٨}$ الثقل الكلى للفتحة أعنى انه لا يتجاوز ($\frac{٥}{٨}$ × ٥٠ × ٤٠٠٠) = ١٢٥٠٠٠ كيلوجرام

ولكن قطاع الأربع زوايا واللوح الأول من الصاج الممتدة بطول العتب بتمامه هو ١٨٨٠٠ مليمتر مربع وحيث ان كل مليمتر مربع يمكن ان يشتغل بمقدار ٦ كيلوجرام فيكون حينئذ مقدار المقاومة هو ١١٢٨٠٠ ثم أن قطاع الروح اى البدن يؤدى وزياده مقدار المقاومة المكملة للحصول على ١٢٥٠٠٠ كيلوجرام

وكذا بناء على ما ذكره المعلم برسى من أن اعتبار الحمل القاطع أمر ثانوى وأن ضرورة مقاومة العتب لعدم تقارب

رأسيه من بعضها بعضا تستوجب اعطاء روجية صلابة كافية بحيث يكون العتب فيه الكفاية على مقاومة الحمل القاطع

ومع ذلك فمن السهل دائما تكوين منحنى الأحمال القاطعة الاعظم مايمكن فى كل نقطة لأنه بالنسبة لكل منحنى من منحنيات عزم الانحناء التى رسمناها يوجد منحنى للاحمال القاطعة مقابل له وكان الحمل القاطع هو مشتقة عزم الانحناء فحينئذ اذا كان عزم الانحناء ناتجا من معادلة مثل

ع = د (س)

فالحمل القاطع ينتج من المعادلة ح = دَ (س)

وحيث أن الدالة د (س) اما ان تكون قطعا مكافئا أو خطا مستقيما فالخط البيانى للحمل القاطع دَ (س) يكون خطا مستقيما مائلا على محور العتب أو موازيا للمحور المذكور وفى كلتا الحالتين رسم المحنى البيانى للحمل القاطع سهل ويمكن اجراء العمل بطريقة مشابهة لما اجريناه فى عزم الانحناء كما يأتى

أولا ـ يعين منحنى الاحمال القاطعة المنسوبة للحمل المستديم

وثانيا ـ تعين منحنيات الاحمال القاطعة حينما تكون الفتحات محملة على التوالى

وثالثا ـ يعين منحنيا الاحمال القاطعة الاعظم مايمكن الموجبة والسالبة

ورابعا ـ يعين اخيرا منحنى الاحمال القاطعة الاعظم مايمكن الكلية بتركيب الاحمال القاطعة المذكورة فى أولا وفى ثالثا مع بعضها كما فعلنا فى عزم الانحناء

وقد تركنا الاشتغال بتفصيل ذلك الى الطالب

وفيما ذكرناه من المسائل قد اشتغلنا فقط بحساب الاعتاب الاصلية وأما الاعتاب الثانوية بالنسبة للقناطر الحديدية وقطع المظرة بالنسبة للقناطر الخشبية فقد تركنا الاشتغال بها الى الطالب حيث أن كلا منها عبارة عن عتب مرتكز على نقطتين فقط ومحمل بحمل موزع بانتظام ناتج من الحمل المستديم والحمل العارضى فى آن واحد وهذا الحمل يتعين مقداره بحسب ابعادها عن بعضها من محور الى آخر بناء على مقدارى كل من الحمل المستديم والحمل العارضى الاصليين

وهاك القوانين التى يحسب بها اسهم الانحناء لاعتاب القناطر

$$ف = \frac{5}{24} \times \frac{ه}{ور} \left(\frac{ل}{2}\right)^4 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1) \text{ ،}$$

$$ف = \frac{1}{24} \times \frac{ه}{ور} \left(\frac{ل}{2}\right)^4 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \text{ ،}$$

$$ف = \frac{1}{115} \times \frac{ه}{ور} \left(\frac{ل}{2}\right)^4 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

ففى هذه القوانين جميعها ف رمز لسهم الانحناء فى النقطة من العتب التى يكون فيها عزم الانحناء أعظم مايمكن بين نقطتى الارتكاز سواء كان العتب مرتكزا عليها فقط بالحرية أو مثبتا فيهما أو مرتكزا على احديهما ومثبتا على الأخرى ، ه رمز للحمل الموزع بانتظام على المتر الطولى الناتج عن الحمل المستديم والحمل العارضى معا ، ل رمز لطول العتب بين نقطتى الارتكاز ان كان مرتكزا على نقطتين فقط أو بين نقط الارتكاز المتتالية

أن

ان كان مرتكزا على أكثر من نقطتين ١ و ر رمز لمعامل المرونة ٤ ى رمز لعزم قصور قطاع العتب

وقانون (١) يستعمل فى حالة ما يكون العتب مرتكزا على نقطتين فقط بالاطلاق

وقانون (٢) يستعمل فى حالة ما يكون العتب مثبتا فى نقطتين فقط وفى حالة ما يكون مرتكزا على جملة نقط يستعمل أيضا لتعيين اسهم انحناء اجزائه المرتكزة على النقط المتوسطة أعنى اسهم انحناء فتحاته المتوسطة

وقانون (٣) يستعمل فى حالة ما يكون العتب مرتكزا على نقطة ومثبتا فى النقطة الأخرى وفى حالة ما يكون مرتكزا على جملة نقط يستعمل أيضا لتعيين سهمى انحناء الجزئين المتطرفين منه اعنى سهمى انحناء فتحتيه المتطرفتين

وعلى الطالب أن يحسب أسهم انحناء أعتاب الثلاث قناطر السابقة

فى الأسقف

الاسقف التى من الحديد – دراسة الاسقف الحديدية مهمة جدا بسبب ان استعمال الحديد ينتشر جدا من يوم الى آخر فى انشائها وبسبب انه أيضا غال فى الثمن ثم أن الصلابة التى يسمح بها الحديد بالنسبة لجميع الاتساعات والأمن من الاحتراق هما السببان الاصليان لتفضيل الحديد عن الخشب فى عملية الاسقف

ورغما عن التقدم الحاصل فى صناعة الحديد فأن تكاليف الاسقف الحديدية تبلغ ضعف تكاليف الاسقف الخشبية تقريبا والسزهر كان مستعملا فى تركيب الاسقف الحديدية الا أن تحسين السحب واختراع الحدايد المخصوصة ذات القطاعات الكبيرة المقاومة جدا كان سببا فى ترك استعماله فى الاسقف

وقطع الاسقف يلزم اعتبارها كموضوعة بالبساطة على نقطتى ارتكاز لأن تثبيتها فى البناء وربطها مع بعضها لا يحدث تثبيتا تاما أعنى أنه لا يمكن ان يعتبر فى الحساب أن المماس لمنحنى محور الحمول فى نقطة الارتكاز افقيا

ومن المعلوم أن شرط عدم التثبيت فى نقطتى الارتكاز موضح بالحساب بالشرط الذى فيه تكون عزم الانحناء فى النقطتين المذكورتين معدومة اعنى يكون فيهما $ع = ٠$

وأن الحمل يعتبر على العموم موزعا بانتظام حيث أنه مكون من جزء مستديم منسوب للبانى والمبليط الموضوع على السقف موزع بانتظام بواسطة الانشا ولأن تقارب ارتباط الاجزاء المختلفة من السقف يوزع الاحمال العارضية على سطح كبير نوعا بانتظام

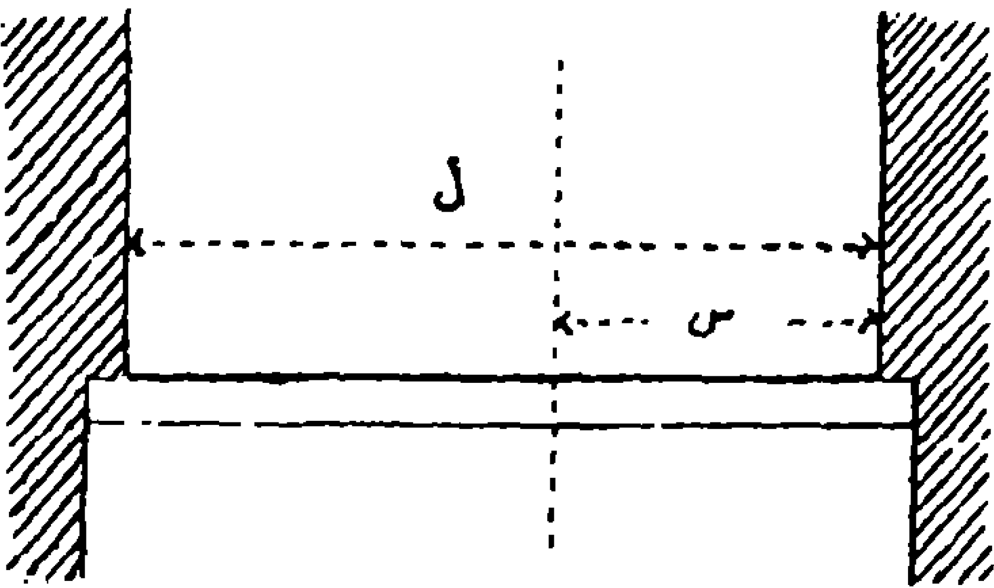
فاذا كان ه رمز الحمل الموزع بانتظام على المتر الطولى فان ه ل يكون هو الحمل الكلى الواقع على الطول ل من شكل ١٩ ويكون رد فعل كل من نقطتى الارتكاز هو $\frac{ه ل}{٢}$ وحينئذ يكون عزم الانحناء ع اعنى عزم القوى الخارجة بالنسبة لمحور مسقط على مركز ثقل قطاع حيثما اتفق هو

$$ع = \frac{ه ل}{٢} س - ه س \times \frac{س}{٢} = \frac{ه}{٢} (ل س - س^٢)$$

وحيث ان العزم الأعظم ما يمكن يقابل الحالة التى فيها $س = \frac{ل}{٢}$

فاذا رمز للعزم المذكور بالرمز $ع_١$ يكون

$$ع_١ = \frac{ه}{٢} (ل \times \frac{ل}{٢} - \frac{ل^٢}{٤}) = \frac{ه ل^٢}{٨}$$



ش ١٩

وحيث أنه بناء على طرق صناعة الحدايد يكون قطاع الحدايد المستعملة منتظما فيكفى حينئذ حساب القطاع المنسوب لوسط القطعة اعنى بالنسبة للنقطة من طول القطعة التى فيها يكون التأثير اعظم ما يمكن وعليه فتكون النقط الأخرى فيها صلابة زيادة

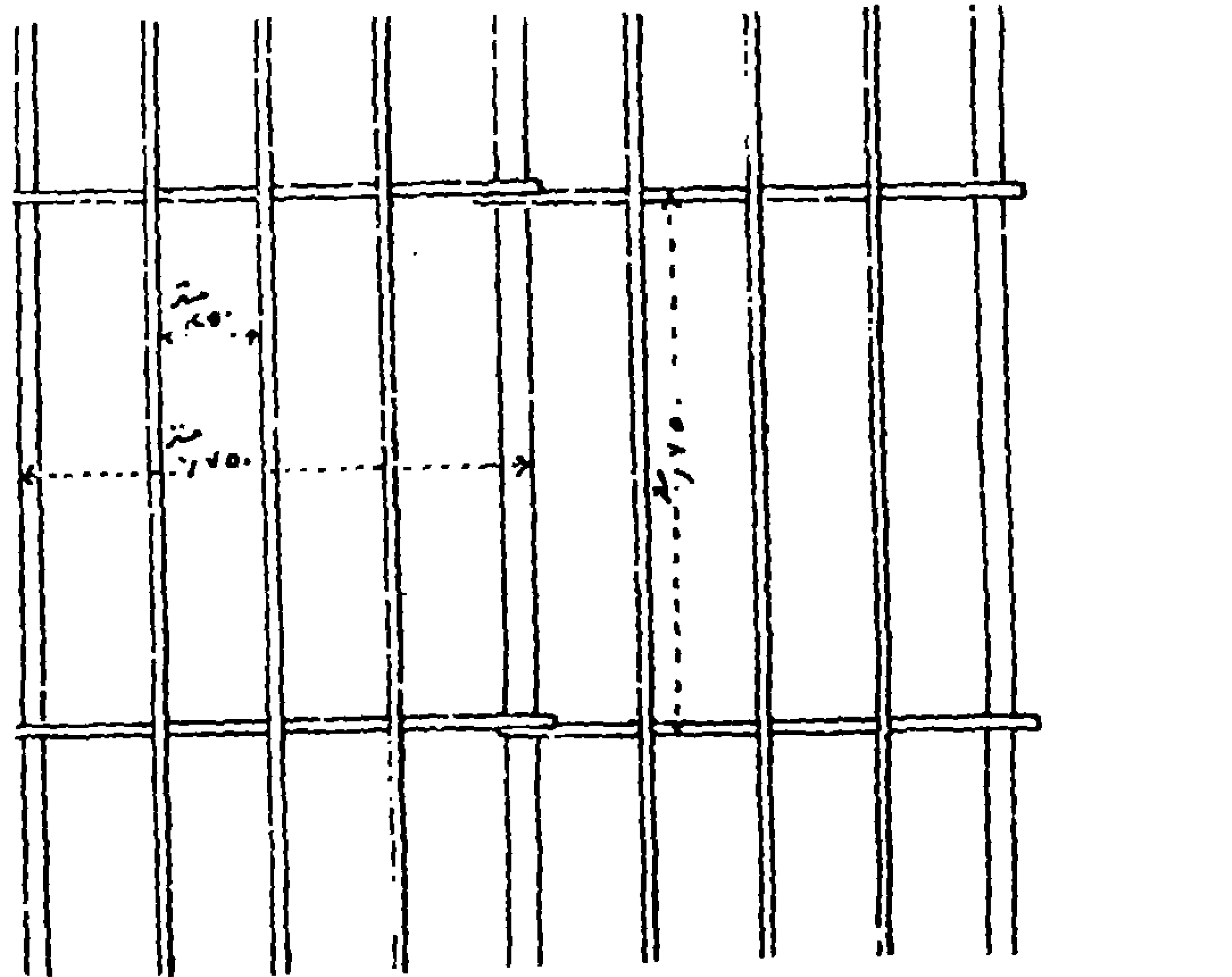
وحينئذ فتحسب ابعاد قطاع النقطع من المعادلة الآتيه

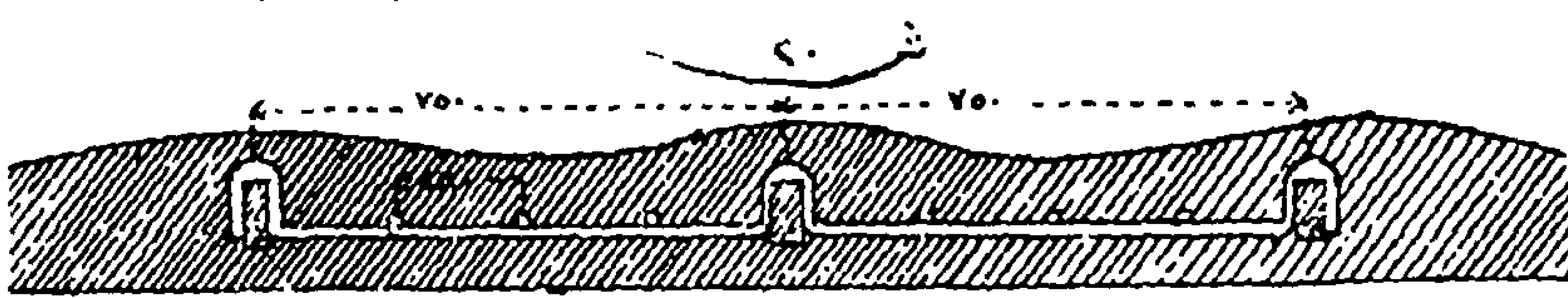
$$\frac{\text{ح}}{\text{ى}} = \frac{\text{و ل}^2}{\text{٨ م}}$$

التى فيها ح رمز لعزم قصور القطاع) ى رمز لبعد ابعد خيط عن محور الجمول) م رمز لعامل المقاومة

وقبل الاشتغال بحساب سقف مطلوب انشاؤه يلزم اختبار شروط التوضيب التى توصلوا اليها بالتجربة فالاسقف كانت تصنع ابتداء بواسطة اعتاب ذات قطاع مستطيلى من الحديد موضوعة على سيفها متباعدة عن بعضها بمقدار ٧٥ر. متر تقريبا كما فى شكلى ٢٠ و ٢١ ومرتبطة مع بعضها بعوارض من الحديد قطاعها مربع ضلعه ١٦ر. متر متباعدة عن بعضها بمقدار ٧٥ر. متر وكان يوضع على تلك العوارض مربوعات أو قضبان مربعة من الحديد ضلع قطاعها ١١ر. متر متباعدة عن بعضها بمقدار ٢٥ر. متر

وكان يستعمل ايضا بالنسبة لشروط التباعد المذكورة اعتاب سمكها ٩ مليمتر وارتفاعها بوصة بالنسبة لطول ثلاثة اقدام اعنى ٣٠ر. متر





بالنسبة للمتر الطولى وهذه القاعدة التجريبية تطابق الحسابات تقريبا حيث ان القانون

$$\frac{\text{ح}}{\text{ى}} = \frac{\text{ع}}{\text{م}}$$

يؤول فى هذه الحالة الى

$$\frac{\text{ا ك}^2}{٦} = \frac{\text{و}}{٨} \times \frac{\text{ل}^2}{\text{م}}$$

وحيث انه يلزم أن يكون ك مناسبا للطول ل فاذا وضع

ك = ٣٠ر. ل ا = ٠٠٩ر. ل يكون

$$\text{و} = \frac{٨\text{ م ا ك}^2}{٦\text{ ل}^2} = \frac{٨\text{ م } \times ٠٠٠٩\text{ر. ل}^2}{٦\text{ ل}^2}$$

وبفرض ان م = ٦ × ١٠^٦ و ا = ٠٠٩ر. متر يكون مقدار و هو

$$\text{و} = \frac{٨ \times ٦ \times ١٠^{٦} \times ٠٠٩\text{ر.} \times ٠٠٠٩\text{ر.}}{٦} = ٦٤\text{ر}٨ \text{ كجرام}$$

وهذا هو مقدار الثقل الموزع بانتظام الذى يمكن توقيعه على القطعة بالنسبة للمتر الطولى مع الأمن وهو يقابل الى ثقل قدره

$$\frac{٦٤\text{ر}٨٠}{٠\text{ر}٧٥٠} = ٨٦\text{ر}٤٠ \text{ كيلوجرام بالنسبة للمتر المربع من السقف}$$

وحينئذ

وحينئذ فالحمل الواقع على القطع العرضية بالنسبة للمتر الطولي بعد الرمز له بحرف قه يكون

$$قه = \frac{٨ م ع^{٣}}{٦ ل^{٢}} = \frac{٨ \times ٦ \times ١٠^{٦} \times ٠٫٠١٦^{٣}}{٦ \times ٠٫٧٥^{٢}} = ٥٨٫٢ \text{ كيلوجرام}$$

وهذا مطابق الى ثقل قدره

$$\frac{٥٨٫٢٠}{٠٫٧٥} = ٧٨٫٥٠ \text{ كيلوجرام بالنسبة للمتر المربع}$$

وأما بالنسبة للمربوعات فأنه اذا رمز بحرف قه للحمل الواقع على المتر الطولي منها يكون

$$قه = \frac{٨ \times م \times ٠٫٠١١^{٣}}{٦ \times ٠٫٧٥^{٢}} = ١٨٫٦ \text{ كيلوجرام}$$

وهذا يطابق الى

$$\frac{١٨٫٦}{٠٫٢٥} = ٧٤٫٤٠ \text{ كيلوجرام بالنسبة للمتر المربع}$$

وبالجملة فأنهم كانوا قد توصلوا عملا لاستعمال حدايد متناسبة ومقابل جميعها لحمل واحد تقريبا بالنسبة للمتر المربع وهذا الحمل هو ٧٠ كيلوجرام تقريبا بفرض ان مقاومة الحديد هي

$$م = ٦ \times ١٠^{٦}$$

والحمل الذي قدره ٧٥ كيلوجراما المذكور هو عبارة عن الحمل المتوسط للأسقف بالنسبة للمتر المربع ويشتمل على المواد التي تتركب منها الاسقف المذكورة كالألواح والعقود الصغيرة والدكات وخلافها وسنرى أنه بحسب نوع كل مبنى تعتبر احمال عارضية مخصوصة في الحسابات

فاذا أمكن التثبيت في ا كما في شكل ٢٢ بواسطة كانات من الحديد أو بواسطة ثقل حائطي كاف فأن عزم الكسر الاعظم ما يمكن ع يكون حاصلا في النقطة ا المذكورة ويكون مقداره

$$\frac{قَ ل^{٢}}{١٢} \text{ عوضا عن } \frac{قه ل^{٢}}{٨}$$

ش ٢٢

وحينئذ بالنسبة لقطعة معلومة من الحديد يكون

$$\frac{قَ ل^{٢}}{١٢} = \frac{م ع}{ى} = \frac{قه ل^{٢}}{٨} \text{ ومنها يحدث}$$

$$قَ = \frac{١٢}{٨} قه = ١٫٥ قه$$

وحينئذ يمكن الحصول على سقف تكون فيه نفس قطع الحديد محملة بمقدار ٥٠ ٪ في المائة زيادة أو أنه بالعكس يمكن بالنسبة لسقف ذي ثقل معين استعمال حدايد ثقلها

$$\frac{١}{١٫٥} = ٠٫٦٦٦$$

من الثقل المستعمل بدون تثبيت وفي هذه الحالة يكون مقدار عزم الكسر في وسط العتب أو القطعة هو

$$ع = \frac{قه ل^{٢}}{٢٤}$$

ويكون مقدار سهم الانحناء معينا بالقانون الآتي وهو

$$و ف = \frac{١}{٢٤} قه \left(\frac{ل}{٢}\right)^{٤}$$

عوضا عن القانون

$$و ف = \frac{٥}{٢٤} قه \left(\frac{ل}{٢}\right)^{٤}$$

المنسوب للقطعة الموضوعة على نقطتى ارتكاز بالحرية

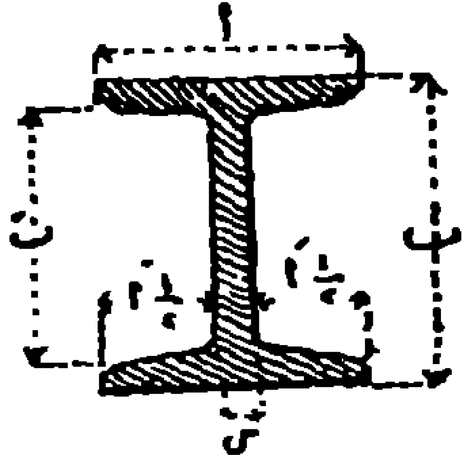
وفى هذين القانونين ف رمز لسهم انحناء وسط القطعة أو العتب

وحينئذ تقتضى عمل التثبيت اذ به يكون سهم الانحناء بمقدار خمس سهم الانحناء فى حالة عدم التثبيت

ولاجل تقليل ثقل الحديد المستعمل فى الاسقف قد تصور استعمال حدايد على شكل I الذى عزم قصوره اكبر بكثير من عزم قصور الحدايد المستطيلة التى قطاعها متحد مع القطاع المذكور فى المساحة خصوصا وان صناعة الحدايد بالشكل السابق ليست صعبة كثيرا

لكن حيث ان حساب عزم القصور المذكور متشعب نوعا فتسهل دراسة ابعاد القطاعات التى على شكل ضعف حرف T بالطرق الآتية وهى

أن تسحب الحدايد التى بشكل I بسحب تغيير سمك ارواحها (ابدانها) بدون تغيير باقى اجزاء القطاع وقد يوجد جملة أشكال من الحدايد التى على شكل I مبينة فى اطالس الفابريقات المستخرجة منها تلك الحدايد وانما احسنها هى الحدايد المتماثلة بالنسبة لمستوى افقى مار بوسط ارتفاعها وهى التى تحدث بالنسبة لقطاع معلوم عزم قصور اعظم ما يمكن بجعل مركز الثقل على اكبر بعد ممكن من طرفى قطاع القطعة


ش ٢٣

واوفق النسب هى الآتية

أ يتغير من ٢٥ر٠ ب الى ٦٠ر٠ ب

س يتغير من ٠٤٥ر٠ ب الى ٠٦٠ر٠ ب = ١٠ر٠ أ

وقد توجد فى اطالس الحدايد المخصوصة المقادير العظمى والصغرى للسمك س التى يمكن لآلات السحب اجراؤها كما فى شكل ٢٣

وقد تحسب بالنسبة لكل نوع من الحدايد النسبة ع/ى المقابلة للسمك الاصغر ما يمكن وكذلك التغير للكمية ع/ى المقابل للتغير الحاصل فى الروح بمقدار مليمتر واحد

ثم يحسب أيضا الثقل المقابل للمتر المربع من الجنس عينه والتغير الحاصل للثقل المذكور بالنسبة للمليمتر الواحد من السمك فينتج الجدول الآتى

نمرة	ارتفاع ب	ارتفاع بَ	البروز أ/٢	السمك أ-أَ	مقدار ع/ى	مقدار تغير ع/ى	الثقل بالمتر المربع	مقدار تغير الثقل بالنسبة للمليمتر الواحد
١	١٤٠	١٢٠	٣٦	٦	٠ر٠٠٠١١٣٢٠	٠ر٠٠٠٠٣٢٧	٢٠	١ر٠٩
ب	١٦٠	١٤٠	٣٦	٨	٠ر٠٠٠١٣٥٥٠	٠ر٠٠٠٠٤٢٧	٢٢	١ر٢٥
حـ	١٨٠	١٥٤	٤٤	٩	٠ر٠٠٠٢٢٤٢٠	٠ر٠٠٠٠٥٤٠	٣٢	١ر٤٠
د	٢٠٠	١٧٤	٥٠	١٠	٠ر٠٠٠٢٩٤٠٠	٠ر٠٠٠٠٦٦٦	٣٤	١ر٥٦
هـ	٢٦٠	٢٢٨	٦٠	١٢	٠ر٠٠٠٦١٢٢٠	٠ر٠٠٠١١٢٧	٥٢	٢ر٠٣

ولنفرض الحساب ع/ى = ع/ع × ل²/م

أحدث مقدارا رقميا ا مثلا الى ع/ى فمن النادر وجود المقدار المذكور بالضبط فى الجدول السابق ويلزم أن يبحث عن المقدار القريب جدا منه ويكون صغيرا عنه وليكن عَ/ى ثم يبحث عن الفرق ع/ى − عَ/ى وبقسمته على التغير الحاصل للكمية ع/ى يكون الخارج هو عدد المليمترات اللازم اضافته على السمك الموجود فى الجدول وحينئذ اذا فرض أن

ع/ى = ق ل²/م ٨ = ٠,٠٠٠١٤٨٠٠

فنرى أن المقدار الجدولى القريب من العدد المذكور هو

٠,٠٠٠١٣٥٥٠   واذا حسب الفرق

+ ٠,٠٠٠١٤٨٠٠
− ٠,٠٠٠١٣٥٥٠
٠,٠٠٠٠١٢٥٠

يكون ٠,٠٠٠٠١٢٥٠

وبقسمته على مقدار تغير ع/ى وهو ٠,٠٠٠٠٠٤٢٧ فالخارج يكون ٣

وحينئذ فيقتضى اضافة ٠,٠٠٣ مليمتر الى السمك ٠,٠٠٨ الموجود فى الجدول

واستعمال هذا الجدول يسمح بادخال مقدار م اللازم اتخاذه فى الانشا وانما لا يحدث تسهيلا للحسابات بقدر الامكان الا اذا اتخذ مقدار معين للعامل م والمقدار الذى يوافق لهذا النوع من الحدايد والتطبيقاته هو

م = ٦ × ١٠^٦

وحينئذ بالنسبة لقطعة من الحديد معلومة يكون

ق ل²/٨ = م ع/ى   ومنها يحدث

ق ل² = ٨ م ع/ى = ٤٨ × ١٠^٦ × ع/ى

وبالنسبة لازدياد مليمتر واحد فى السمك يكون تغير ق ل² = (٠,٠٠٠٠٠٠٠٤٢٧/٦) × ٤٨ × ١٠^٦ = ٠,٠٠٠٨ ٣

وحينئذ فيعمل جدول مشابه للمتقدم بحيث يكون محتويا على مقادير ق ل² ومقادير تغير ق ل²

واستعمال الجدول المذكور عين استعمال الجدول السابق

نمرة	ارتفاع ب	ارتفاع ت	البروز ب/٢	السمك ٢−٢َ	مقدار ق ل² = ٨ م ع/ى	مقدار تغير ق ل² = ٨ م تغير ع/ى	[illegible]	[illegible]
ا	١٤٠	١٢٠	٣٦	٦	٥٤٣٣,٦٠	١٥٦,٨٠	٢٠	١,٠٩
ب	١٦٠	١٤٠	٣٦	٨	٦٠٠٤,٠٠	٢٠٤,٩٦	٢٢	١,٢٥
ج	١٨٠	١٥٤	٤٤	٩	١٠٧٦١٦,٠٠	٢٥٩,٢٠	٣٢	١,٤٠

فحينئذ اذا فرض ان المطلوب تحميل سقف بمقدار ٢٥٠ كيلوجراما بالنسبة للمتر المربع وكان بعد القطع عن بعضها مساويا الى ٠٫٧٠٠ متر وطولها مساويا الى ٦٫٠٠ متر فانه يوضع

$$ق = ٢٥٠ \times ٠٫٧٠٠ = ١٧٥ \text{ كجراما} \quad ق ل^{٢} = ١٧٥ \times ٦^{٢} = ٦٣٠٠$$

فالعدد الذى يقرب كثيرا من ٦٣٠٠ فى هذا الجدول هو ٥٤٣٣ فبقسمة الفرق وهو ٦٣٠٠-٥٤٣٣=٨٦٧ على ١٥٦٫٨٠ يكون

$$\frac{٨٦٧}{١٥٦٫٨٠} = ٥٫٧٥$$ أو ٦ هو عدد المليمترات اللازم اضافتها على سمك الرأس

ثم ان قطعة الحديد التى كان ثقل المتر فيها ٢٠٫٠ كيلوجراما تزداد بمقدار ١٫٠٩ × ٦ = ٦٫٥٤ ويكون ثقلها الكلى مساويا الى ٢٦٫٥٤ لكن حيث ان قطعة الحديد الجدولى ... لا تزن سوى ٢٢٫٠٠ كجراما وان مقدار ق ل٢ المقابل لها هو ٦٥٠٤ أعنى كبيرا قليلا عن المقدار اللازم فحينئذ يجب استعمال المقدار المذكور

وبهذه الطريقة يؤول الحساب المتشعب فى الظاهر للحدايد التى على شكل I الى حساب ق ل بناء على التكوين البسيط للجدول السابق

ومقدار ق الداخل فى الحسابات يتركب من حمل السقف نفسه ومن الأحمال العارضة وهاك جدولا مشتملا على مقادير ق منقسمة الى أجزائها

المحلات	أشخاص بالمتر المربع	ثقل المتر المربع من البناء والسقف	الحمل العارضي للمتر المربع	مسافة بين القطع	ق بالنسبة للمتر الطولى
	نفر	كيلوجرام	كيلوجرام	متر	كيلوجرام
اود السكن	١٫٣	١٥٠	١٠٠	٠٫٧٠	١٧٥
محلات الاستقبال - صالونات	٣٫٠٠	١٥٠	٢٠٠	٠٫٧٠ ٠٫٦٠ ٠٫٥٠	٢٤٥ ٢١٠ ١٧٥
الصالات الكبيرة	٤٫٠٠	١٥٠	٣٠٠	٠٫٦٠ ٠٫٥٠ ٠٫٤٠	٢٧٠ ٢٢٥ ١٨٠
مكاتب أو محلات شغل	٣٫٠٠	١٥٠	٢٠٠	٠٫٧٠	٢٤٥
صالات اجتماعات	٤٫٦	١٨٠	٣٢٠	٠٫٧٠ ٠٫٦٠ ٠٫٥٥	٣٥٠ ٣٠٠ ٢٧٥
صالات للاجتماعات الكبيرة	٦	١٨٠	٤٢٠	٠٫٧٠ ٠٫٦٠ ٠٫٥٠ ٠٫٤٠ ٠٫٣٥	٤٢٠ ٣٦٠ ٣٠٠ ٢٤٠ ٢١٠
مخازن تجارة مشحونة ببضائع قليلة الثقل	٠٠	٥٠	٤٥٠	٠٫٧٠ ٠٫٥٥ ٠٫٤٥	٣٥٠ ٢٧٥ ٢٢٥
مخازن بضائع ثقيلة - حواصل	٠٠٠	١٠٠	٩٠٠	٠٫٧٠ ٠٫٦٠ ٠٫٥٠	٧٠٠ ٦٠٠ ٥٠٠

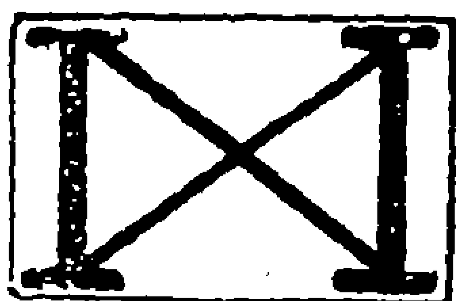
تنبيه — ثقل الانسان أو الشخص الواحد مفروض انه يساوى ٧٠٫٠٠ كيلوجراما

والأسقف

في الأسقف التي من الخشب

العروق أو المربوعات الخشب الداخلة في تركيب الأسقف الخشبية يلزم أن يكون سمكها نصف ارتفاعها تقريبا وقد يكون سمكها ثلث ارتفاعها أيضا الا أن العروق تكون قليلة السمك نوعا ويجب عدم استعمالها بهذه الصفة وتحسب تلك العروق بنفس القواعد المستعملة لحساب القطع الحديدية وباستعمال جدول الأحمال العارضية السابق ذكره بحيث يلزم ان تكون اطراف العروق أو الألسنة الخشبية المستعملة في الأسقف مقاومة لحمل القاطع
ثم أن عدد العروق العرضية يتعين بناء على مجموع الاثقال الواقعة عليها
ويجمع غالبا العروق الخشبية أو القطع الحديدية مع بعضها مثنى لتكون أعتاب جسيمة لحمل الحواجز او خلافها عليها والشكل المستعمل لذلك بالنسبة للحديد هو الصاليب والأطواق الحديد المركبة على الحامى التي توزع الأحمال جيدا على القطعتين المربوطتين معا وذلك كما هو مشاهد من شكل ٢٤

ش ٢٤



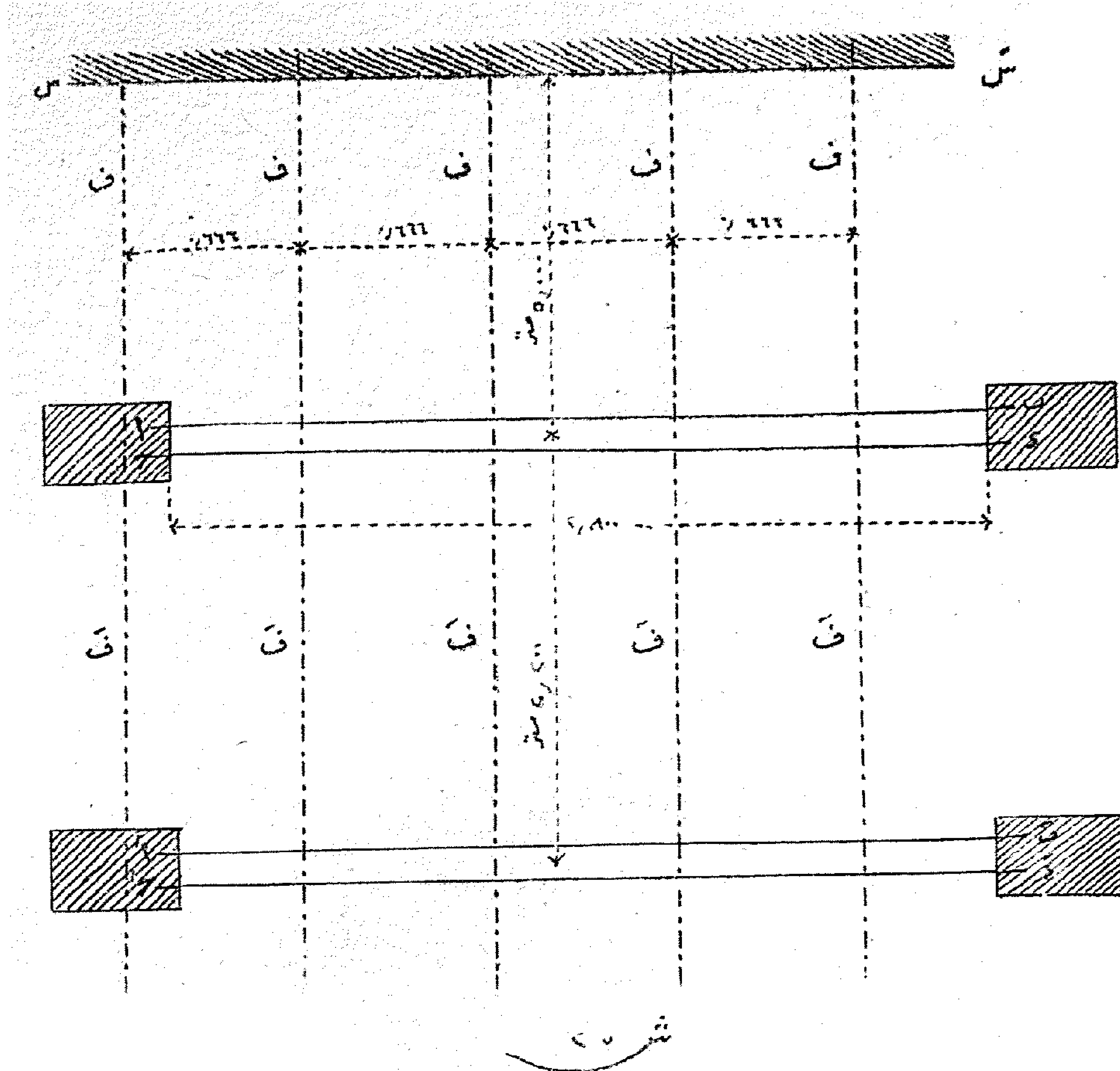
وبناء على المعاليم السابقة فالسقف الذي ثقل المتر المربع منه يساوى ٤٥٠ كيلوجراما وطوله يساوى ٧٫٠٠ متر والقطع فيه متباعدة عن بعضها بمقدار ٠٫٦٠ متر فان قيمته تكون بحسب الاثمان الآتية بالنسبة لجنس تركيبه ويؤدى الى النتائج الآتية أيضا

جنس التركيب	حدايد على شكل I	حدايد قطاعها مستطيلي	خشب
	متر	متر	متر
الارتفاع ب	٠٫٢٦٠	٠٫٢٠٢	٠٫٣٦٧
العرض ع	٠٫٠٦٧	٠٫٠٤٠	٠٫١٢٢
السمك س	٠٫٠١٣	...	...
السهم في الوسط ف	٠٫٠١٠٨	٠٫٠١٥٣	٠٫٠١١٢
الثقل بالنسبة للمتر الطولى	ك جرام ٤٠٫٠٠	ك جرام ٦٢٫٦٠	بلوط
الثقل بالنسبة للمتر المسطح	٦٦٫٦٦	١٠٤٫٢٠	بلوط
ثمن ١٠٠ كيلوجرام مركبة في محلها	فرنك ٣١٫٦٠	فرنك ٢٨٫٠٠	فرنك ١٣٠ الستير
الثمن بالنسبة للمتر المسطح	٢١٫٦٦	٢٩٫٠٥	٩٫٠٠ فرنك

والستير هو حجم المتر المكعب

مثال على حساب الأسقف

لنفرض سقفا مركبا كما هو مبين في شكل ٢٥ الذي فيه اب ، اء هما محورا حديدتين كل منهما على شكل I مرتبطتين مع بعضهما بتسليم ارتباطا جيدا وبالمثل اَبَ ، اَدَ



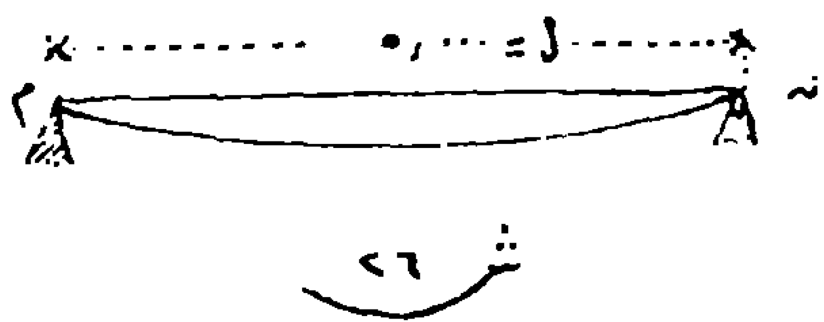
ش ٢٥

والذي فيه ف، ف، ف ....الخ هي محاور حدايد على شكل I موضوعة من أحد طرفيها على الحائط ومرتبطة من الطرف الآخر مع العتب اب

فَ، فَ، فَ ....الخ هي محاور حدايد على شكل I مرتبطة بنهايتيها بالعتبتين اب، اَبَ ونفرض أن الحمل على المتر المربع من السقف هو ٢٥٠ كيلوجراما نحسب الحدايد المختلفة المذكورة

فأولا حساب الحدايد ف

هذه الحدايد يمكن اعتبارها كقطع مرتكزة على نقطتي ارتكاز متباعدتين عن بعضهما بمقدار ٥ر٠٠ متر كما في شكل ٢٦ وحملها بالنسبة للمتر الطولي بثقل قدره


ش ٢٦

قَ = ق + ٠ر٦٦٦ × ٢٥٠

الذي فيه ق رمز لثقل المتر الطولي من العتب أو يكون

قَ = ق + ١٦٦ر٥٠ ك جرام

وحيث ان عزم الكسر الأعظم ما يمكن يكون في وسط العتب فمقداره يكون

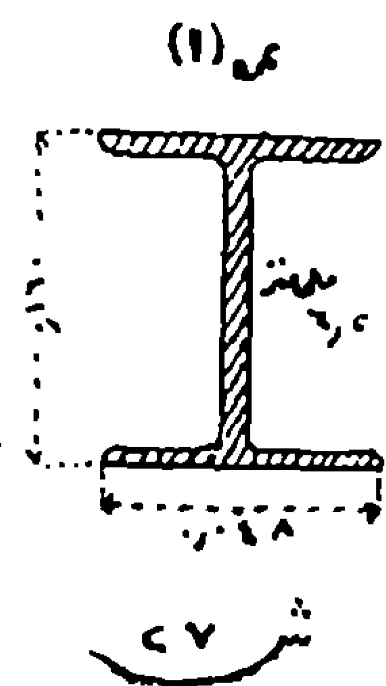
ع = $\frac{1}{8}$ ل (ق + ١٦٦ر٥٠) أو

ع = $\frac{1}{8}$ × ٢٥ (ق + ١٦٦ر٥٠) أو

ع = ٣ر١٢٥ (ق + ١٦٦ر٥٠)

وحيث كان م = $\frac{ع ء}{ى}$ فيحدث

ع = م × $\frac{ى}{ء}$


ش ٢٧

فبالنسبة للأعتاب نمرة شكل ٢٧ المأخوذة من جدول أحد الفابريقات يكون

ق = ١٤ر٥ كيلوجرام ومنها ينتج

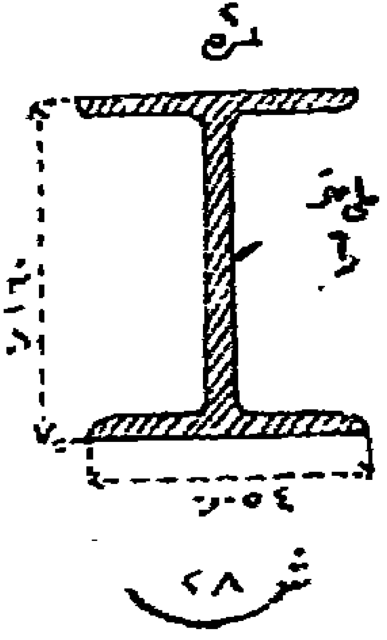
ع = ٥٦٥ر٣١٢٥ أ

$\frac{ى}{ء}$ = ٠ر٠٠٠٠٧٨٩٣٢ أو

٥٦٥ر٣١٢٥ =

٣١٢٥ ر ٥٦٥ = م × ١٠^٦ × ٣٢ ٧٨٩ ....٠ ر٠ ومنها يحدث

م = ٧٫٢٠ ك جراما بالنسبة لليليمتر المربع



وأما بالنسبة للاعتاب نمرة شكل ٢٨ بالجدول المذكور يكون

ن = ١٦٫٠٠ كجراما ومنها

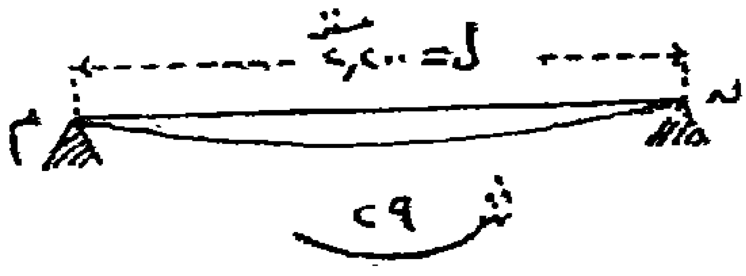
ع = ٥٧٠ ، م = ٥٧٠ / (٠٫٠٠٠٠٩١٧٤٩ × ١٠^٦) = ٦٫٢٠ كجراما

بالنسبة لليليمتر المربع

شكل ٢٨

ثانيا - حساب الحدايد ف

هذه الحدايد يمكن اعتبارها كقطع مرتكزة على نقطتى ارتكاز متباعدتين عن بعضهما بمقدار ٢٫٠٠ متر كما فى شكل ٢٩ ويحمل كل منها بالنسبة للمتر الطولى بحمل قدره



ن' = ن + ٠٫٦٦٦ × ٢٥٠ أو

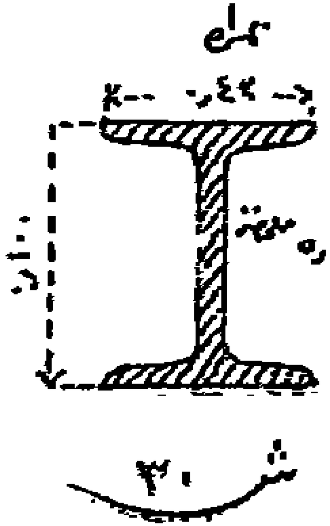
ن' = ن + ١٦٦٫٥٠

شكل ٢٩

وعزم الكسر الاعظم ما يمكن يكون فى منتصف العتب ومقداره هو

ع = ⅛ ل (ن + ١٦٦٫٥٠) أو

ع = ⅛ × ٢٫٢٠^٢ (ن + ١٦٦٫٥٠) أو



ع = ٠٫٦٠٥ (ن + ١٦٦٫٥٠) أو

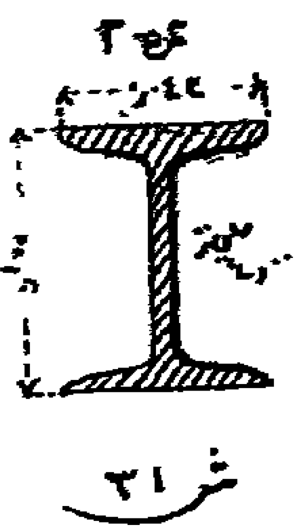
ع = م × ث/ى = ٠٫٦٠٥ (ن + ١٦٦٫٥٠)

فبالنسبة للعتب نمرة ١ شكل ٣٠ بالجدول المذكور يكون ن = ٨٫٠٠ كيلوجراما

ويكون ع = ١٠٦٫٠٢ ويكون ث/ى = ٠٫٠٠٠٠٣١٦٥٨٩ وحينئذ

شكل ٣٠

يكون م = ١٠٦٫٠٢ / (٠٫٠٠٠٠٣١٦٥٨٩ × ١٠^٦) = ٣٫٣٦ ك جراما بالنسبة لليليمتر المربع



وبالنسبة للعتب نمرة ٢ شكل ٣١ بالجدول المذكور يكون

ن = ٨٫٥ كيلوجرام ويكون ع = ١٠٦٫٠٢ ،

ث/ى = ٠٫٠٠٠٠٢٩١٦٤ وحينئذ يكون

شكل ٣١

م = ١٠٦٫٠٢ / (٠٫٠٠٠٠٢٩١٦٤ × ١٠^٦) = ٣٫٧٠ ك جرام بالنسبة لليليمتر المربع

ثالثا - حساب الحدايد ا ب ، حـ ء ، أَ بَ ، حـَ ءَ

حيث ان هذه الحدايد مجتمعة مع بعضها مثنى بحيث ينشأ عن كل اجتماع عتب واحد فحينئذ يمكن اعتبار كل مجموع عتبين كعتب مرتكز على نقطتين متباعدتين عن بعضهما بمقدار ٢٫٨٠ متر كما فى شكل ٣٢ ويحمل اولا بالثقل ن بالنسبة للمتر الطولى من مجموع العتبين الاصليين وثانيا بحملة قوى متساوية كل منها مساو الى ق ومقدارها هو

ق = ½ × ٠٫٦٦٦ (١٫٠٠ + ٢٫٢٠) ٢٥٠ أو

ق = ٢٦٠٫٠ كيلوجرام وذلك بالنسبة للعتب الكلى اب ا حـ ء

وعزم الكسر الأعظم ما يمكن يكون في القطاع الموجود في منتصف العتب ومقداره هو

$$ع = ر' \times \frac{ل}{٢} - ه \frac{ل}{٢} \times \frac{ل}{٤} - ب_١ (ح - \frac{ل}{٢}) - ب_١ (ء - \frac{ل}{٢})$$

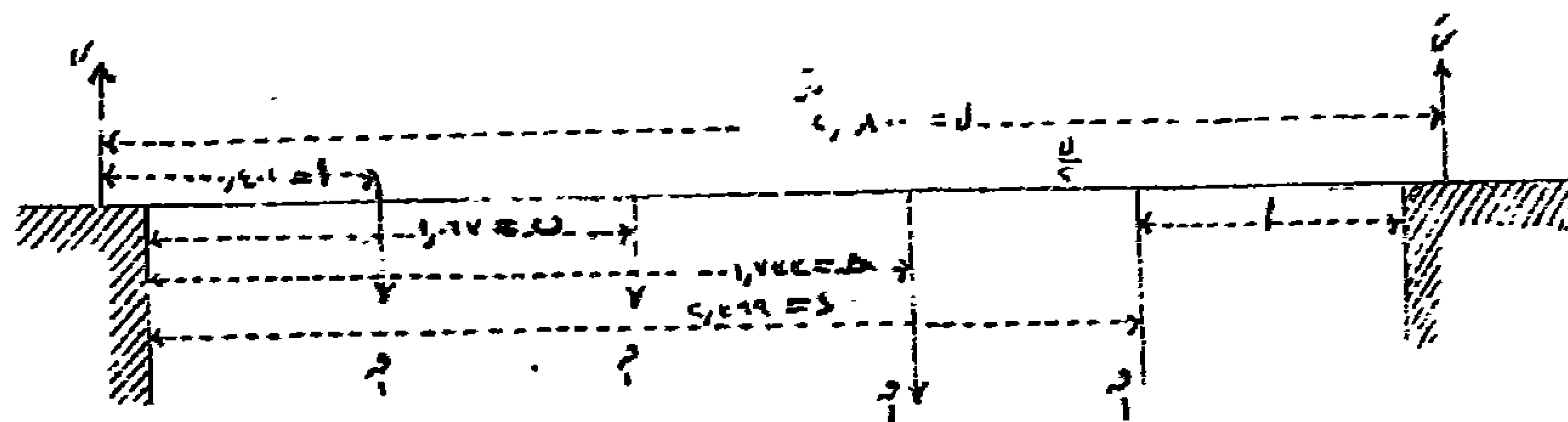
وحيث أن $ر = ر' = \frac{هل}{٢} + ٢ب_١$ يكون

$$ع = \frac{هل^٢}{٨} + ب_١ (٢ل - ح - ء)$$ أو

$$ع = \frac{١}{٨} ه \times \overline{٢ر٨}^٢ + ب_١ (٥ر٦٠ - ١ر٧٣٣ - ٢ر٣٩٩)$$ أو

$$ع = ٠ر٩٨ ه + ٦٠٠ \times ١ر٤٦٨$$ أو

$$ع = ٠ر٩٨ ه + ٨٨٠ر٨$$



ش ٣٢

وثقل كل من العتبتين الاصليتين المكونين للعتب الكلي المبين في شكل ٣٣ بالنسبة للمتر الطولي بناء على جدول الفابريقة هو ١٤ر٥٠ كيلوجراما حينئذ يكون

$ه = ٢٩ر٠٠$ كيلوجراما ويكون

$ع = ٩٠٩ر٢٢$ وحينئذ يكون

$م \times ٢ \times \frac{ے}{ء} = ع$ ولكن

$\frac{ے}{ء} = ٠ر٠٠٠٠٧٨٩٣٢$ فحينئذ يكون

$$٢م = \frac{٩٠٩ر٢٢}{٠ر٠٠٠٠٧٨٩٣٢ \times ١٠^٦}$$ أو

$$٢م = \frac{٩٠٩ر٢٢}{٧٨ر٨٣٢} = ١١ر٥٢$$ أو

$م = ٥ر٧٦$ كيلوجرام بالنسبة للمليمتر المربع

ش ٣٣

وقياسا على ذلك يحسب العتب الكلي ٢ ں وح ء وهكذا

ويمكن حساب سهم الانحناء من القانونين الآتيين

$$ف = \frac{٥}{٢٤} \times \frac{ه}{و ے} (\frac{ل}{٢})^٤ \ldots\ldots (١)$$ وهو بالنسبة للعتب المركز على نقطتين بالحرية

$$ف = \frac{١}{٢٤} \times \frac{ه}{و ے} (\frac{ل}{٢})^٤ \ldots\ldots (٢)$$ وهو بالنسبة للعتب المثبت في نقطتي ارتكاز

اللذين فيهما ف رمز لسهم الانحناء ، ه رمز للحمل الموزع بانتظام على المتر الطولي الناتج عن الحمل المستديم والحمل العارضي معا ، ل رمز لطول العتب ، و رمز لمعامل المرونة ، ے رمز لعزم قصور القطاع

ومسألة حساب سهم الانحناء مهمة جدا في التسقيف حيث أنه يلزم أن لا يزيد سهم الانحناء الاعظم ما يمكن عن المقدار الناتج من الحساب

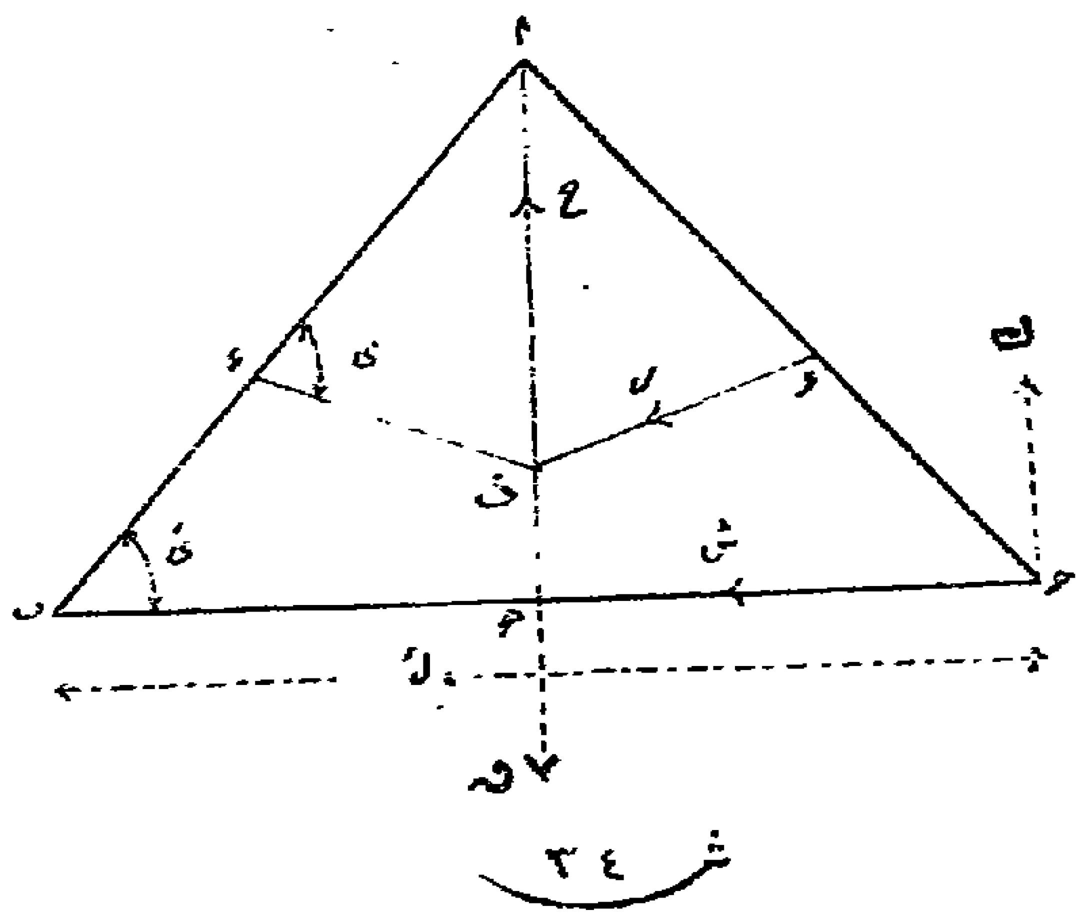
فى حساب الجلونات الخشبية والمعدنية

حيث أن الجلونات تصنع على جملة اشكال فنتكلم على المهم منها فنقول

الشكل الأول ـ لحساب هذا الشكل من الجلونات المركب كما فى شكل ٣٤ من ضلعين مائلين اب، اح ومن ذراعين ف و، ف ء ومن شداد ب ح ومن قائم اهـ

نفرض ان سعة الفتحة هى ٢ لَ وان قه هو الثقل الواقع فى منتصف الشداد وان قَ هو الحمل الموزع بانتظام على المتر الطولى من الافقى ونقطع النظر عن ثقل الذراعين والقائم ونرمز بحرف ر للضغط الواقع على الذراع وبحرف ش لشد الشداد وبحرف ح لشد القائم اعلى نقطة ف

ولنعتبر نصف الجلون فيرى ان الثقل الرأسى قَ لَ يحدث على الضلع المائل ضغطا طوليا قدره قَ لَ حا ىَ وقوة عمودية موزعة بانتظام مقدارها قَ لَ حتا ىَ وحيث ان



الذراع يسند الضلع المائل فى منتصفه تقريبا ويلزم ان يكون فيه الصلابة الكافية لثبات النقطة و فحينئذ يمكن اعتبار الضلع المائل كخشب ذى فتحتين متساويتين ويكون عزم الانحناء فى نقطة الارتكاز المتوسطة بعد الرمز لطول كل من الفتحتين المذكورتين بحرف لً والحمل بالنسبة للمتر الطولى بحرف قً هو

$$\text{ع}_{\text{م}} = \frac{1}{8}\,\text{قً}\,\text{لً}^{2}$$

وعزم الانحناء فى نقطة حيثما اتفقت من الفتحتين المذكورتين هو

$$\text{ع} = -\frac{3}{8}\,\text{قً}\,\text{لً}\,\text{س} + \frac{1}{2}\,\text{قً}\,\text{س}^{2}$$

وحيث ان الحمل القاطع هو مشتقة ع بدلالة س فاذا رمز له بالرمز ك يكون

$$\text{ك} = -\frac{3}{8}\,\text{قً}\,\text{لً} + \text{قً}\,\text{س}$$

وبجعل س = ٠، س = لً على التوالى وتعويض قً بالمقدار قَ حتا ىَ، لً بالمقدار $\frac{\text{لَ}}{2\,\text{حتا ىَ}}$ يكون مقدار كل من ردى الفعلين العموديين على الضلع المائل فى النهايتين ا، ح هو

$$\frac{3}{16}\,\text{قَ}\,\text{لَ}\,\text{حتا ىَ}$$

ومقدار رد الفعل اسفل الذراع فى نقطة و هو

$$\frac{5}{8}\,\text{قَ}\,\text{لَ}\,\text{حتا ىَ}$$

وحيث ان الذراع ليس مضغوطا الا فى نهايتيه فالقوى الواقعة عليه تؤول الى ضغط واحد ر متجه فى اتجاه محوره وحينئذ يكون

$$\text{ر حا ىَ} = \frac{5}{8}\,\text{قَ}\,\text{لَ}\,\text{حتا ىَ} \quad \ldots\ldots (1)$$

ومن هذه المعادلة يحسب مقدار ر

وحينئذ تكون النهاية ح متأثرة بثلاث قوى هى ١) ش ، $\frac{3}{16}$ قَ لَ حتا ىَ التى يلزم ان تكون متزنة ويحدث

لـَ حا ى َ - ش حا ى َ = ٣/١٦ ق ل حا ى َ ..... (٢)

وحيث ان الجزء ف ه من القائم يلزم أن يحمل الشداد بحيث تكون النقطة ه ثابتة فحينئذ باعتبار الشداد كعتب ذى فتحتين يرى ان شدته فى الجزء ف ه هى ٥/٨ د ه وبناء على توازن القوى الخارجة مع الشداد يكون

٢ لـَ - ٢ ق لَ = ٥/٨ د ه أو

لـَ = ق لَ + ٥/١٦ د ه .... (٣)

و لـَ ليست هى رد فعل البناء على الجملون بل هى رد الفعل الواقع من الشداد على الضلع المائل وأما رد الفعل الواقع من البناء فأنه يساوى بداهة نصف الحمل الكلى

وحيث ان الشد فى الجزء العلوى من القائم تزيد عن الشدة فى جزئه السفلى بمقدار المركبتين الرأسيتين للقوى المؤثرة فى محورى الذراعين فحينئذ يكون

ح = ٥/٨ د ه + ٢ س حا (ى - ى َ) .... (٤)

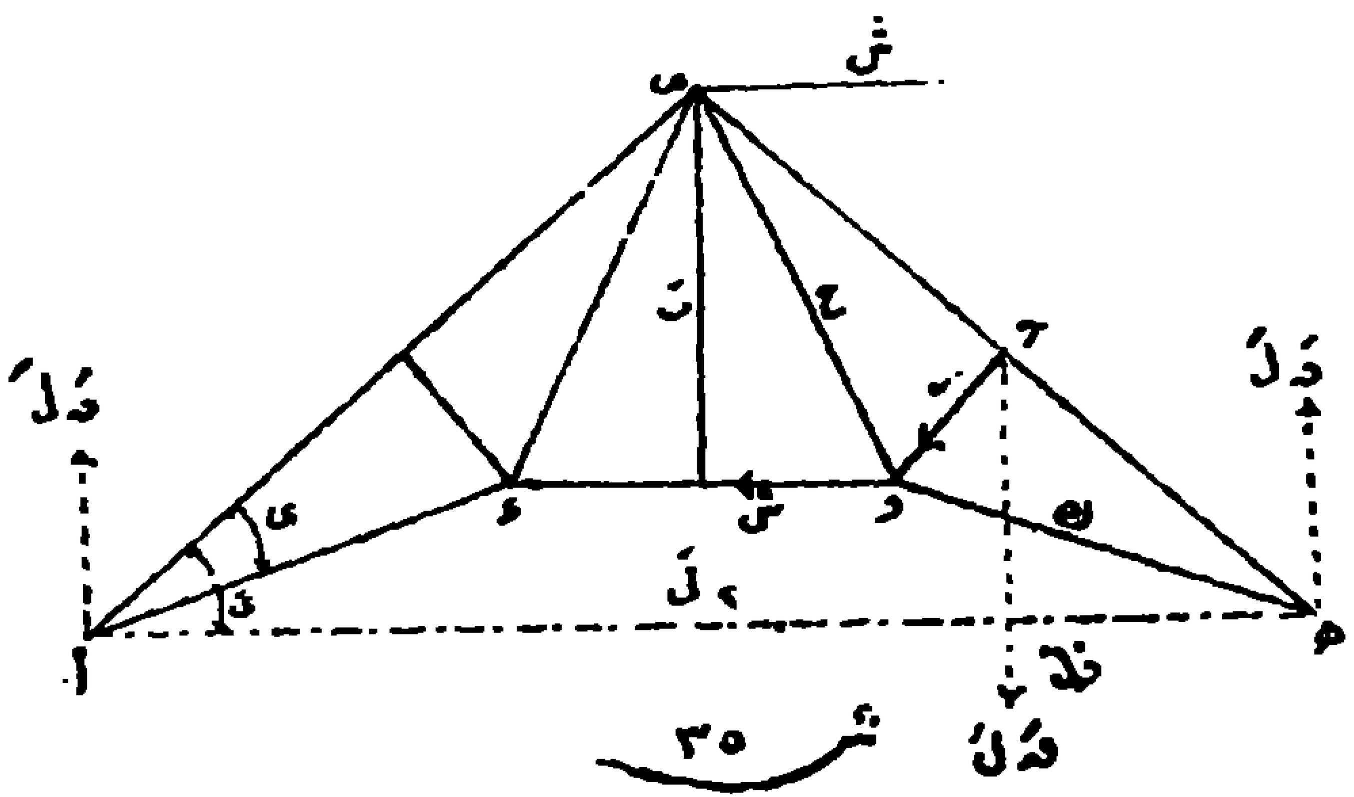
وبواسطة معادلات (١) و (٢) و (٣) و (٤) تتعين مقادير س ، لـَ ، ش ، ح مع ملاحظة ان ش هى أيضا الدفع الأفقى المؤثر فى رأس الجملون

وحيث ان الضلع المائل متأثر فى آن واحد بقوى لحنا، وبقوى ضغط فى اتجاه محوره فقطاعه يلزم ان يكون متغيرا لكن يجعل عادة ثابتا مع مراعاة أكبر القوى المتأثر بها

الشكل الثانى للجملون وهو المسمى بشكل المهندس بولونسو

قد ينشأ كثيرا فى سقائف محطات السكك الحديد شكل الجملون اختراع المهندس بولونسو وهذا الشكل اما أن يكون بتمامه من المعدن أو من الخشب والمعدن معا ويسمح باحيان سعة كبيرة ومنظره ليس جيا

وجملون بولونسو المبين فى شكل ٣٥ يتركب من ضلعين مائلين مرتبط كل منهما ارتباطا مفصليا من منتصفه بذراع من الحديد الزهر د و عمودى عليه والطرف الآخر من الذراع مرتبط ارتباطا مفصليا أيضا بشدادين من الحديد و ه ، و ب رابطين الذراع المذكور بالضلع المائل السالف ذكره



والغرض من هذا التركيب تحويل الضلع المائل الى نوع عتب مسلح

والرأسان و ، ء للذراعين مجتمعان بشداد افقى من الحديد الذى يمكن جعل شدته بحيث تكون كافية لاعدام مدافعة الجملون على نقطتى الارتكاز ا ، ه اللتين يؤثر فى كل منهما فقط رد الفعل الرأسى ق لَ المساوى لنصف ثقل الجملون بقطع النظر عن اثقال الشدادات والذراعين

ومن

ومن جهة أخرى فان الثقل ق ل لنصف الجملون يؤثر فى نقطة ح وحينئذ فالقوتان الرأسيتان تؤولان الى ازدواج قوته ق ل وذراع رافعته ½ ل

وعزم الازدواج المذكور يكون ½ ق ل² وحينئذ لحصول التوازن يلزم مساواته بالعزم الناتجة من القوى الافقية وهى أولا رد الفعل أو الدفع ش لنصف الجملون الايسر على نصفه الايمن وثانيا الشد ش للشداد الافقى الجامع لنصفى الجملون مع بعضهما وهاتان القوتان تكونان ازدواجا عزمه يساوى ش م وحينئذ يحدث

$$\frac{1}{2}\ ق\ ل^2 = ش\ م$$

والشد ش يلزم ان يكون حاصلا من الشداد وحينئذ فتزنق بريمة الشداد المذكور لحصول على هذا الشد ويجعل احدى النهايتين ا للجملون على دواليب بحيث لا يحدث قط رد فعل افقى من نقطة الارتكاز والشداد يأخذ حينئذ شدته المناسبة بالطبع

وكذا الشدادان وب ، وهو يمكن زنقها بحسب الارادة ومتى وضع الجملون فى محله يصير تنظيمها بحيث يرتكز الذراع الزهر وح على الضلع المائل بقوة كى يمكن اعتبار النقطة ح كنقطة ثابتة

وحينئذ يصير الضلع المائل عتبا ذا فتحتين متساويتين والقوة القاطعة ر على نقطة الارتكاز المتوسطة تكون مساوية الى

$$\frac{5}{8}\ ق\ لَ\ حا\ ىَ$$

وعلى نقطتى الارتكاز المتطرفتين تكون مساوية الى

$$\frac{3}{16}\ ق\ لَ\ حا\ ىَ$$

وحينئذ يكون

$$\frac{3}{16}\ ق\ لَ\ حا\ ىَ = ق\ لَ\ حا\ ىَ - ك\ حا\ ى$$

ومن هذه المعادلة يستخرج مقدار ك الذى هو عبارة عن رد فعل الشداد اء او هو على الجملون وكذا باسقاط جميع القوى المتقاطعة فى نقطة ب الواقعة على نصف الجملون على محور عمودى على الضلع المائل يحدث

$$ش\ حا\ ىَ - ح\ حا\ ى = \frac{3}{16}\ ق\ لَ\ حا\ ىَ$$

ومنها يستخرج مقدار ح

وحينئذ تكون جميع المعاليم اللازمة لحساب القطع معلومة ماعدا الضلع المائل المتأثر فى آن واحد باحمال ضغوط وبأحمال انثناء فانه يكتفى بحسابه لاجل عدم تشحب المسألة باعتباره كعتب ب هو مرتكز على نقطتى ارتكاز ومتأثر بحمل عمودى منتظم مقداره ق حا ىَ بالنسبة للمتر الطولى

وفى الواقع فان الحسابات السابقة تؤدى الى صلابة نظرية لا توجد فى العمل مطلقا ويلزم تجديد الجملون زمنا فزمنا بسبب تغير درجة الحرارة وحينئذ يلزم ان يترك لاحدى نهايتى الجملون مسافة افقية

قليلة ليحصل فيها التمدد

ومتى استعمل شداد طويل افقى فانه يكون له بسبب ثقله منهم انحناء محسوس تأثيره ردئ ويمكن اعدام هذا السهم بواسطة قائم نازل من الرأس ب بحيث يكون كافيا لمقاومة $\frac{٥}{٨}$ حمل الشداد كما ذكر

الشكل الثالث للجملون

فى حالة ما تكون الفتحات كبيرة جدا فانه يستعمل جملون بولونسو على صورة كثيرة التركيب كما هو مشاهد من شكل ٣٦ وفيه ينقسم الضلع المائل الى اربعة اقسام متساوية وتسند نقط التقاسيم بأذرعة من الحديد الزهر والذراع المتوسط يرتبط بنهايتى الضلع المائل بشدادين وأما الأذرعة الأخرى فانها ترتبط بنهايتيها مع منتصف الضلع المائل المذكور

ومن المعلوم ان مقدار عزم القوى الرأسية الخارجة هو دائما مساوٍ الى $\frac{١}{٢}$ ق ل^٢ وعزم القوى الافقية هو ش ت فحينئذ يكون

$$ش = \frac{ق ل^٢}{٢ت}$$

ش ٣٦

ويرى فى هذه الحالة أن الضلع المائل ب هـ عبارة عن عتب ذى اربع فتحات متساوية وحينئذ بتطبيق نظرية العزم مع استعمال القانونين العموميين الخاصين بها على الضلع المائل المذكور يحدث

$$ر = \frac{١٣}{٥٦} ق ل حاى ، ر' = \frac{٢}{٧} ق ل حاى ، ر'' = \frac{١١}{١١٢} ق ل حاى$$

وبوضع شرطى توازن القوى الخارجة الواقعة فى كل من نقطتى هـ و ا يكون

$$\frac{١١}{١١٢} ق ل حاى = ق ل حاى - ك حاى ، \frac{١١}{١١٢} ق ل حاى = ش حاى - ح حاى$$

ومن هاتين المعادلتين يستخرج مقدار ك ، ح وبوضع شروط توازن القوى الواقعة فى نقطتى ف ، د أعنى بجعل كل من مجموع مساقط القوى على محورين احدهما موازٍ للضلع المائل والثانى عمودى عليه مساويا للصفر تحدث اربع معادلات يستنتج منها الثلاث معادلات الآتية وهى

$$ك' = \frac{١}{٧} ق ل \frac{حاى}{حاى} ، ك'' = \frac{٨٥}{١١٢} ق ل \frac{حاى}{حاى} ، ح' = \frac{١}{حاى} [ش حاى - \frac{٢٧}{١١٢} ق ل حاى]$$

والضغط م للذراع الوسطى يتحصل بملاحظة ان محصلة الثلاث قوى م ، ك'' ، ح' مساوية ومضادة للحمل القاطع ر وحينئذ يكون

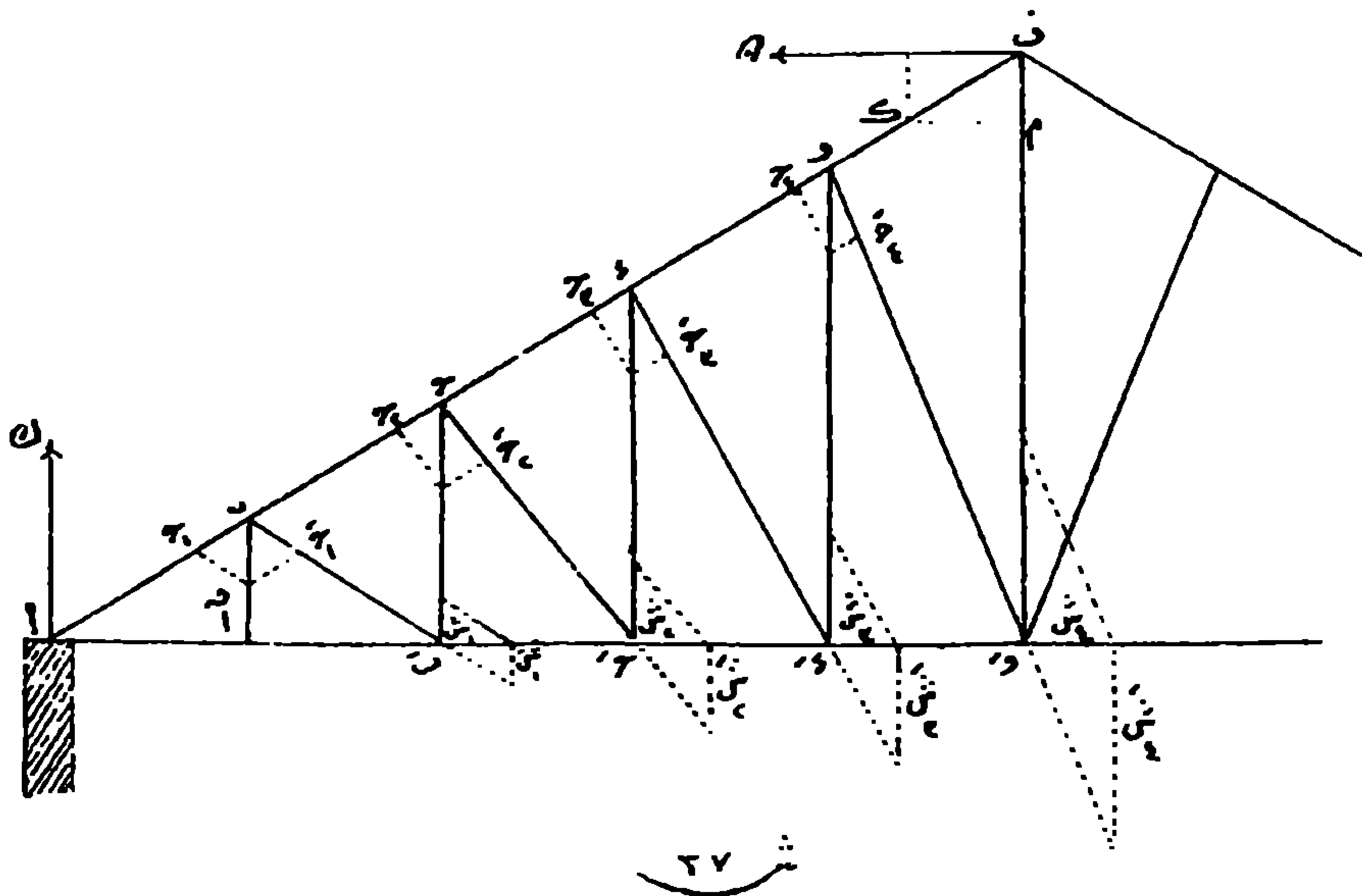
$$م = \frac{٢٩}{٥٦} ق ل حاى$$

وقد نتج من الحسابات أنه بالنسبة للحمل الواحد تكون الجملونات أخف كلما كانت الزاوية ى قريبة من ٤٥°

الشكل

الشكل الرابع للجملون

ويوجد شكل رابع للجملون مستعمل فى المانيا كما فى شكل ٣٧ يسمح لعمل الجملونات بفتحات عظيمة جدا ويفرض فى هذا الجملون ان الاحمال واقعة فى ب ، ح ، ء ، و ، ف التى هى نقط تأثير المربوعات والشدادات والاذرعة ويفرض حينئذ تساوى هذه الاثقال حيث أن المربوعات موضوعة على أبعاد متساوية من بعضها (ويمكن عدم وضع المربوعات على أبعاد متساوية من بعضها ومع ذلك لا يحصل تغيير فى طريقة الحساب) واخيرا يسلم باعتبار الجملون كجملة متعشقة حتى يمكن تحليل القوى الضرورية للحصول على مقادير الشد والضغوط



شكل ٣٧

اذا تقرر هذا يقال ان الثقل ب يحدث فى اتجاهى ب ا ، ب بَ ضغطين ج١ ، جَ وبنقل القوة الأخيرة فى بَ فانها تحدث فى اتجاه بَ ا شدا قدره ش١ وفى اتجاه بَ ح شدا قدره شَ وبنقل هذا الشد فى ح وضم الثقل ب اليه فأن المحصلة تحدث فى اتجاه ح ب ضغطا قدره ج٢ وفى اتجاه ح حَ ضغطا قدره جَ وبنقل الضغط المذكور فى حَ واجراء العمل كما سبق الى نقطة وَ والحصول على مقدارى الشدين ش٤ ، شَ ثم نقل ش٤َ فى ف وضم الثقل ب اليه تحصل قوة ف م وبتحليل هذه المحصلة وورد الفعل الافقى ? للضلع المائل الثانى معا ينتج ضغط الضلع المائل الأول وهو ف ك = ك على جميع الطول ف و وبالمثل يكون فى نقطة وَ شد الشداد ش = ?

وينتج من ذلك التوزيع الآتى للقوى وهو بالنسبة للضلع المائل

ضغوط فى الطول ف و ... ك

« « و ء ... ك + ج٤

« « ء ح ... ك + ج٤ + ج٣

« « ح ب ... ك + ج٤ + ج٣ + ج٢

« « ب ا ... ك + ج٤ + ج٣ + ج٢ + ج١

شدود الشداد

فى وَ ... ش

فى الطول وَ ء ... ش + ش٤

في الطول ءَ حَ ... $ش + ش_{٤} + ش_{٣}$

" حَ بَ ... $ش + ش_{٤} + ش_{٣} + ش_{٢}$

" بَ ١ ... $ش + ش_{٤} + ش_{٣} + ش_{٢} + ش_{١}$

ضغوط الأذرع

ذراع ب بَ ... $ج_{١}$

ذراع ح حَ ... $ج_{٢}$

ذراع ء ءَ ... $ج_{٣}$

ذراع و وَ ... $ج_{٤}$

شدود القوائم الرأسية

الشدود الواقعة في ب .... صفر

" " ح .... $ش_{١}$

" " ء .... $ش_{٢}$

" " و .... $ش_{٣}$

" " ف .... $ش_{٤}$

ويلزم ان يلاحظ بالنسبة للشد الأخير ان شدته الحقيقية هي $٢ ش_{٤}$ بسبب الذراع المماثل للذراع و وَ المؤثر على الذراع و وَ المذكور

وهذه الطريقة يمكن تطبيقها بالمثل على الجلونات التي من هذا القبيل وشدادها ليس افقيا ويمكن تطبيقها أيضا على الحالة التي يكون فيها الحمل موزعا بانتظام على الضلع المائل مع فرض ان النقط ٢ ، ب ، ح ، ء ، و ، ف تكون على خط مستقيم واحد

وحينئذ يلزم ان تحسب بناء على عدد الفتحات ردود افعال نقط الارتكاز التي تعطى مقادير القوى $ق_{١}$ $ق_{٢}$ $ق_{٣}$ ، $ق_{٤}$ ، $ق_{٥}$ فتعين عزم الانحناء

وفي مثل هذه الحالة تحدد عزم الانحناء في النقط المختلفة بمنحنى قطع مكافئ معادلته على العموم هي

$$ع = \frac{١}{٢} قَ س^{٢}$$

وبعد تعيين عزم الانحناء على نقط الارتكاز يوضع القطع المكافئ في النقط المناسبة كما أجرى ذلك فيما سبق على تطبيق حساب المقاومة على القناطر

لكن في هذه الحالة قانون كلابيرون يمكن اختصاره لان القانون المذكور هو

$$٤ ل_{١} ع + ٨ (ل_{١} + ل_{٢}) ع_{١} + ٤ ع_{٢} ل_{٢} = قَ ل_{١}^{٣} + قَ ل_{٢}^{٣}$$ ويؤول الى

$$٤ ل ع + ١٦ ل ع_{١} + ٤ ل ع_{٢} = ٢ ٢$$

بجعل $٢ = قَ ل_{١}^{٣} = قَ ل_{٢}^{٣}$ وبسبب أن

$ل_{١} = ل_{٢} =$

$$ل_{١} = ل_{٢} = ل \quad ، \quad قَ_{١} = قَ_{٢}$$

وبالنسبة للأربع فتحات تكون مقادير عزم الانحناء على نقط الارتكاز هى

$$ع_{٠} = ع_{٤} = ٠ \quad ، \quad ع_{١} = ع_{٣} \quad ، \quad ع_{٢}$$

ولايوجد حينئذ سوى مجهولين ويكفى وجود المعادلتين

$$١٦ \, ل \, ع_{١} + ٤ \, ل \, ع_{٢} = ٢٢ \quad \ldots\ldots \quad (١) \quad و$$

$$٨ \, ل \, ع_{١} + ١٦ \, ل \, ع_{٢} = ١٢ \quad \ldots\ldots \quad (٢)$$

لكن معادلة (١) تؤول الى

$$٨ \, ل \, ع_{١} + ٢ \, ل \, ع_{٢} = ١١$$

وبطرح هذه المعادلة من معادلة (٢) يحدث

$$١٤ \, ل \, ع_{٢} = ١ \quad أو$$

$$ع_{٢} = \frac{١}{١٤ \, ل}$$

وحينئذ يكون

$$ع_{١} = \frac{٢٢ - \frac{٤}{١٤}}{١٦ \, ل} = \frac{٣٠٤}{٢٢٤ \, ل} = \frac{٣٨}{٢٨ \, ل}$$

أو

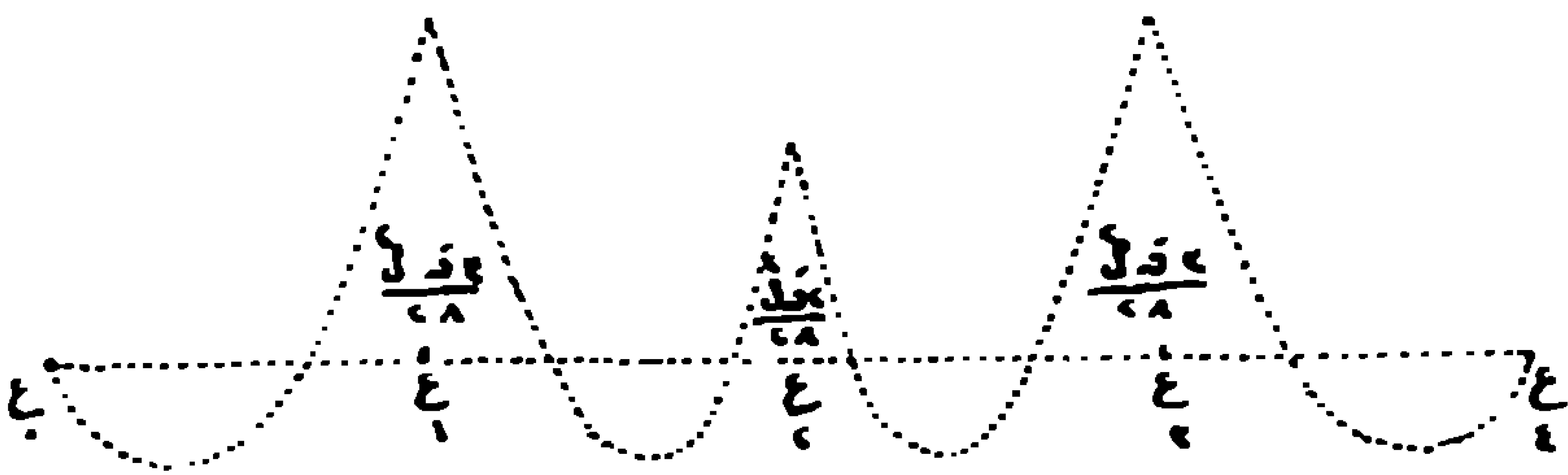
$$ع_{١} = \frac{٣٨ \, قَ \, ل^{٣}}{٢٨ \, ل} = \frac{٣٨ \, قَ \, ل^{٢}}{٢٨}$$

وبناء على هذه المعادلة يكون

$$ع_{٢} = \frac{قَ \, ل^{٣}}{١٤ \, ل} = \frac{٢ \, قَ \, ل^{٢}}{٢٨}$$

وهذا يؤدى الى النتائج الموضحة بالشكل ٣٨ بالنسبة للأربع فتحات

ويلزم الحصول على الخصوص على الأحمال القاطعة لتعيين ردود افعال نقط الارتكاز لكن بالنسبة لنقطة حيثما اتفقت يكون بالنسبة للفتحة الأولى



ش ٣٨

$$ع = ع_{٠} + \frac{س}{ل}(ع_{١} - ع_{٠}) + \frac{١}{٢} قَ \, س^{٢} - \frac{١}{٢} قَ \, ل \, س$$

ومن هذه المعادلة بأخذ المشتقة برتبة اولى يحدث مقدار الحمل القاطع ح مبينا بالمعادلة

$$ح = \frac{قَ \, ل}{٢} - \frac{ع_{١} - ع_{٠}}{ل} - قَ \, س$$

بعد تغيير اشارة الطرفين

ومن هذه المعادلة بالنسبة لمبدأ الفتحة الذى فيه س = ٠ يحدث

$$ح_{٠} = \frac{قَ \, ل}{٢} - \frac{ع_{١} - ع_{٠}}{ل}$$

وبالنسبة للنهاية الثانية للفتحة التي فيها س = ل يكون

$$\text{ح}' = \frac{\text{ق د ل}}{\text{٢}} - \frac{\text{ع}_{\text{ن}} - \text{ع}}{\text{ل}} - \text{ق د ل} = -\frac{\text{ق د ل}}{\text{٢}} - \frac{\text{ع}_{\text{ن}} - \text{ع}}{\text{ل}}$$

والكمية $\frac{\text{ق د ل}}{\text{٢}}$ = ب داخلة في الحساب بالنسبة لجميع الفتحات وحينئذ

فبالنسبة للفتحة الاولى يكون $\frac{\text{ع}_{\text{١}} - \text{ع}}{\text{ل}} = \frac{\text{٣ ق د ل}}{\text{٢٨}}$

وبالنسبة للفتحة الثانية $\frac{\text{ع}_{\text{٢}} - \text{ع}_{\text{١}}}{\text{ل}} = -\frac{\text{ق د ل}}{\text{٢٨}}$

وبالنسبة للفتحة الثالثة $\frac{\text{ع}_{\text{٣}} - \text{ع}_{\text{٢}}}{\text{ل}} = \frac{\text{ق د ل}}{\text{٢٨}}$

وبالنسبة للفتحة الرابعة $\frac{\text{ع}_{\text{٤}} - \text{ع}_{\text{٣}}}{\text{ل}} = -\frac{\text{٣ ق د ل}}{\text{٢٨}}$

وحينئذ يكون

بالنسبة للفتحة الاولى:

$$\text{ح}'_{\text{١}} = \frac{\text{ق د ل}}{\text{٢}} - \frac{\text{٣ ق د ل}}{\text{٢٨}} = \frac{\text{٢٢ ق د ل}}{\text{٥٦}}$$

$$\text{ح}''_{\text{١}} = -\frac{\text{ق د ل}}{\text{٢}} - \frac{\text{٣ ق د ل}}{\text{٢٨}} = -\frac{\text{٣٤ ق د ل}}{\text{٥٦}}$$

وبالنسبة للفتحة الثانية:

$$\text{ح}'_{\text{٢}} = \frac{\text{ق د ل}}{\text{٢}} + \frac{\text{ق د ل}}{\text{٢٨}} = \frac{\text{٣٠ ق د ل}}{\text{٥٦}}$$

$$\text{ح}''_{\text{٢}} = -\frac{\text{ق د ل}}{\text{٢}} + \frac{\text{ق د ل}}{\text{٢٨}} = -\frac{\text{٢٦ ق د ل}}{\text{٥٦}}$$

وبالنسبة للفتحة الثالثة:

$$\text{ح}'_{\text{٣}} = \frac{\text{ق د ل}}{\text{٢}} - \frac{\text{ق د ل}}{\text{٢٨}} = \frac{\text{٢٦ ق د ل}}{\text{٥٦}}$$

$$\text{ح}''_{\text{٣}} = -\frac{\text{ق د ل}}{\text{٢}} - \frac{\text{ق د ل}}{\text{٢٨}} = -\frac{\text{٣٠ ق د ل}}{\text{٥٦}}$$

وبالنسبة للفتحة الرابعة:

$$\text{ح}'_{\text{٤}} = \frac{\text{ق د ل}}{\text{٢}} + \frac{\text{٣ ق د ل}}{\text{٢٨}} = \frac{\text{٣٤ ق د ل}}{\text{٥٦}}$$

$$\text{ح}''_{\text{٤}} = -\frac{\text{ق د ل}}{\text{٢}} + \frac{\text{٣ ق د ل}}{\text{٢٨}} = -\frac{\text{٢٢ ق د ل}}{\text{٥٦}}$$

ومن هذه المقادير نستنتج المقادير المطلقة لردود الافعال على نقط الارتكاز وهي

$$\text{ط}_{\text{٠}} = \text{ح}'_{\text{١}} = \frac{\text{٢٢ ق د ل}}{\text{٥٦}}$$

$$\text{ط}_{\text{١}} = \text{ح}''_{\text{١}} + \text{ح}'_{\text{٢}} = \frac{\text{٦٤ ق د ل}}{\text{٥٦}}$$

$$\text{ط}_{\text{٢}} = \text{ح}''_{\text{٢}} + \text{ح}'_{\text{٣}} = \frac{\text{٥٢ ق د ل}}{\text{٥٦}}$$

$$\text{ط}_{\text{٣}} = \text{ح}''_{\text{٣}} + \text{ح}'_{\text{٤}} = \frac{\text{٦٤ ق د ل}}{\text{٥٦}}$$

$$\text{ط}_{\text{٤}} = \text{ح}''_{\text{٤}} = \frac{\text{٢٢ ق د ل}}{\text{٥٦}}$$

في الاقواس الخشبية والمعدنية

المعادلات الاساسية

مقدمة

القوس عتب طبيعي منحنٍ انحناؤه متجه الى أعلى ونهايتاه مثبتتان تثبيتاً قوياً في نقطتي ارتكازها ومسألة مقاومة الاقواس كانت دائماً معتبرة من المسائل الصعبة جداً لمقاومة المواد وذلك لأنه بسبب شكل الاقواس وطرق ربطها يكون جزء من تغير شكل تلك الاقواس معدوماً بتأثير كتفي الارتكاز أو بالأحرى

أو بالأحرى بسبب ان تلك الاقواس تكون متأثرة بردود افعال مجهولة ناتجة من الكمفتين المذكورين التي يلزم أن يكون تقسيمها ضروريا من مبدأ الأمر

والنظرية الابتدائية التي سنشرحها تحل المسألة بطريقة بسيطة جدا وبتقريب كاف في العمل وهي تخص بمقاومة الاقواس التي قطاعها ثابت واطرافها مفصلية وهذا التركيب هو المقبول عقلا والمستعمل على العموم

وهاك بيان السير العمومي المتبع في هذه الحالة

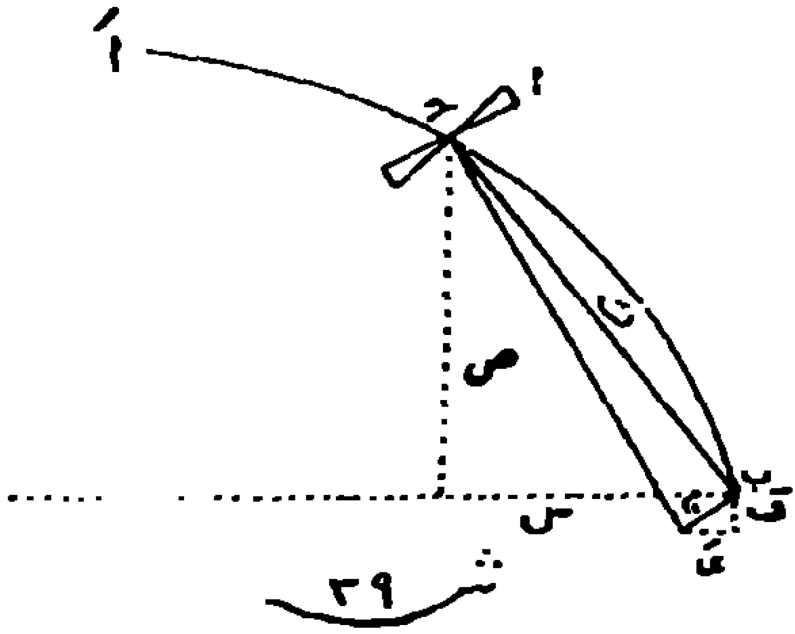
فاذا فرضت قطعة منحنية مثبتة من أحد طرفيها ومطلقة من الطرف الآخر فانه يمكن تعيين الانتقال الكلي النهاية المطلقة بسهولة كما اجرينا ذلك بالنسبة للقطع المستقيمة أو الأصوب تعيين المركبات الافقية والرأسية للانتقال المذكور الناتجة من شدد معينة تعيينا تاما في جميع نقط القطعة

وكذا يمكن على العموم كما في عتب مستقيم اعتبار طرفي القوس مطلقين بتعويض نقطتي الارتكاز بردى الفعلين الناتجين منها وبعبارة أخرى يمكن تطبيق القوانين السابقة على حالة انتقالات نهايتي قوس بدلالة الحمل الواقع عليه وبدلالة ردى الفعلين المجهولين لنقطتي الارتكاز

اذا تقرر هذا يقال على وجه العموم انه مهما كان التغير الكلي الحاصل لقوس طرفاه مثبتان بدون تغيير فان الانتقالات الافقية لطرفيه المذكورين تكون معدومة وباعتبار هذا الشرط في القوانين يستنتج منها المركبات المجهولة لردود الافعال بسهولة ويكون حينئذ قد صار حل جزء عظيم من المسألة

قوانين الانتقالات

اذا فرض أن ا ب شكل ٣٩ قطعة مثبتة في ا وأن نقطها المختلفة متأثرة بشدد معينة م ام ام ا... الخ فبناء على هذه الشدد يكون كل من القطاعات المختلفة للمنشور المذكور متأثرا بانثناء أو بدوران جزئي به يتعين دوران الوتر المقابل له المساوي هذا الدوران للدوران الأول أعني بعد مركز ثقل القطاع المذكور عن الطرف المطلق للقطعة المفروضة



وحينئذ اذا أخذ عنصر حيثما اتفق ح طوله مساو للوحدة ورمز بحرف م لاستطالة أو انكماش الخيوط الابعد ما يمكن عن محور الحمول فانه على وجه العموم يكون

$$م = \frac{م}{و}$$

وهذا التغير يبين انتقالا محدودا جيدا م لطرف القطعة وهذا الانتقال مرتبط مع التغير المذكور بالتناسب الآتي وهو $\frac{م}{ا} = \frac{ت}{هـ}$

الذي فيه ت رمز لطول وتر القوس ح ما هـ رمز الارتفاع الكلي للقطاع المفروض أنه متظم ومن هذا القانون بناء على القانون السابق يحدث

$$\frac{م}{ت} = \frac{م}{و هـ}$$

وبتحليل الانتقال م المذكور الى مركبتين احداهما افقية ى والأخرى رأسية ف واعتبار م عموديا

على الوتر ت في حدود التغيرات المسلم بها وفرض ان س ، ص هما الاحداثيان العماديان لنقطة بالنسبة للنهاية م يكون

$$\frac{\bar{\text{ى}}}{\text{ص}} = \frac{\bar{\text{ف}}}{\text{س}} = \frac{\text{م}_{1}}{\text{ت}}$$ ومنهما يحدث

$$\bar{\text{ى}} = \frac{\text{م}_{2}}{\text{وه}}\,\text{ص} \quad ، \quad \bar{\text{ف}} = \frac{\text{م}_{2}}{\text{وه}}\,\text{س}$$

ونعمل المجموعين لجميع الانتقالات المتشابهة لذلك فانه على العموم نبعد الرمز بحرف ى للانتقال الافقي بتمامه المسمى بالتباعد وبحرف ف للانتقال الراسي بتمامه الذي هو عبارة عن نفس السهم يكون

$$\text{ى} = \frac{\text{ت}}{\text{و}}\left(\frac{\text{م}\,\text{ص}}{\text{ه}} + \frac{\bar{\text{م}}\,\bar{\text{ص}}}{\bar{\text{ه}}} + \frac{\bar{\bar{\text{م}}}\,\bar{\bar{\text{ص}}}}{\bar{\bar{\text{ه}}}} + \ldots\ldots\right) ،$$

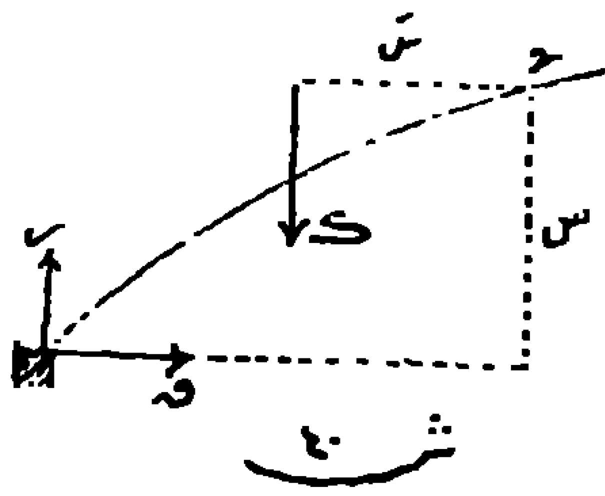
$$\text{ف} = \frac{\text{ت}}{\text{و}}\left(\frac{\text{م}\,\text{س}}{\text{ه}} + \frac{\bar{\text{م}}\,\bar{\text{س}}}{\bar{\text{ه}}} + \frac{\bar{\bar{\text{م}}}\,\bar{\bar{\text{س}}}}{\bar{\bar{\text{ه}}}} + \ldots\ldots\right)$$

وفي هاتين المعادلتين س ، س̄ ، س̿ ، ..... الخ ، ص ، ص̄ ، ص̿ ، ... الخ تدل على الاحداثيات المتعامدة للقطاعات المتتابعة بالنسبة للنهاية م للقطعة

قوانين المقاومة

لاجل تطبيق هذين القانونين على مقاومة الاقواس يكفي تعيين الشدد م ، م̄ ، م̿ ، ... الخ بدلالة ردي الفعلين المجهولين لنقطتي الارتكاز او الاصوب بدلالة المركبات الافقية والراسية لردي الفعلين المذكورين لكن المجهول من ضمن هذه المركبات هي المركبات الافقية فقط التي هي عبارة عما يسمى بدفع القوس واما المركبات الرأسية فهي دائما معلومة وهي عبارة عن الاحمال الخاصة الواقعة على نقطتي الارتكاز ويمكن فهم ذلك جيدا باعتبار قوس طرفاه يجتمعان معا بشداد طوله غير متغير كما هو حاصل في كثير من الاحوال وينتج حينئذ المجهول الوحيد للمسالة اعني الدفع الافقي من المعادلة الاولى العمومية التي يجعل فيها ى = ٠

اذا تقرر هذا ورمزنا بحرف د للدفع المذكور شكل ٤٠ وبحرف ك للحمل الواقع على جزء القوس المحصور بين احد الطرفين وبين قطاع حيثما اتفق ح وبحرف ر للحمل المقابل له الواقع على نقطة الارتكاز ثم رمزنا بحروف ص ، س ، س̄ لابعاد تلك القوى عن القطاع المفروض فعزم الانحناء الواقع على القطاع المذكور يكون



شكل ٤٠

$$\text{ع} = \text{م}\,\text{ذ} = \text{ر}\,\text{س} - \text{ك}\,\bar{\text{س}} - \text{د}\,\text{ص}$$ مع ملاحظة ان $\text{ذ} = \frac{\text{ت}}{\text{ع}}$

وهو القانون الاساسي لمقاومة الاقواس

وعزم الانحناء يمكن ان تتغير اشارته على طول القوس اعني ان الانحناء الطبيعي للقوس يزداد في جزء منه وينقص في الجزء الآخر وحينئذ فالتغير الحاصل لشكل الاقواس يكون حالة خصوصية من الانثناء المركب وبالمثل يمكن ان يكون للعزم المذكور مقدار او جملة مقادير اعظم ما يمكن التي يلزم اعتبارها دون غيرها في الحسابات

ومع ذلك فالقانون السابق لا يستعمل مباشرة في حساب الاقواس لانه يرى بالسهولة ان هذه القطع تقاوم الانثناء والضغط في آن واحد وحينئذ اذا حللنا كلا من القوى الى مركبات متعامدة بحيث تكون احداها موازية

موازية للماس للقوس فى نقطة معينة منه ورمزنا بحرف ش للمجموع الجبرى للمركبات الأخيرة المذكورة وبحرف ع لعزم انحناء القطاع المقابل لها فأن الشدة م للقطاع المذكور تكون معينة بالقانون

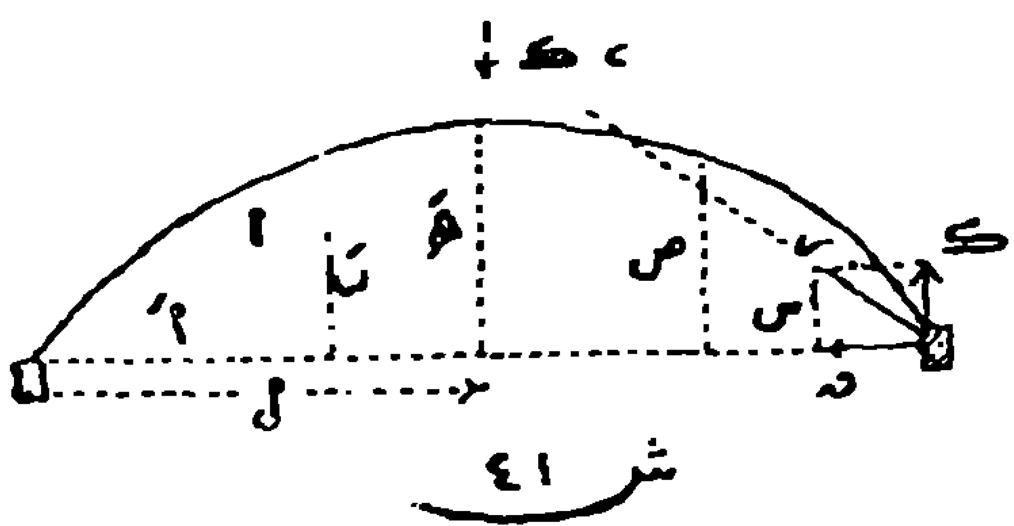
$$م = \frac{ش}{ب} + \frac{ع}{ذ}$$

الذى فيه ب رمز لمساحة القطاع المذكور اذ = $\frac{ى}{ب}$

ويجب اخيراً مراعاة مقاومة الاقواس كمقاومة قطع قائمة محملة أعنى انه يلزم تحديد شدة الاقواس على فرض اعتبارها مستقيمة ولا تنثنى بتأثير حمل الضغط الواقع عليها لأنه بخلاف ذلك تصير تغيرات شكل القوس عظيمة جداً والاستدامة تكون خطرة

الحمل واقع فى الوسط
قوس حيثما اتفق

اذا فرض قوس سعته ٢ ل وارتفاعه هـ شكل ٤١ محمل بثقل قدره ٢ ك فى قمته فأنه بناء على ما تقدم يحدث كل من نقطتى الارتكاز رد فعل رأسى مساو الى ك نصف الحمل الكلى ورد فعل افقى مجهول عبارة عن الدفع ولنرمز له بحرف د



وباعتبار أن القوس مثبت من قمته بتأثير الحمل وبتأثير ردى الفعلين الواقعين فى أحد طرفيه فأن الشدة م أى المقاومة فى اى نقطة احداثياها س ، ص بالنسبة للنهاية الأخرى تكون معينة من المعادلة

$$م ذ = ك س - د ص$$

وبالمثل الشدة مَ فى نقطة أخرى احداثياها سَ ، صَ تتعين من المعادلة

$$مَ ذ = ك سَ - د صَ \quad \text{وهكذا}$$

وبوضع مقادير الشدد المستخرجة من المعادلات المذكورة فى القانون العمومى لتباعد الاقواس فأنه يحدث على التوالى

$$ى = \frac{٢}{ذ و هـ} \left[(ك س - د ص) ص + (ك سَ - د صَ) صَ + ... \right]$$

وبجعل $\frac{٢}{ذ و هـ} = م$ يكون

$$ى = م \left[ك (س ص + سَ صَ ......) - د (ص^٢ + صَ^٢ + ...) \right] \quad \text{أو}$$

$$ى = م (ك مج س ص - د مج ص^٢)$$

ونفرض هنا حصول التثبيت المطلق لنقطتى الارتكاز وحينئذ يلزم ان يكون ى = ٠ ويحدث

$$ك مج س ص = د مج ص^٢$$

اذا تقرر هذا واعتبرنا ان الاحداثيات الرأسية كاجزاء سطحية سمكها ثابت فأن مج س ص يدل على عزم مساحة نصف القطعة التى يحددها القوس بالنسبة لنقطة الارتكاز الاقرب وان مج ص الذى يمكن

وضعه بهذه الصورة ٢ ح ص × ١/٢ ص يدل على ضعف عزم السعة المذكورة بالنسبة لخط المبدأ وحينئذ اذا رمزنا بحرف ٢ لنصف القطعة المذكورة وبحرفي ٢، اَ لاحداثيي مركز ثقلها بالنسبة لنقطة ارتكازها يحدث

$$ك\ ٢\ اَ = ٢\ ده\ ٢\ تَ \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$\frac{ده}{ك} = \frac{١}{٢}\ \frac{اَ}{تَ}$$

أعني ان النسبة بين الدفع والحمل على كل من نقطتي الارتكاز تساوي نصف النسبة بين الأحداثي الافقي والاحداثي الرأسي لمركز ثقل نصف القطعة المكونة من القوس بالنسبة لنقطة الارتكاز المقابلة لها ويرى حينئذ ان تعيين الدفع في هذه الحالة يؤول الى تعيين مركز ثقل سطح وهي مسألة سهلة الحل بقواعد علم الميكانيكا الابتدائية

القوس المكافئ (*)

بالنسبة لقوس قطع مكافئ يكون

$$اَ = \frac{٥}{٨}\ ل \quad ،\quad تَ = \frac{٢}{٥}\ هـ$$

ومنها يحدث

$$ده = \frac{٢٥}{٣٢}\ \frac{ل}{هـ}\ ك$$

وعزم الانحناء في اي نقطة احداثياها س، ص يتعين في هذه الحالة من الارتباط

$$ع = م\ ذ = ك\ (س - \frac{٢٥}{٣٢}\ \frac{ل}{هـ}\ ص)$$

وهذا العزم يكون معدوما بالنسبة للنقطة التي فيها

$$س = \frac{٢٥}{٣٢}\ \frac{ل}{هـ}\ ص$$

وهي النقطة التي تقابل فيها المحصلة ر لردى الفعلين ده ، ك القوس المفروض وقد يوجد عزم مقداره نهاية عظمى بين هذه النقطة ونهاية القوس وعزم آخر مقداره نهاية عظمى فوق القوس اعني في نقطة تأثير الحمل ومقدار كل من هذين العزمين هو

(**) $ع = \frac{١}{١٠}\ ك\ ل$ ،

(***) $ع = \frac{٧}{٣٢}\ ك\ ل$ على التناظر

وعلى كل حال فانه يسهل تعيين كل من العزمين المذكورين مباشرة برسم المحصلة ر وأما من جهة السهم فانه صغير جدا دائما ومقداره في هذه الحالة هو

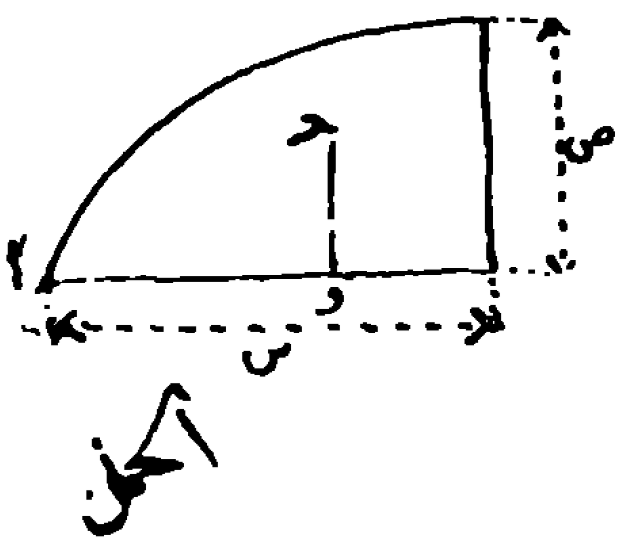
$$ف = \frac{١}{١٢٨}\ م\ ك\ ل^{٣}$$

(*) مركز ثقل قطعة محصورة بين قوس مكافئ وبين رأسي وافقي معينين كما يأتي

$$و\ ا = \frac{٣}{٥}\ س$$

$$وح = \frac{٣}{٨}\ ص$$

$$\text{والمساحة} = \frac{٢}{٣}\ س\ ص$$



الحمل واقع في نقطة حيثما اتفقت

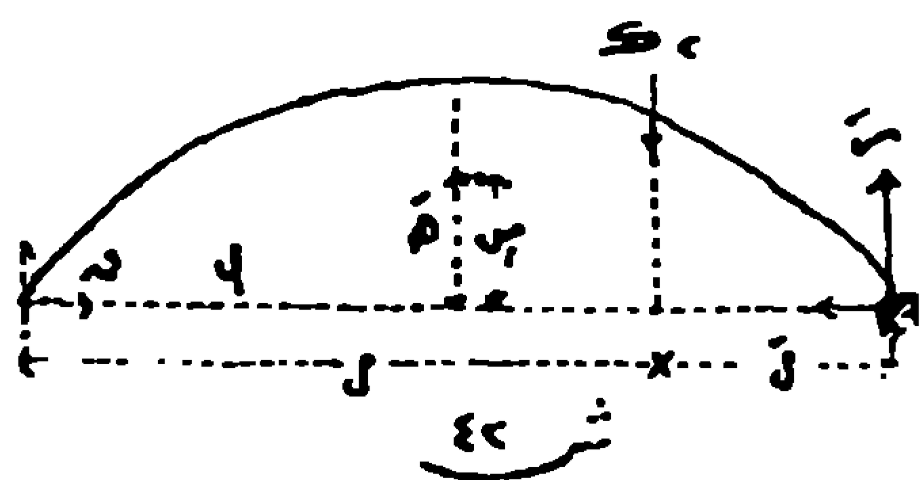
حيث ان تغيرات شكل القوس ليست متماثلة فأن تباعد الطرفين بالنسبة لنقطة تأثير الحمل لا يؤول الى الصفر مطلقا أي لا ينعدم مطلقا ولكن يرى بالسهولة انه مهما كان التغير النهائي فأن التباعدين المذكورين يكونان متساويين ومختلفي الاشارة أعني يكون

$$ى + ىَ = ٠$$

فاذا رمز بالرمز س للمساحة الكلية للقطعة المكونة من القوس شكل ٤٢ وبالرمز ص لارتفاع مركز ثقل القطعة المذكورة عن مستوى المبدأ وبالرمزين م ، مَ لمساحتي القطعتين الواقعتين في جهتي الحمل المفروض وبالرمزين ا ، اَ للأحداثيين الافقيين لمركزي ثقلها بالنسبة لنقطتي الارتكاز المجاورتين لهما فأن الشرط السابق يؤدي الى المعادلة

$$٢ ى س ص = م ا + مَ اَ$$

وأما مرجعية الحملين الواقعين في نقطتي الارتكاز فانهما يتعينان من المعادلتين



$$ر = \frac{لَ}{ل} ك \quad ، \quad رَ = \frac{ل}{ل} ك$$

بعد ملاحظة أن ى ب رمز لسهم القوس ، ك رمز للحمل

ففي حالة ما يكون القوس قطعا مكافئا يوجد بالسهولة أن

$$\frac{ه}{ك} = \frac{١٥}{١٦} \frac{ل لَ}{ه ب^{٢}} \left[\frac{٢}{٣}(ل^{٢} + لَ^{٢}) - \frac{١}{٤} \frac{ل^{٣} + لَ^{٣}}{ب} \right]$$

(**) لاثبات معادلة ع = $\frac{١}{١٠}$ ك ل نضع ف رمز للبورة ، ا = الكمية الثابتة ه ف = ى

معادلة القطع المكافئ بالنسبة للمحورين سَ ، صَ هي $سَ^{٢} = ٤ ا صَ$ ولكن سَ = ل - س ، صَ = هَ - ص فيكون

$$(ل - س)^{٢} = ٤ ا (هَ - ص)$$

وبناء على كون ى = ه ى = هَ + ا يكون

$(هَ + ا)^{٢} = ل^{٢} + (هَ - ا)^{٢}$ ومنها $٤ ا = \frac{ل^{٢}}{ه}$ وحينئذ يكون

$(ل - س)^{٢} = \frac{ل^{٢}}{ه} (هَ - ص)$ ومن هذه المعادلة $ص = \frac{هَ(٢ ل س - س^{٢})}{ل^{٢}}$

وبالوضع في معادلة العزم يحدث $ع = ك [س - \frac{٥ س^{٢}}{٣٢ ل} (٢ ل س - س^{٢})]$ أو $ع = \frac{ك}{٣٢ ل}(٥ س^{٣} - ١٨ ل س) \ldots\ldots (١)$

وبأخذ المشتقة ومساواتها بصفر يحدث ١٥ س - ١٨ ل = ٠ ومنها يحدث $س = \frac{١٨}{٥} ل = \frac{٩}{٢٥} ل$

وبالوضع في معادلة (١) يحدث $ع = \frac{ك}{٣٢ ل} [\frac{٨١ \times ٢٥}{٢٥ \times ٢٥} ل^{٢} - \frac{٩ \times ١٨}{٢٥} ل^{٢}]$ أو

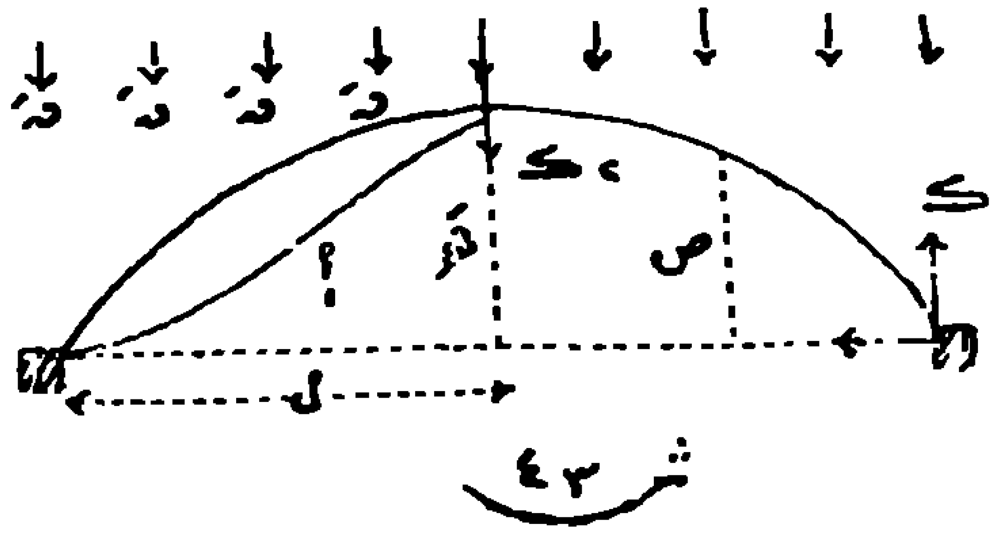
$-ع = \frac{٨١}{٢٥ \times ٣٢} ك ل = \frac{٨١}{٨٠٠} ك ل$ أو $-ع = \frac{١}{١٠} ك ل$ وهو المطلوب

الحمل موزع بانتظام بالنسبة للافقى

قوس جيبًا اتفق

اذا فرض ان ق شكل ٤٣ هو الحمل الموزع بانتظام بالنسبة للوحدة الطولية من الافقى مقدرا بالكيلوجرام وان ٢ك هو الحمل الكلى وان ٢ل هو سعة القوس المفروض فأنه يكون

ك = ق ل ا ى ك



وحينئذ فعزم الانحناء لنقطة احداثياها س، ص بالنسبة لأحد الطرفين يكون مبينا بالمعادلة العمومية

ع = م ذ = ك س − ½ (ك/ل) س٢ − د ص

وبأدخال مقادير الشدد م الناتجة من هذه المعادلة فى المعادلة العمومية للتباعد وجعل المعادلة المذكورة مساوية للصفر يحصل

د مج ص٢ = ك مج س ص − ½ (ك/ل) مج س٢ ص

فاذا رمز أيضا بالرمز ا لسعة نصف القطعة المكونة من القوس وبالرمزين أ، ا َ لاحداثيى مركز ثقلها يحدث

مج ص٢ = ٢ أ ا َ ، مج س ص = ٢ ا ا َ

وأما من جهة المجموع الثالث فانه يمكن كتابته بالصورة الآتية وهى

½ (ك/ل) مج س٢ ص = ½ ك مج س ((س/ل) ص)

وهذه الصورة تدل على مجموع عزم الاحداثيات الرأسية ص بعد تصغيرها بالنسبة المقابلة لها س/ل وحينئذ بعد رسم المنحنى بناء على الاحداثيات الرأسية المذكورة والرمز للسعة المحدودة به بحرف ا والاحداثى الافقى لمركز ثقل تلك السعة بحرف ا َ يكون

مج س ((س/ل) ص) = ا ا َ

ولكن مقدار السعة ا هو ا = (١/ل) مج س ص = (١/ل) ا ا َ

وعلى ذلك يكون ½ (ك/ل) مج س٢ ص = ½ (ك/ل) ا ا َ ا َ

وبوضع هذه المقادير فى المعادلة العمومية يحصل نهائيا

(د/ك) = ½ (ا َ/أ) (١ − ½ (ا َ/ل))

وحينئذ فتعيين الدفع يؤول أيضا الى تعيين مركز ثقل سطح معين

(***)

لاثبات معادلة ع = (٧/٣٢) ك ل نقول ع = ك ص ((س/ص) − (٥/٣٢) (ل/ هـ َ)) ثم يقال أن النهاية العظمى لـ ع عين النهاية العظمى الى ك × (ص س/ص) أو ك س أو س ولكن النهاية العظمى الى س هى ل

وحينئذ ع يكون نهاية عظمى اذا كان س = ل ولكن فى هذه الحالة يكون ص = هـ َ وحينئذ يكون

ع = ك (ل − (٥/٣٢) ل) أو

ع = (٧/٣٢) ك ل وهو المطلوب

العقوس

القوس المكافئ

اذا اعتبر أن الخط المحدد للمساحة أ فى الظاهر خط مستقيم دائما فأنه فى هذه الحالة يكون

$$أ = \frac{٢}{٣} ل$$

وبناء على ذلك يحدث

$$\frac{ن}{ك} = \frac{١}{٢} \frac{ل}{ح}$$

وبالنسبة لقوس قطع مكافئ اذا أخذ المقدار التقريبي السابق يكون

$$ن = \frac{١}{٢} \frac{ل}{و} ك$$

وهو مقدار مضبوط للدفع فى الحالة المفروضة

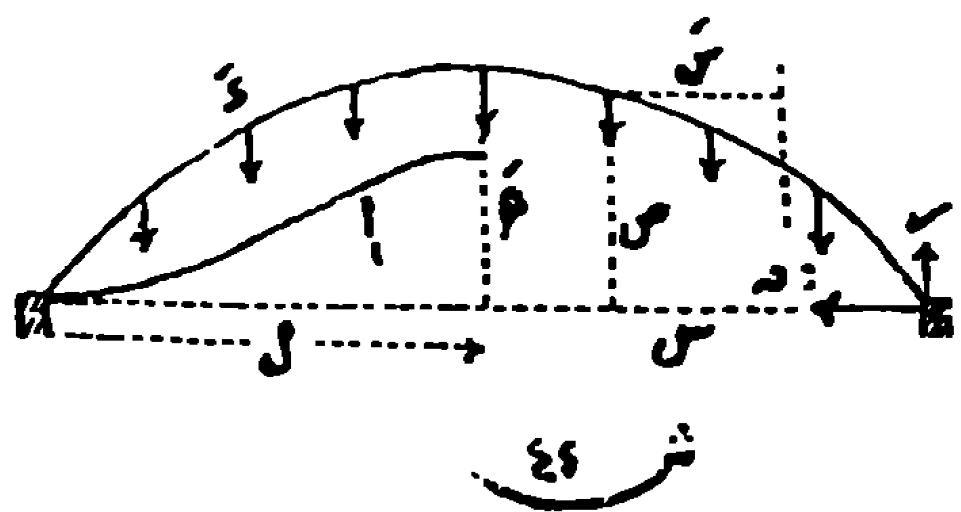
فاذا وضع هذا المقدار فى القانون الاصلى للمقاومة يرى أن عزم الانحناء فى كل نقطة من القوس يكون معدوما وبعبارة اخرى يقال ان القوس لا يقاوم الا الحمل المضغوط وفى هذه الحالة يمكن اعتباره مشابها لجنزير مقلوب معروضا صليبا لقنطرة معلقة

وفى هذه الشروط يرى بالسهولة أن الضغط فى قمة القوس يساوى المدافعة ن وأما من جهة الضغط الاعظم فى المبدئين فأن مقداره

$$ت = \sqrt{ن^٢ + ك^٢}$$

الحمل موزع بانتظام على القوس

اذا فرض ان ك الحمل بالنسبة لوحدة الطول وأن ءَ جزء من القوس محسوبا من أحد الطرفين الى قطاع احداثيا مركز ثقله س، ص وأن سَ البعد بين مركز الثقل المذكور وبين الرأسى المار بمنتصف القوس الجزئى المفروض وفرضنا أخيرا ان ك = ك ء هو الحمل الواقع على نصف القوس ويكون



$$د مـ ض = ك [ح س ص - ح (\frac{ءَ}{ء} \frac{سَ}{س} ص) س]$$

واذا اقمنا من كل نقطة الأحداثيات الرأسية المناسبة الى $\frac{ءَ}{ء} \frac{سَ}{س}$ ص فأن هذه الاحداثيات تحدد مساحة أ التى بالسهولة يمكن حساب نسبتها الى المساحة أ لنصف قطعة القوس وحينئذ بناء على الرموز السابقة يكون

$$\frac{ن}{ك} = \frac{١}{٢} \frac{أ}{ح} - \frac{١}{٢} \frac{أ}{أ} \cdot \frac{أَ}{ح}$$

مسألة - المطلوب تعيين قطاع قوس مكافئ من الخشب سعته ٢٠ متر وزاوية فتحته ٦٠° وان ارتفاع قطاعه المستطيل يلزم ان يكون ضعف قاعدته وأن الحمل الموزع بانتظام على الافقى مقداره ٥٠٠ كيلوجرام بالنسبة للمتر الطولى وأن الشدة محددة على اعتبار $\frac{١}{٥}$ معامل المقاومة وهو ٨٠ كيلوجرام على السنتيمتر المربع

لذلك يقال حيث ان زاوية فتحة القوس ٦٠° فنصف قطر يساوى سعته وسهمه أو ارتفاعه يكون ٣٤ ر. من نصف قطر اى ٦٨ ر٦ متر وحينئذ يكون مقدار الدفع الافقى هو

$$\text{ن} = \frac{1}{2}\,\frac{\text{ل}}{\text{هـ}}\,\text{ك} = \frac{1}{2}\,\frac{1000}{268} \times 500 \times 10 = 9328 \text{ كيلوجرام}$$

وأما مقدار الضغط فى المبدئين فهو

$$\text{ت} = \sqrt{\text{ن}^2 + \text{ك}^2} = 10000 \text{ كيلوجرام تقريبا}$$

فاذا فرض ان القوس متأثر بضغط متوسط منتظم قدره ١٠٠٠٠ كيلوجرام فان قطاعه يستنتج من أكبر المقدارين المحددين للغرضين الآتيين

أولا ـ الحساب بالضغط خاصة

القطاع ب شكل ٤٥ $= \text{هـ ب} = \frac{\text{هـ}^2}{2} = \frac{\text{ن}}{\text{م}} = \frac{10000}{80} = 125$ أو أن $\text{هـ}^2 = 250$ سنتيمتر مربع

ثانيا بالانثناء اى الانحناء (القطعة قائمة ومحملة)

$$(*) \quad \text{ن} = \frac{2}{5} \times \frac{24}{5} \times \frac{\text{ذ و هـ}}{\text{ل}^2}$$

ومنها بملاحظة ان الطول الكلى ل للقوس مساو الى ٢٫٠٤٧٢ مرة لنصف القطر اى ٢٠٫٩٤٤ متر

يحدث
$$\text{ذ و} = \frac{\text{هـ}^4}{12} = \frac{25\,(20.944)^2\,10000}{48 \times 10^5}$$

ومنها يحدث
$$\text{هـ}^2 = 1656 \text{ سنتيمتر مربع}$$

وحينئذ يلزم اتخاذ هذا المقدار الأخير ويستنتج منه أن

$\text{هـ} = 40.6$ مليمتر (

$\text{ب} = 20.3$ مليمتر

شكل ٤٥ (ب، هـ)

فى المجموعات المتعشقة

يقال للجسمين الصلبين متعشقين تعشيقا مفصليا متى لم يمكن ان يأخذ احدهما حول الآخر سوى حركات دورانية حول نقطة مشتركة بينهما بحيث تكون تلك الحركات غير متغيرة فى كل منهما

وهذه النقطة المشتركة تسمى بمركز التعشيق المفصلى ويقال للتعشيق المذكور كروى حيث انه يمكن حصول الدوران حول محور حيثما اتفق مار بالنقطة المعلومة

(*) $\text{ذ} = \frac{\text{ب}}{\text{ى}} = \frac{\text{ب}}{\frac{\text{هـ}}{2}} = \frac{2\text{ب}}{\text{هـ}}$ و رمز لمعامل المرونة وهو يساوى 10^9 بالنسبة للخشب وبالنسبة للمتر المربع

قانون القوائم على العموم مهما كان جنس مادتها ومهما كان قطاعها متى كانت مفصلية من الطرفين مثل الاقواس هو

$$\text{ن} = \frac{24}{5} \times \frac{\text{ذ و هـ}}{\text{ل}^2}$$

و فى هذا القانون ن رمز للحمل الواقع على الحامل من اعلا مقدرا بالكيلوجرام ، ل رمز لطول القائم ، هـ رمز لارتفاع القطاع ، و رمز لمعامل المرونة ، ذ يساوى $\frac{\text{ب}}{\text{ى}} = \frac{\text{ب}}{\frac{\text{هـ}}{2}}$ أو

$$\text{ذ} = \frac{2\text{ب}}{\text{هـ}}$$

و ب رمز لعزم قصور القطاع

والتعشيق

والتعشيق المفصلي الكروى قليل الاستعمال ولا يوجد له سوى مثل واحد وهو التعشيق ذو الركبة والخلاف

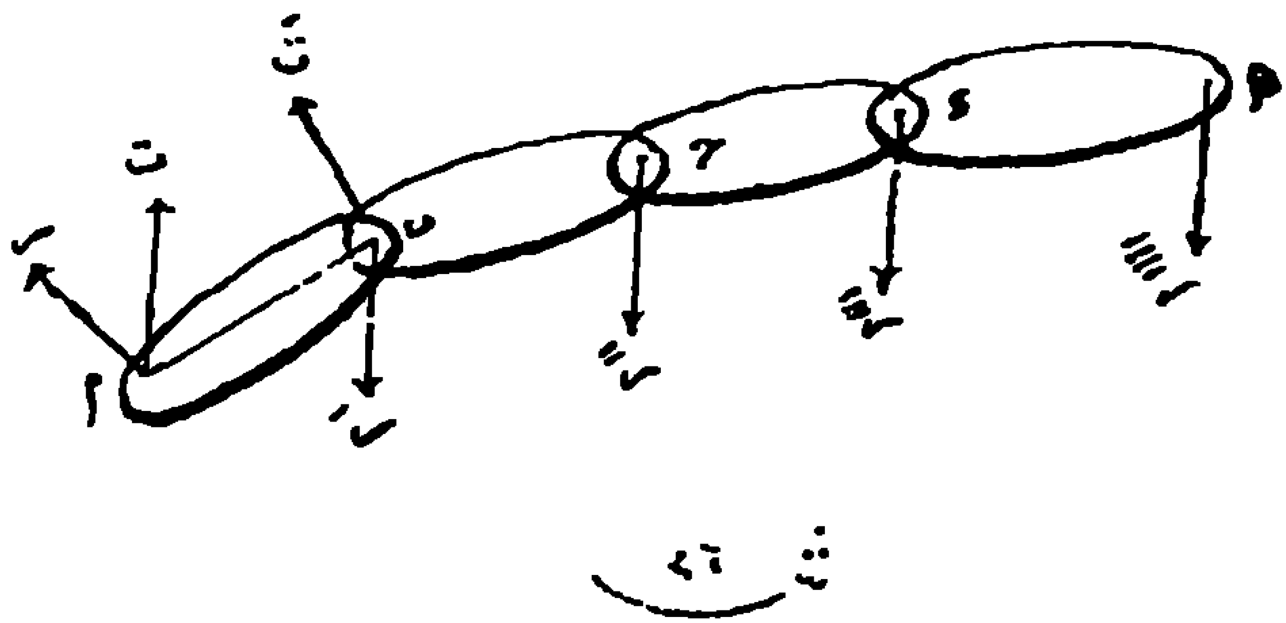
وأما التعشيق المفصلي الكثير الاستعمال فهو التعشيق الاسطواني او التعشيق ذو المفصلة فالجسمان المتعشقان بمفصلة لا يمكن لاحدهما ان يأخذ حول الآخر سوى حركة دورانية واحدة حول محور ثابت في كل منهما

ومن الواضح أنه اذا كان توازن جملة متعشقة حاصلا في حالة التعشيق المفصلي الكروى فأنه يكون بالأولى حاصلا اذا وضعت في مركز التعشيق مفصلة حيث ان ذلك يرجع الى فرض محور واحد ممكن حصول الحركة حوله

وأخيرا فالتوازن يكون أيضا حقيقيا اذا فرض حصوله بدون احتكاك مطلقا حيث ان احتكاك الأجسام المتماسة يقاوم القوى الصغيرة العارضية التي يمكنها تحريك الأجسام المذكورة

واعتبار الجمل المتعشقة مفيد على الخصوص في انشاء التجارة الخشبية أو المعدنية واستدامة الانشاآت يلزم أن تكون حاصلة بدون مدخل للتعاشيق ولا للاحتكاكات الناشئة منها حيث ان تلك التعاشيق واحتكاكاتها ضعيفة جدا وسريعة التغير ولا تقاوم بطريقة أكيدة ومستمرة قوة تميل لأحداث الدوران وحينئذ فيلزم اعتبار التعاشيق كمفاصل تسمح فقط لحصول الحركات التي تأثيرها لا يفصل نقط الأجسام الصلبة المجتمعة مع بعضها بتلك المفاصل عن بعضها

فاذا فرض كما في شكل ٤٦ جملة أجسام متعشقة مع بعضها مثل ا ب ، ب د ، د ء ، ء ه ،.... الخ وأن أحد هذه الأجسام ا ب حاصل له في نقطة الارتكاز الثابتة ا رد فعل ر و في مركز التعشيق المفصلي ب رد فعل رَ من الجسم المجاور له فأن الجسم المذكور يحدث لنقطة الارتكاز المذكورة وللجسم المجاور له ردى فعلين مساويين ومضادين لردى الفعلين ر ، رَ وحينئذ فالجسم ا ب يمكن اعتباره كمنفرد ومتأثر بالقوتين ر ، رَ وبالقوى الخارجة ق الواقعة عليه وأن حركته الوحيدة الممكنة هي دورانه حول المحور ا ب ويكون متزنا حينئذ اذا كان مجموع عزم القوى ق بالنسبة للمحور ا ب معدوما وبالعكس



ش ٤٦

وبناء على هذا الشرط تكون جملة القوى ق آيلة الى قوتين ت ، تَ احداهما واقعة في ا والأخرى في ب وبتحصيل القوتين ر ، ت ثم القوتين رَ ، تَ لا توجد سوى قوتين ح ، حَ واقعتين في ا ، ب وحينئذ فيلزم أن يكون الجسم متزنا بتأثير القوتين المذكورتين وهذا لا يتأتى الا اذا كانت القوتان ح ، حَ متجهتين في اتجاه ا ب ومتساويتين ومختلفتي الجهة ولاجل ذلك يلزم ان يكون مسقطا ر ، ت على مستوى عمودى على ا ب متساويين ومتضادين من نفسهما وكذلك مسقطا رَ ، تَ وزيادة على ذلك يلزم ان يكون حاصل جمع مسقطى ر ، رَ على المستقيم ا ب مساويا لحاصل جمع مسقطى ت ، تَ على المستقيم المذكور وحينئذ فحاصل جمع المسقطين ت ، تَ على ا ب يكون هو المعين فقط ولكن المسقطين لا يكونان

معينين وجملة القوتين يمكن تعويضها بجملة قوتين آخريين مكافئة للأولى
وقد قال المعلم رزيس في عدم التحديد هذا أنه لا يوجد شيئ يساعد على معرفته
لأنه في الحقيقة الطبيعية ردود افعال نقط الارتكاز لها مقادير معينة بالنسبة لكل نقطة ولكن للوصول الى معرفتها لا يكفي فقط معرفة أن الجسم اب متزن في الحالة الراهنة لأنه حيث كان التوازن لا يختل باضافة قوتين متساويتين ومختلفتي الاتجاه ومتجهتين في اتجاه اب وكان يوجد عدد غير محدود من جمل ردود الافعال المناسبة لحالة التوازن فلا يمكن معرفة الجملة التي تكون في الحقيقة الا اذا علمت جميع الأحوال السابقة على حالة التوازن اعني حالة وضع الجسم على نقط ارتكازه وتغيراته بتأثير القوى الواقعة عليه وبالجملة فأنه يحصل التحديد متى اعتبرت جمل كل منها مركبة من جملة أجسام مرتبطة مع بعضها ارتباطا مفصليا

وحيث ان كل جسم من الاجسام المفصلية متأثر بقوى خارجة مجموعها مرموز له بالرمز ق بالنسبة للجسم الأول وبالرمز ق' بالنسبة للجسم الثاني وهكذا فالرمز ق يلزم ان يحتوي على رد فعل نقطة الارتكاز الثابتة ا بخلاف الرموز الاخرى ق' فلا يلزم ان يحتوي احد منها على ردود الافعال الناتجة من الاجسام المفصلية لأن ردود الافعال المذكورة هي قوى داخلية للجملة وزيادة على ذلك فأنها متساوية ومتضادة مثنى

ولنرمز بالرمز ر لمحصلة انتقال القوى ق في ب اعني لمحصلة جميع القوى ق المنتقلة بالتوازي لنفسها في نقطة ب ثم نرمز بالرمز ر' لمحصلة انتقال المجموعين ق، ق' في نقطة حـ ثم نرمز بالرمز ر'' لمحصلة انتقال المجموعين ق، ق' مع ق'' في نقطة ء .... وهكذا

فاذا فرض أن الثلاثة اجسام الأول مفصلية من اليسار فيلزم ان تتزن بشرط أن يوقع في ء قوة مساوية لرد فعل الجسم الرابع على الثالث وحينئذ يلزم ان يكون مجموع عزم القوى الخارجة ق، ق'، ق'' بالنسبة لمحور حيثما اتفق مار بنقطة ء معدوما وزيادة على ذلك يلزم أن تكون الست معادلات العمومية للتوازن محققة بالنسبة لمجموع الجملة وبالعكس اذا كانت هذه الشروط محققة فالجملة تكون متزنة

وحينئذ اذا اعتبرنا الجسم الأول اب فالقوى الخارجة ق الواقعة عليه يكون لها عزم معدوم بالنسبة لنقطة ب ومحصلتها الوحيدة تساوي ر فالقوة ر المذكورة تكون حينئذ هي التأثير الواقع من الجسم اب على الجسم التالي له ب حـ وبالعكس رد فعل ب حـ على اب يكون قوة قدرها -ر ويمكن اعتبار الجسم اب كمنعزل بشرط ان يضاف للقوى الخارجة رد الفعل -ر

ومما سبق ينتج النظريتان الآتيتان

١ الأولى — العزم الناتج من جميع القوى الخارجة الواقعة بين احدى نهايتي الجملة وبين مركز تعشيق مفصلي حيثما اتفق يلزم ان يكون معدوما بالنسبة لمركز التعشيق المفصلي المذكور

الثانية

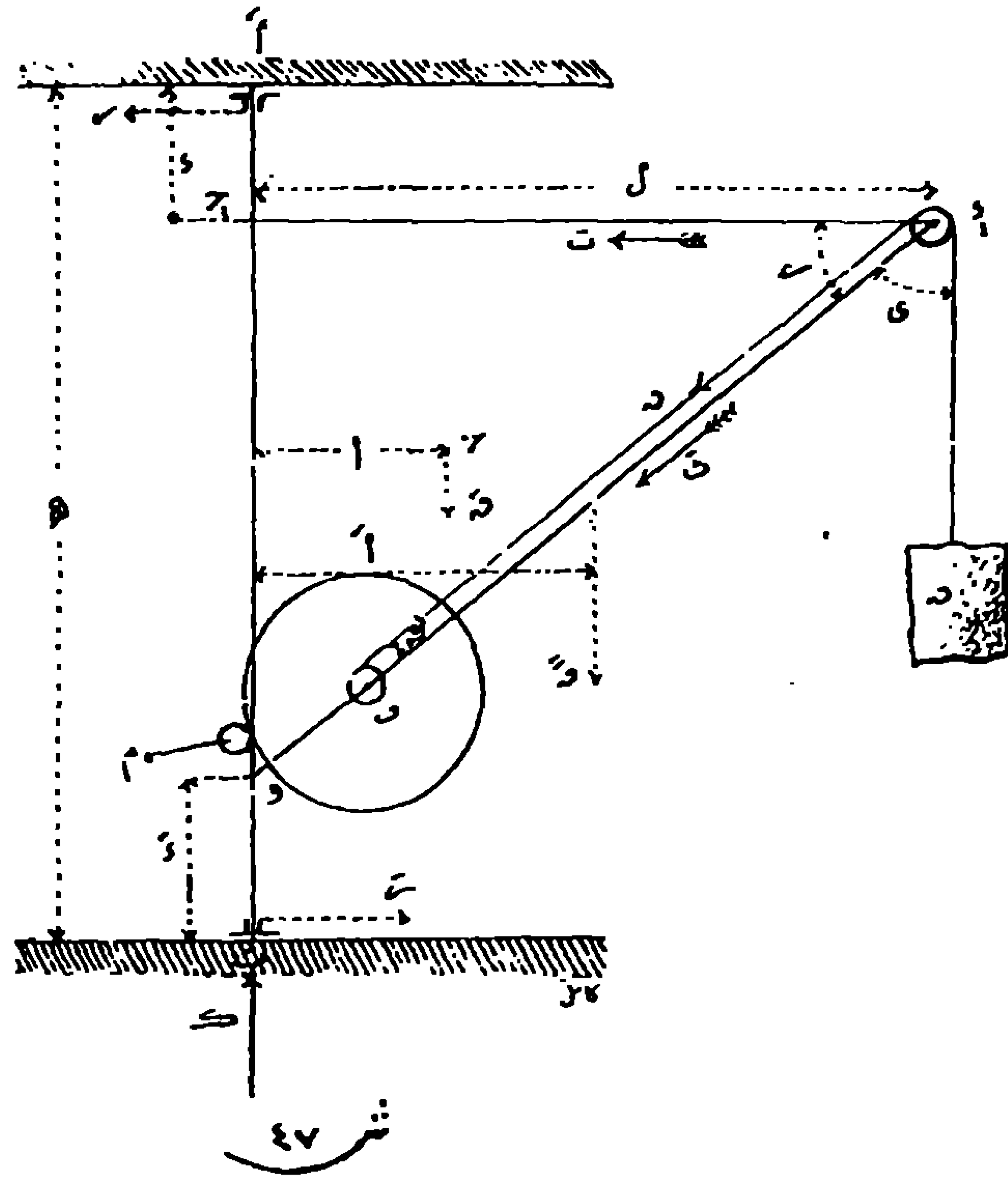
الثانية – التأثير الحاصل من احد أجسام الجملة على الجسم المجاور له يساوى محصلة انتقال القوى الواقعة بين نهايتى القطعة وبين مركز التعشيق المفصلى الفاصل للجسمين المفروضين

والنظريتان المذكورتان تنطبقان على الجمل المفصلية البسيطة التى فيها كل جسم لا يحتوى الاعلى مركزى تعشيق ولكن قد يشاهد كثيرا فى العمل جمل مفصلية مركبة فيها جسم أو عدة اجسام لها جملة مراكز تعشيق وحينئذ فلا يمكن ايجاد قوانين عمومية لها الا فى النادر ويقتضى معاملة كل حالة بطريقة مخصوصة

ولنذكر هنا بعض امثلة من التى توجد كثيرا فى العمل فنقول

فى حساب عيار جيم معد لرفع الاحمال الثقيلة صورته موضحة فى شكل ٤٧

هذه الآلة تتركب من قائم رأسى اَ ا له فى قمته أصبع اَ وفى قاعدته محور دوران ت وكلاهما داخل فى سكرجة فالعليا مثبتة فى السقف والسفلى فى الارضية وهذا القائم أى المحور يدور حينئذ حول الراسى ومتعشق بذراع التعليق جـ ء المركز فى ء على الذراع المائل ء و والحمل واقع فى ر ومحمول بحبل أو بجنزير مار على البكرة ء ونازل بالموازى للذراع المائل ليلتف على الملفاف ف الذى مار وبليه م ولا نشتغل بالملفاف الذى يمكن ان يكون له طرف أو طرفان اللذان يحسبان بحسب القوة المحركة المستعملة وبحسب الحمل الاعظم المطلوب رفعه



شكل ٤٧

ولنلاحظ ان مجموع الجملة متزن بتأثير القوى الخارجة وهذه القوى هى

أولا – الثقل ر وثانيا – ردا الفعلين ر، رَ الناتجتين من السكرجتين على المحور الرأسى الذى ينقل عليها تأثيرا جانبيا وثالثا – الثقل قَ للآلة بتمامها المؤثر فى مركز الثقل ح على بعد ا من المحور الرأسى للدوران ورابعا – رد الفعل الرأسى ك الناتج من السكرجة على محور الدوران ت

وحيث ان العزم الناتج من جميع هذه القوى بالنسبة لنقطة حيثما اتفقت من المستوى الشامل لها يلزم أن يكون معدوما فاذا أخذنا العزم المذكور بالنسبة لنقطة ت يحدث

$$\text{ر} \times \text{هـ} = \text{قَ} \times \text{ا} + \text{ث} \times \text{ل} \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$\text{ر} = \frac{\text{قَ} \times \text{ا}}{\text{هـ}} + \text{ث} \times \frac{\text{ل}}{\text{هـ}} \quad \ldots\ldots\ldots\ (1)$$

وبأخذ العزم الناتج من جميع القوى المذكورة بالنسبة لنقطة اَ أيضا يحدث

رَ × هـ = ثقَ × ١ + ده × ل ومنها يحدث

رَ = (ثقَ × ١) / هـ + ده × ل / هـ

وحينئذ فردا الفعلين ر ، رَ يكونان متساويين ومقدار قطرى الصباعين المقابلين لهما يلزم أن يكونا متساويين كذلك ويرى أيضا ان ردى الفعلين المذكورين يكونان كبيرين كلما كان كل من ١ ، ل كبيرا وكلما كان هـ صغيرا مع بقاء باقى الاشياء على اصلها

ولكن فى العمل مقدار الطول الافقى ل للعيار يكون غالبا مساويا الارتفاع ومقدار ١ يكون مساويا فى الظاهر لربع الارتفاع وفضلا عن ذلك نسلم ايضا بأن ثقل العيار يكون مساويا للثقل الاعظم الذى يمكن رفعه وحينئذ فيكون مقدار كل من ردى الفعلين مساويا الى ٥/٤ ده

وحيث ان رد الفعل ر يحدث انحناء الجزء ١ جـ من المحور الرأسى فينشأ عنه عزم انحناء ويكون مقداره الأعظم الحاصل فى نقطة جـ هو ر × ء وبالمثل رد الفعل رَ يحدث عزم انحناء اعظم رَ × ءَ فى نقطة ى وعلى ذلك فيلزم تقريب نقطتى جـ ، و من نهايتى المحور الرأسى بقدر الامكان

وأحيانا يكون التقريب كبيرا نوعا بحيث لا يخشى قط من عزم الانحناء وحذف الجزء جـ و من المحور الرأسى فاذا اعتبرت الاحبال والقطع المصلبة المؤثرة فى نقطة ء يمكن ان يفرض ان الذراع ء جـ والحبل ء و مقطوعان بشرط ان يستعاض رد افعل الجزئين المحذوفين بالقوتين ت ، ده وحينئذ فالذراع المائل جـ و يكون مطلقا ويمكن ان يدور حول نقطة و ويكفى لبيان توازنه ان يجعل العزم الناتج من جميع القوى الخارجة المؤثرة عليه معدوما بالنسبة لمركز التعشيق المفصلى و وعلى ذلك اذا رمز لثقل الذراع المائل المذكور بالرمز ثَه ولبعد نقطة تأثيره عن المحور الرأسى بحرف ١َ فيكون

ثَه ١َ + ده ل = ت (هـ ـ ء ـ ءَ) + ده سه

وفى هذا القانون سه رمز لنصف قطر مقر البكرة ولنصف قطر الملفاف ومنه يحدث

ت = ثَه ١َ / (هـ ـ ء ـ ءَ) + (ل ـ سه) / (هـ ـ ء ـ ءَ) × ده

ومن هذه المعادلة يستخرج مقدار رد الفعل الواقع على الذراع الافقى للعيار فى الحالة التى تكون فيها ء ، ءَ ، سه صغيرة بالنسبة الى هـ يحدث

ت = ثَه ١َ / هـ + ده × ل / هـ

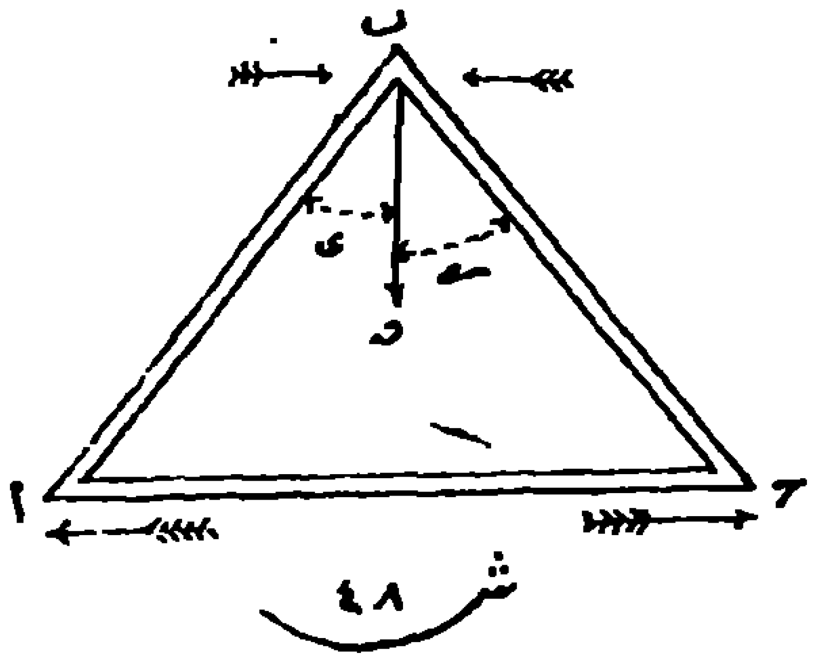
وبقطع النظر عن ثَه واعتبار ان طول الذراع الافقى يساوى ارتفاع العيار يكون

ت = ده

ومقدار الضغط تَ للذراع المائل يتعين بملاحظة ان جميع القوى الواقعة فى ء تكون متزنة وحينئذ يحدث

تَ = ده + ده حماى + ت حاسـ

فى حساب العيار المسمى بالمعزى أو المقص — اذا فرضنا معزى أو مقصا ذا فرعين ا ب ، ا حـ كما فى شكل ٤٨ فتنة



ش ٤٨

قمته ب مثبتة في المستوى الرأسي ا ب ح بواسطة حبال متأثرة بقوى مختلفة بحسب سعة رجات الجملة المادية

وفرض ثقل مثل ده معلق في قمة المقص المفروض فان هذا الثقل يحدث في القطعتين المائلتين ضغطين يحصل مقدار كل منهما من متوازى اضلاع القوى كما يأتى

$$\text{ده} \times \frac{\text{حا ے}}{\text{حا}(\text{ى}+\text{ے})} \quad , \quad \text{ده} \times \frac{\text{حا ى}}{\text{حا}(\text{ى}+\text{ے})}$$

ومقدار الدفع الافقى المنقول من كل من القطعتين المائلتين على قمة المقص هو

$$\text{ده} \times \frac{\text{حا ى حا ے}}{\text{حا}(\text{ى}+\text{ے})}.$$

وهذا الدفع يوجد أيضا في نقطتي الارتكاز ا ، ح اللتين تتباعدان عن بعضهما اذا لم يتغلب الاحتكاك على الدفع المذكور أو اذا كان الاحتكاك ضعيفا ولم توجد قطعة افقية أو شداد ا ح كاف لمقاومة الجذب الحاصل له من الدافعة الافقية المذكورة

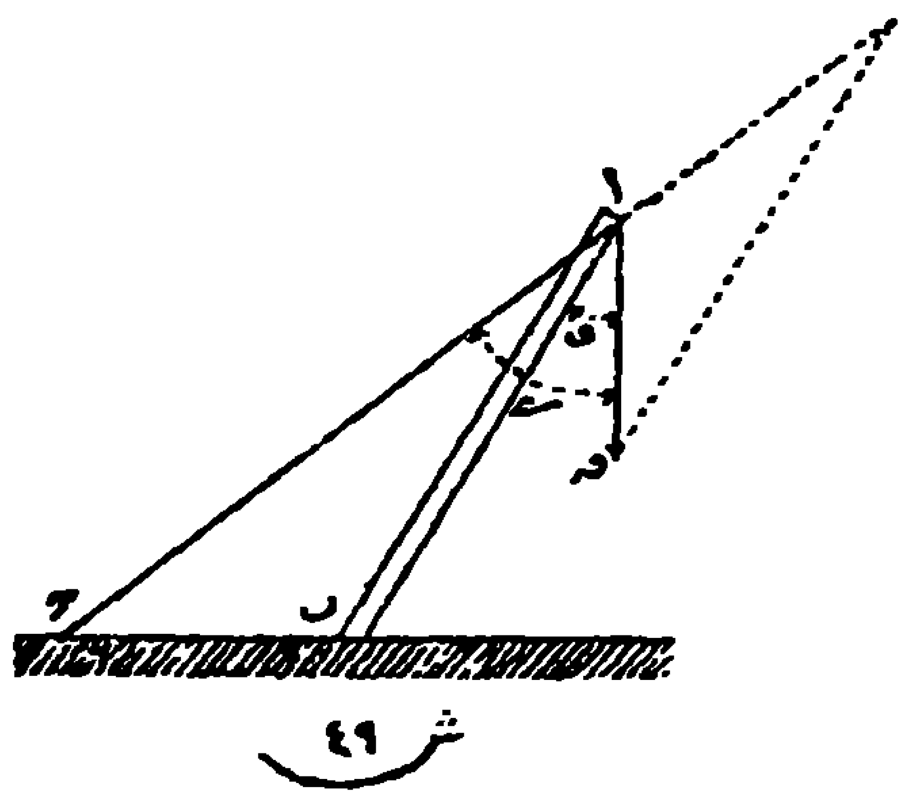
ومتى كانت الزاويتان ى ، ے متساويتين فضغط كل من فرعى المقص يكون مساويا الى

$$\frac{\text{ده}}{\text{٢ حتا ى}}$$

ومقدار الدفع الافقى يكون مساويا الى

$$\tfrac{1}{2}\,\text{ده طا ى}$$

فى حساب مقص بصورة أخرى كالموضحة فى شكل ٤٩ — هذا المقص يتركب من حاملتين مائل ا ب مثبت بواسطة الحبل ا ح والثقل ده معلق فى قمته



ش ٤٩

فهذا الثقل يحلل الى مركبتين احداهما الضغط فى اتجاه ا ب ومقداره يساوى

$$\frac{\text{ده حا ے}}{\text{حا}(\text{ے}-\text{ى})}$$

والثانية الجذب فى اتجاه ا ح ومقداره يساوى

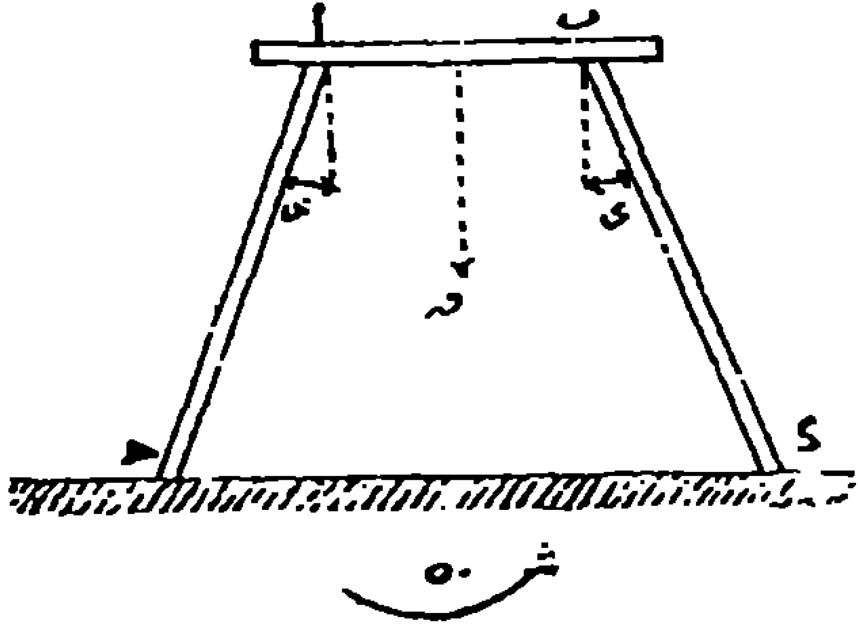
$$\frac{\text{ده حا ى}}{\text{حا}(\text{ے}-\text{ى})}$$

وهذان المقداران يحصلان مباشرة من متوازى اضلاع القوى -

وعلى العموم يستعاض ساق القوة ا ب بمثلث مثل ا ب ح من الشكل السابق وحينئذ من بعد معرفة مقدار القوة الضاغطة على رأس المثلث المذكور يسهل حساب ابعاد القطع المركبة له كما تقدم

ومتى مر على قمة المقص حبل لرفع الحمل ده يلزم اعتبار شدته فى حساب القوى المشتغلة على القطع المختلفة كما اجرى ذلك فى البيار الجسيم

فى حساب جملة تعاشيق مختلفة — اذا فرض مقص كما فى شكل ٥٠ مركب من عارضة افقية ا ب مثبتة على ساقين قويين ا ح ، ب ء فالقوة ده الواقعة فى وسط العارضة المذكورة تحدث للساقين المائلين

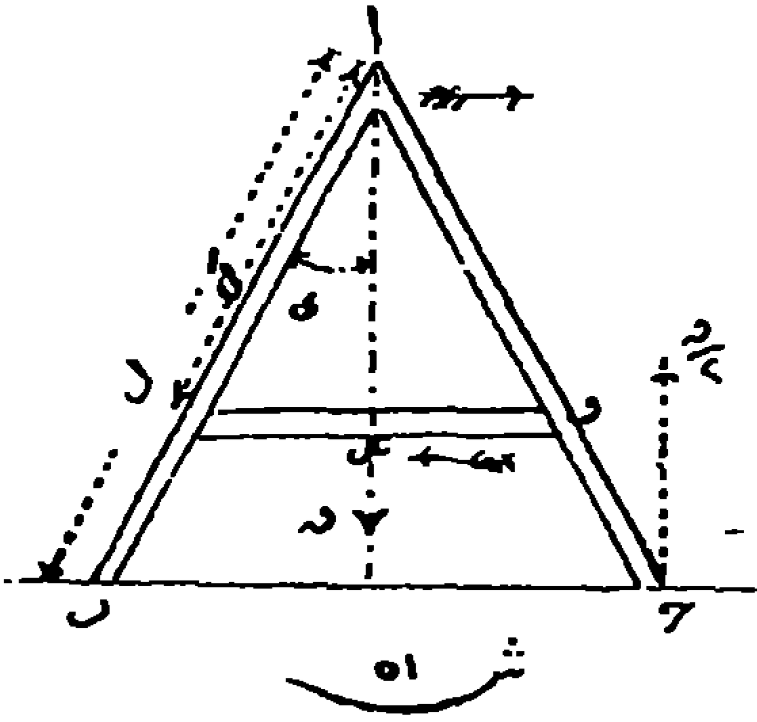


ش ٥٠

منفظين مساوٍ كل منهما الى $\frac{ه}{٢ حتا ى}$ ويلزم لحصول التوازن ان تكون زاويتاى متساويتين كى تنعدم المركبتان الافقيتان ثم ان الرجلين حـ ا ء يميلان الى التباعد عن بعضهما بتأثير المدافعة الافقية التى مقدارها

$$\frac{١}{٢} ه طا ى$$

واذا فرض جملون بسيط كما فى شكل ٥١ مكون من ضلعين مائلين ومن شداد افقى ء و وكان المطلوب ايجاد مقدار الشد ش للشداد المذكور من بعد معلومية الحمل ه الواقع فى قمة الجملون يقال ان الضلع المائل اح مثلا يمكن اعتباره مطلقا بتأثير رد الفعل $\frac{ه}{٢}$ لنقطة الارتكاز وبقوة الشد ش وبالدفع الافقى الواقع فى القمة وحينئذ بأخذ العزم بالنسبة للرأس المذكورة بناء على شروط التوازن يحدث



ش ٥١

$$\frac{ه}{٢} ل حا ى = ش لَ حتا ى \quad \text{أو}$$

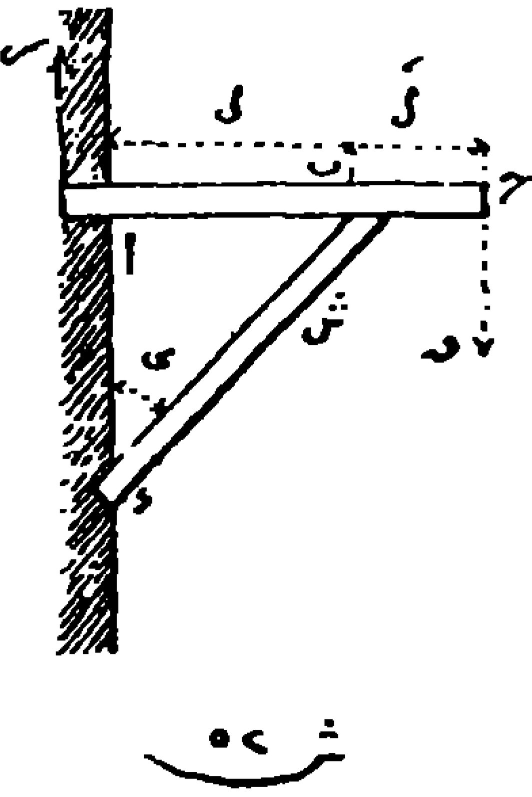
$$ش = \frac{ه}{٢} \times \frac{ل}{لَ} طا ى \quad \text{أو}$$

$$ش = \frac{ه}{٢} \times \frac{١}{\frac{لَ}{ل}} طا ى$$

ونفرض ان $\frac{لَ}{ل}$ = س يحدث

$$ش = \frac{ه}{٢ س} طا ى$$

واذا فرض عتب افقى اح كما فى شكل ٥٢ لاحدى نهايتيه ا ثابتة بحيث يمكن ان يدور العتب المذكور حولها اثناء تحميل النهاية الأخرى المطلقة بحمل قدره ه مع كون العتب المذكور مقوى من أسفل بالذراع ب ء يرى أنه فى نقطة ا يحدث من أسفل الى اعلا رد فعل ر ورد الفعل المذكور يلزم ان يتزن مع الحمل ه بالنسبة لنقطة ب وحينئذ فيكون مساويا الى ه × $\frac{لَ}{ل}$ وعليه فنقطة ب تكون محملة بحمل كلى قدره ه + ر أعنى بالحمل ه × $\frac{ل + لَ}{ل}$



ش ٥٢

وينتج من ذلك حينئذ ضغط قدره

$$\frac{ه (ل + لَ)}{ل حتا ى}$$

واقع على الذراع ب ء وجذب افقى قدره

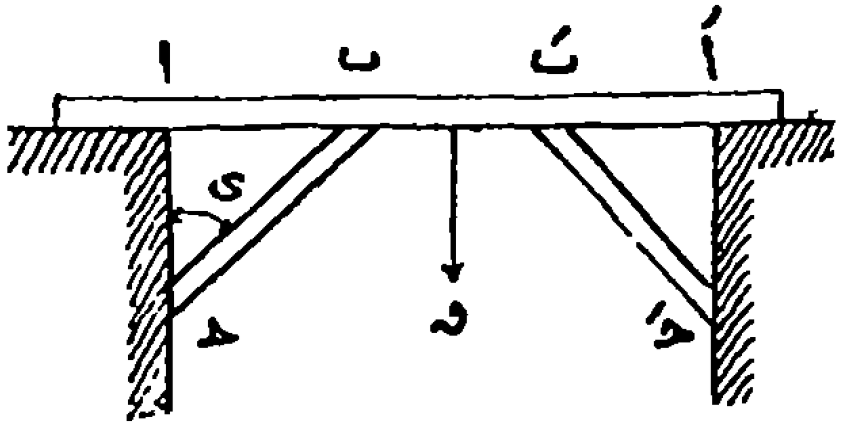
$$ه \times \frac{ل + لَ}{ل} طا ى$$

واقع على الجزء اب واما من جهة الجزء ب حـ فانه يكون متأثرا بعزم انحناء متغير ويمكن أن يأخذ شكلا متساوى المقاومة مع ملاحظة أن التأثير الاعظم يكون حاصلا فى القطاع الرأسى ب الذى يكون فيه مقدار عزم الانحناء مساويا الى ه لَ وحينئذ يمكن اعتبار القطعة مثبتة فى هذا القطاع حيث ان المماس

للخط

للخيط المتوسط فيه يكون أفقيا

واذا فرض أيضا التعشيق الكثير الاستعمال فى القناطر الخشبية المركب كما فى شكل ٥٣ من عتب افقى مرتكز على نقطتى ارتكاز ا ، ا' ومقوى فى نقطتى ب ، ب' بذراعى ب ح ، ب' ح' ويحمل اما باثقال متعددة أو بثقل منتظم فانه يمكن لعتبار القطعة ا ا' كعتب ذى ثلاث فتحات وحساب عزم الانحناء على نقط الارتكاز ثم عزم الانحناء فى الفتحات بواسطة نظرية برتو وكلابيرون ثم حساب الحملين القاطعين الواقعين فى نقطتى ب ، ب' بناء على النظرية المذكورة أيضا



ش ٥٣

ولا يخفى أن الحملين القاطعين المذكورين يحللان الى ضغطين على اتجاهى الذراعين والجذبين واقعين فى الجزئين ب ا ، ب' ا' ولكن الاحسن أن يتبع فى العمل ماذكره المعلم نافيى اذا أريد زيادة التأكد من الاستدامة بأن يبتدأ بحساب القطعة ا ا' على اعتبارها بغير اذرع ثم يحسب كل من الذراعين ح ب ، ح' ب' باعتباره منفردا أيضا وحاملا للثقل د فى اتجاه محوره

وقد شرحنا ذلك فى احد الامثلة السابقة وحيث ان كلا من الجمل المحمولة بهذه الكيفية يكون اضعف من الجملة الحقيقية فمقادير الابعاد المعينة بحسبها كما ذكر تكون فيها الكفاية وزيادة

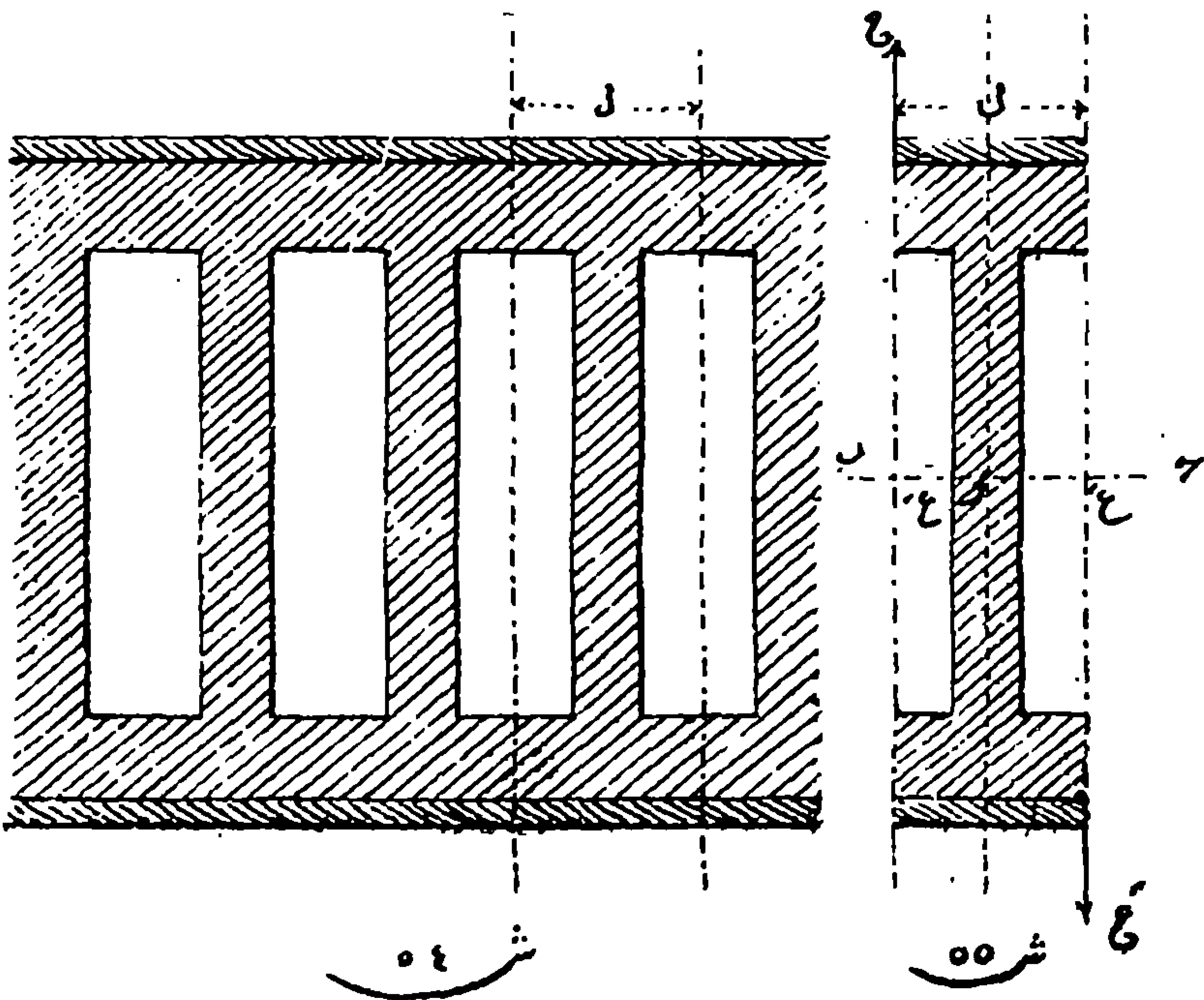
وكذلك اذا فرضت قنطرة بحملة بحمل ثابت وحمل عارضى موزعين بانتظام ولوحظ ان التعشيق فى ب ، ب' يضعف القطعة الافقية فانه يمكن فرض قطعها فى النقطتين المذكورتين وحساب الجزئين ا ب ، ا' ب' كعتبين افقيين مرتكز كل منهما على نقطتى ارتكاز ثم يحسب كل من الذراعين ح ب ، ح' ب' مع تحميلها بما يقابل الجزء ب ب' وبالحمل المنتقل من الجزئين الجانبيين على نقطتى ارتكازها ب ، ب'

وما ذكرناه من الامثلة البسيطة كاف فى كثير من الأحوال فى انشاء القناطر الخشبية

فى الاعتاب ذات الروح المفرغة والمثلثية والشبكية

فى الأعتاب ذات الروح المفرغة ـ حيث ان التفاريغ التى تصنع فى ارواح الاعتاب الزهر على الخصوص تؤدى الى زخرفة فى الاعتاب المذكورة فقد استعملت من اجل ذلك وحينئذ نشتغل بكيفية حساب هذا النوع من الاعتاب فنقول

اذا فرض عتب ذو تفاريغ مستطيلة كما فى شكل ٥٤ واعتبر جزء من العتب المذكور محصور بين مستويين رأسيين مارين بمنتصفى تفريغين



ش ٥٤

ش ٥٥

متابعين كما فى شكل ٥٥ فهذا الجزء يتزن بتأثير الحمل وه ل الواقع عليه مع الرمز بحرف وه للثقل بالنسبة للمتر الطولى وبتأثير القوى الموجودة فى مستوى القطاعين وهذه القوى على اليسار هى الحمل القاطع ح والقوى المحدثة لعزم الانثناء ع

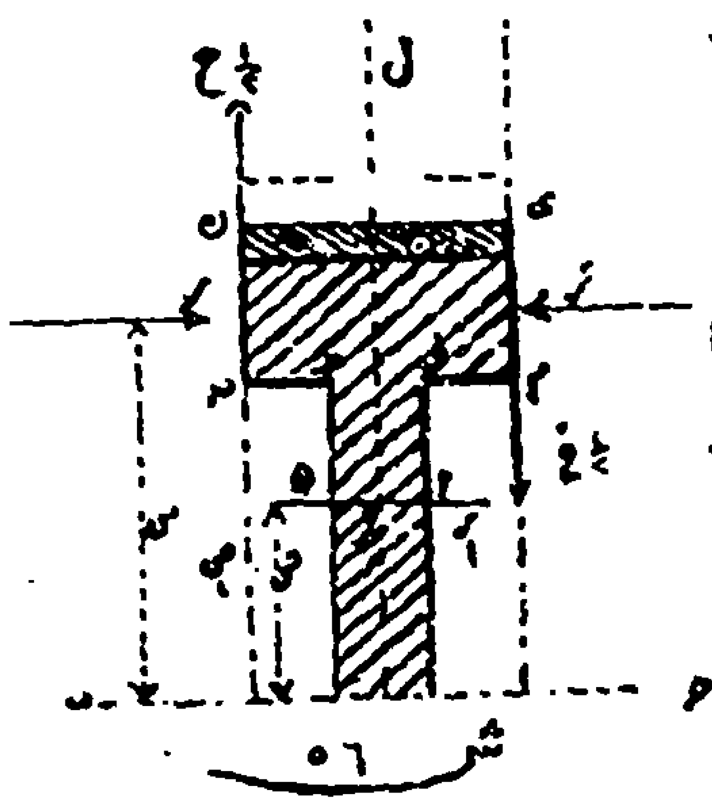
وعلى اليمين هى الحمل القاطع حَ والقوى المحدثة لعزم الانثناء عَ وحينئذ باسقاط القوى المذكورة على محور رأسى يحدث

حَ = ح - وه ل .... (١)

وبأخذ العزم بالنسبة لنقطة و يحدث

عَ - ع = ل/٢ (ح + حَ) = ل/٢ (٢ح - وه ل) ...... (٢)

ولنعتبر الآن قطعة من هذا الجزء شكل ٥٦ محدودة بمستوى افقى ا م متباعد عن محور الجمول وه و ببعد ص كما فى الشكل فهذه القطعة تكون متزنة بتأثير الحمل الواقع عليها والقوى الموجودة فى الجزئين المقطوعين وهذه القوى على اليسار هى نصف الحمل القاطع أعنى ½ ح والمحصلة ر لردود الافعال التى مع نظيرتها من أسفل تحدث العزم ع وعلى اليمين هى ½ حَ والمحصلة رَ لردود الافعال التى مع نظيرتها من اسفل تحدث العزم عَ ومن اسفل المحصلة ر₁ لردود الافعال الموجودة فى المستوى الافقى ا م التى عزمها ع₁



وحينئذ اذا اسقطت القوى الواقعة على القطعة المذكورة على اتجاه المحور س يحدث

ر₁ = رَ - ر

وبأخذ العزم بالنسبة لنقطة و التى هى منتصف ا م يحدث

ع₁ = ل/٤ (ح + حَ) - (رَ - ر)(س - ص)

ولكن حيث أن ر س = ½ ع ، رَ س = ½ عَ

فيكون (رَ - ر) س = ½ (عَ - ع)

وبناء على معادلة (٢) يحدث

ع₁ = (رَ - ر) ص = ر₁ ص ...... (٣)

ولم يبق علينا الا تعيين رَ - ر فاما ر فهى محصلة التأثيرات العنصرية المتولدة بالانثناء فى القطاع ن ه ومقدارها بموجب ما تقدم هو

ر = م/ي × ت ي₁

الذى فيه م رمز لمقدار الشدة العظمى للقطاع اى رمز لمعامل المقاومة ، ي رمز لبعد ابعد الخيوط عن خط الجمول ، ت رمز لقطاع عنصرى ميتا افقى ، ي₁ رمز لبعد مركز ثقله عن خط الجمول وحيث أن

ع = م س/ي

فيكون

فيكون ع/ـه = م/ء

وعليه يكون ر = ع/ـه × ث ء

وبمثل ذلك يكون رَ = عَ/ـه × ث ء

واذن يكون ﺑ = رَ − ر = (عَ − ع)/ـه × ث ء أو

ﺑ = (ﻟ ح − ½ ﻫ ﻟ²) × ث ء/ـه ...... (٤)

والعلامة ـه تطبق على كل القطاع المسقط في ﻟ ﻫ ويتج من ذلك ان الفصوص الرأسية المكونة للروح عرضة في كل نقطة الى قوة انزلاق ﺑ والى عزم انحناء ع = ﺑ ص ويحصل النهاية الكبرى في الجزء ف ط اعني في محل اجتماع الفص بالرأس وبناء عليه يحسب القطاع المجهول بالمعادلة

م ـه/ء = ﺑ ص

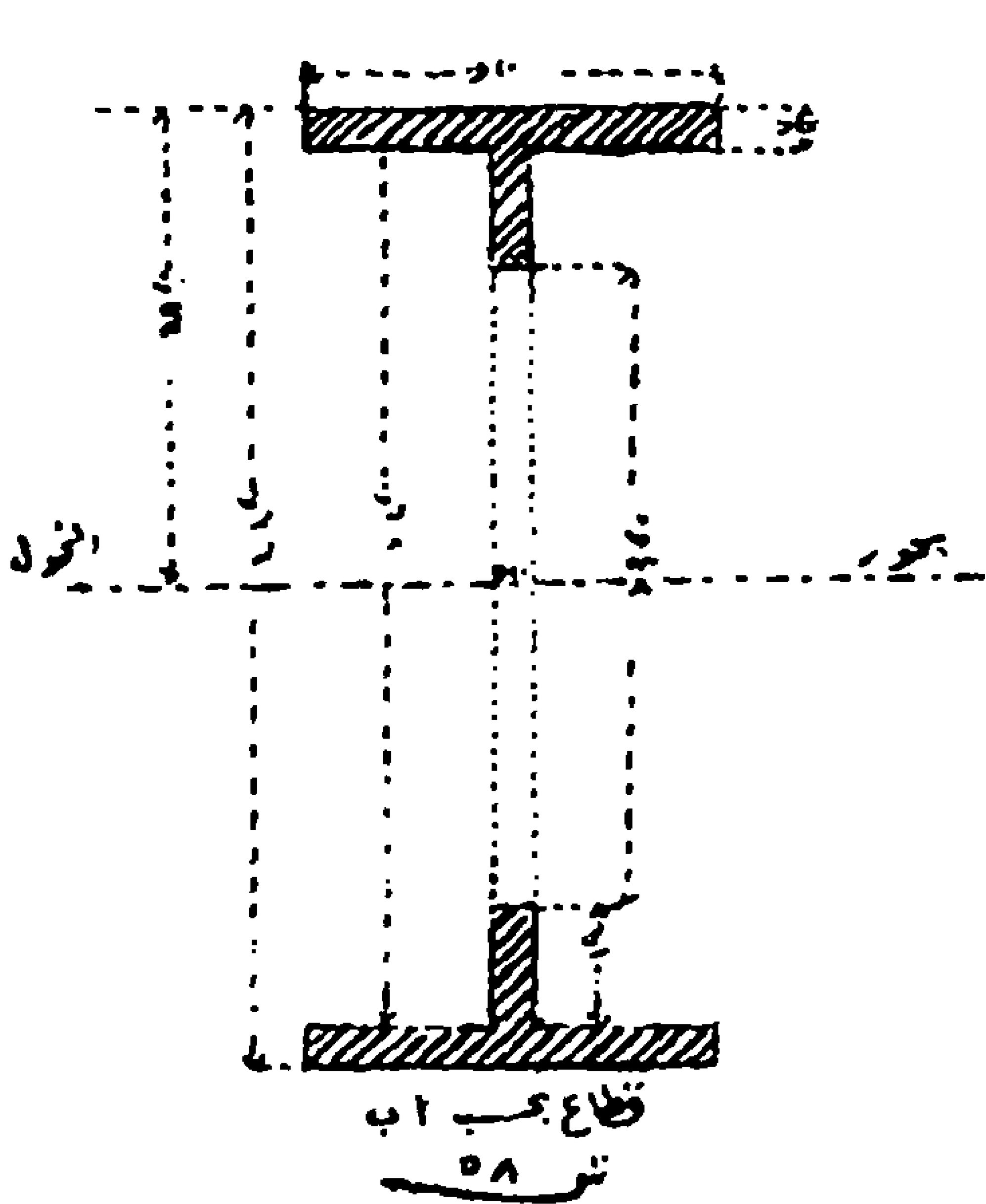
التي فيها ص رمز للبعد بين ف ط وخط الجمول

ويجب بعد ذلك ان يتحقق ما اذا كان هذا القطاع مقاوما للحمل ﺑ أو الاوفق ³⁄₂ ﺑ

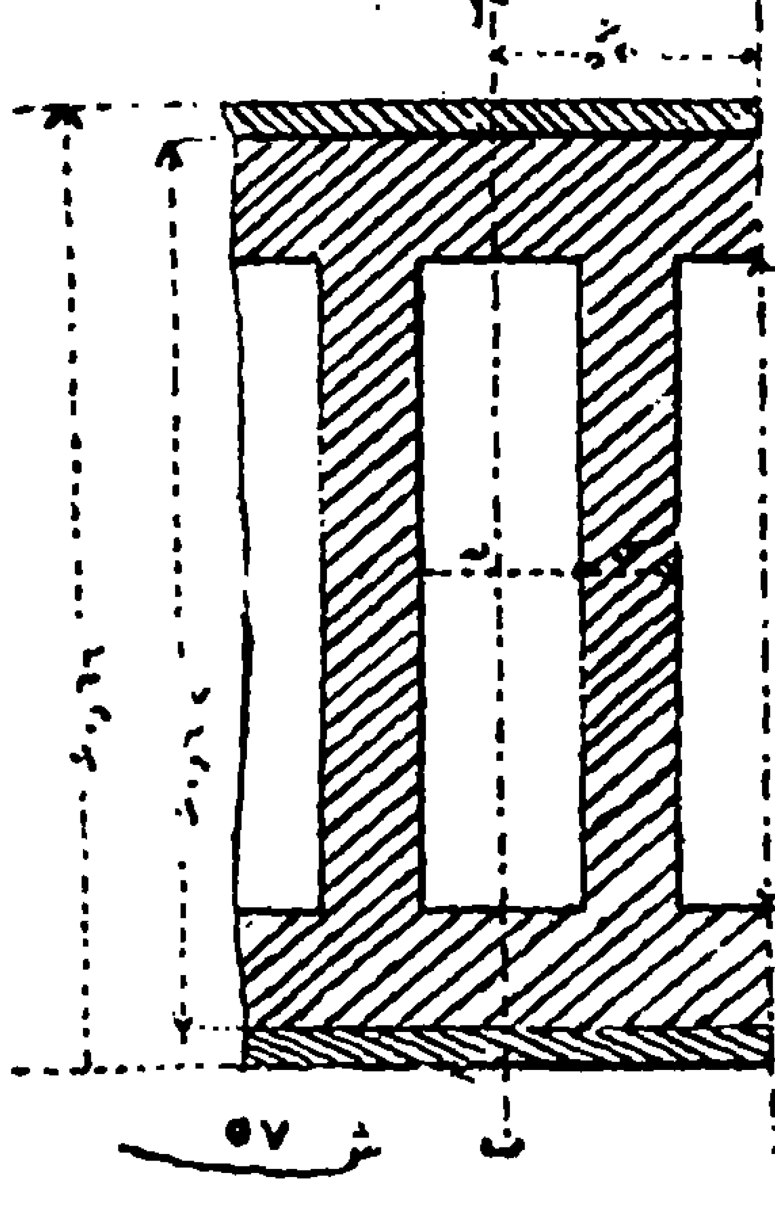
وأما مجموعة العتب فتطبق عليها القوانين المعتادة مع جعل ـه , ـه/ء هما المقداران المنسوبان للقطع الحادث اعلى واسفل التفريغ ويلزم زيادة على ذلك ان قطاع الجزء الموجود فوق التفريغ يكون مقاوما للانثناء الناشئ عن ½ ح اعني أنه اذا رمز بحرف ﻫ لعرض التفريغ يكون القطاع المذكور مقاوما الى ﻫ × ح/٨

ثم ان هذا القطاع أيضا يجب ان يتحمل الحمل القاطع ½ ح

مثال رقمي – لنفرض عتبا من الزهر قطاعه كالمبين في شكلي ٥٧ و٥٨ أعني ان ارتفاعه ٠٫٦٦ متر وعرضه ٠٫١٠ متر وسمك كل من الروح والراسين ٠٫٠٢ متر والمسافة بين كل تفريغين متتابعين من حدود الى آخر ٠٫٦٠ متر وارتفاع التفريغ ٠٫٤٢ متر ونفرض أن المسافة بين نقطتي الارتكاز ١٠ متر وأن معامل المقاومة يساوي ٤×٦٠ كيلوجرام على المتر المربع فحينئذ يكون



ش ٥٨



ش ٥٧

ـه = ١/١٢ (٠٫١٠ × ٠٫٦٦³ − ٠٫٠٨ × ٠٫٦٢³ − ٠٫٠٢ × ٠٫٤٢³)

أو ـه = ٠٫٠٠٠٦٨٣٤٦ م

ـه/ء = ـه/٠٫٣٣ = ٠٫٠٠٢٠٧٠٩

وبذلك يكون الحمل الذي يمكن ان يحمله العتب مع الأمن على المتر الطولي بعد الرمز لطول العتب بحرف ﻟ هو

ن = ٨ م ج / ى ل^٢ = ٨/١٠٠ × ٤ × ١٠^٦ × ٠ر٠٠٢٠٧١٠٩ أو

ن = ٦٦٢ر٧٥ كيلوجرام

ومقدار الحمل القاطع الأعظم فوق احدى نقطتي الارتكاز يكون

ح = ن ل / ٢ = ٣٣١٣ر٧٥ كيلوجرام

وفي هذه الحالة مح ث ى١ = ١/٨ (٠ر١٠ × ٠ر٦٦^٢ − ٠ر٠٨ × ٠ر٦٢^٢ − ٠ر٠٢ × ٠ر٤٢^٢) أو

مح ث ى١ = ٠ر٠٠١١٦

وحيث هنا ل = ٠ر٢٠ متر فيكون مقدار حمل الانزلاق بناء على معادلة (٤) هو

ر١ = (٠ر٢٠ × ٣٣١٣ر٧٥ − ٦٦٢ر٧٥ × ٠ر٢٠^٢/٢) × ٠ر٠٠١١٦/٠ر٠٠٠٦٨٣٤٦ = ١١٠٢ر٣ كيلوجرام

وحيث كان ع١ = ر١ ص فيكون

ع١ = ١١٠٢ر٣ × ٠ر٢١ = ٢٣١ر٤ كيلوجرام متر

واذا رمز بحرف س لعرض الفص الواحد يكون

٢٣١ر٤ = ٤ × ١٠^٦ × س^٢ × ٠ر٠٢ / ٦ ومنها يحدث

س = ٠ر١٣١٧ متر

ولاجل تحقيق المقاومة للانزلاق نبحث عما اذا كانت المعادلة

ر١ × ٣/٢ = ٤٠٠٠٠٠ × س × ٠ر٠٢

محققة أم لا

وحيث كان مقدار الطرف الاول للمعادلة المذكورة هو ١٠٥٣ر٦ ومقدار الطرف الثاني هو ١٦٥٣ر٤٥ وكان مقدار الطرف الأول أكبر من مقدار الطرف الثاني فتكون المعادلة المذكورة محققة اعني ان الفص يقاوم قوة الانزلاق وزيادة

وكذا في هذه الحالة قطاع أحد الجناحين ى م = ب مسطحه يساوى ٠ر٠٠٤ متر مربعا و ح/٢ = ١٦٥٦ر٨٧٥ فاذن يكون

ح/٢ب = ٤١٤٢١٩

وهو مقدار أقل من معامل المقاومة م = ٤٠٠٠٠٠

ولأجل التحقق ما اذا كان القطاع المذكور مقاوما للعزم ن × ح/٢ أم لا يقال

ان عزم مقاومة القطاع المذكور هو

م ج / ى = ٤ × ١٠^٦ × ٠ر٠٠٠٣٤١٧٣ / ٠ر٣٣ = ٤١٤٢ر١٦

وحيث أن ن = ٠ر٢٠ − س = ٠ر٢٠ − ٠ر١٣١٧ = ٠ر٠٦٨٣ م

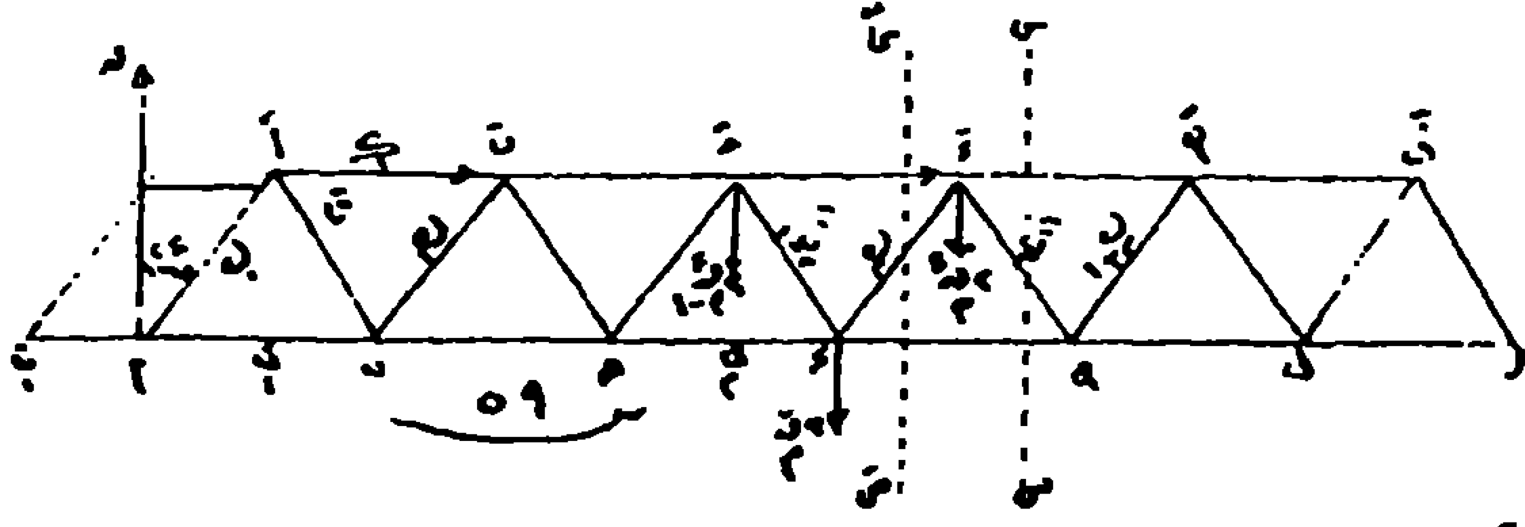
ح/٢ = ١٦٥٦ر٨٧٥ فيكون

ن × ح/٢ = ١١٣ر١٦٥

وهذا المقدار اصغر بكثير من مقدار عزم مقاومة القطاع المفروض أعني ان القطاع المذكور يقاوم للعزم ن × ح/٢ وزياده

في الاعتبار

في الاعتاب ذات الروح المثلثية ـ هذا النوع من الاعتاب المبين في شكل ٥٩ يتركب من رأسين افقيين اب ، اَ بَ ... مجتمعين معاً بواسطة قطع مائلة صانعة مع الخط الرأسى زاوية ى وحساب هذا النوع من الاعتاب يعين ابتداء مقدار رد الفعل ده الواقع من نقطة الارتكاز على نهاية العتب بناء على الحمل الواقع على العتب المذكور ويسلم أن



جميع القطع التى تتقاطع فى رؤوس الخط المنكسر ٢١ ب بَ .... مفصلية فى تلك الرؤوس ومن السهل تعيين مقدار الشد أو الضغط الواقع على كل من القطع المذكورة بالطريقة الرسمية بواسطة متوازى أضلاع القوى

وحينئذ بالابتداء من النهاية ٢ فان رد الفعل ده يحلل الى الجذب فى الرأس ٢ب والضغط فى القضيب ٢١ وبانتقال هذا الضغط فى ١ وبتحصيله مع الحمل الخارج الواقع فى ١ فان محصلتهما تتوزع فيما بين الفتحة الاولى اَ بَ من الرأس العليا وبين الشداد اب الذى يكون حينئذ متأثراً بشد

وعلى ذلك تكون نقطة ب متأثرة بقوتين احداهما الجذب المتجه فى اتجاه ٢ب والأخرى الجذب المتجه فى اتجاه اب وبمحصلة هاتين القوتين مع الحمل الذى يمكن ان يكون واقعاً مباشرة فى نقطة ب من الرأس السفلى للعتب تحلل الى قوتين احداهما فى اتجاه ب د والأخرى فى اتجاه د بَ

وباجراء العمل على هذا المنوال لغاية النهاية الاخرى للعتب يحصل على مقادير الشد ود والضغوط الواقعة على جميع القطع المائلة وعلى جميع فتحات الرأسين

وهذه الطريقة الرسمية كثيرة الاستعمال متى كان عدد الفتحات قليلاً ويحصل بها بمقياس كبير على نتائج مضبوطة بسرعة ويمكن بواسطة النتائج المذكورة رسم منحنيات يرى مباشرة منها تغير الضغوط فى كل من رأسى العتب وفى كل من جملتى الشدادات المائلة

ولكن الاصوب على العموم الالتجاء الى الحساب واستعمال القوانين التى سنشرحها

ولذلك نعتبر رأسين متتابعين أياً كانا من فتحة نمرة ترتيبها م ونرمز بالرمز ت م ، تَ لشدى الخطين د ى ، ىَ هـ وبالرمز ضم ، ضَ م لضغطى الخطين حَ دَ ، ءَ ء وبالرمز ق م ، قَ م للحملين الكائنين الواقعين فى الرأسين ء ، ءَ

ونفرض أن العتب مقطوع بمستوى رأسى مار بين ءَ ، ه وتعتبر ان التوازن حاصل فى القطاع المتصل وحينئذ فردود أفعال جزء العتب الموجود على اليمين تكون هى أولا الضغط ض م+١ وثانيا الشد ت م+١ وثالثا الشد تَ م والتوازن يكون حاصلا بين ردود الأفعال المذكورة وبين جميع القوى الخارجة الواقعة على العتب فيما بين القطاع المذكور وبين النهاية ١ مع اعتبار رد الفعل ده لنقطة الارتكاز الذى يمكن تعيينه بسهولة بواسطة علم الاستاتيك ضمن هذه القوى

وحيث ان التوازن حاصل فيكون مجموع مساقط جميع القوى على محور ما معدوما وحينئذ باسقاط القوى على الرأسى س ص يكون

$$\text{تَ}_{\text{م}}\ \text{حاى} - \text{ن} + ٢\text{ك}\left(\text{قَ}_{\text{م}} + \text{قً}_{\text{م}}\right) = ٠ \quad \ldots\ldots (١)$$

وبالأسقاط على محور افقى يكون

$$\text{تَ}_{\text{م}}\ \text{حاى} + \text{ت}_{\text{م+١}} - \text{ك}_{\text{م+١}} = ٠ \quad \ldots\ldots (٢)$$

ولنفرض الآن أن العتب ليس مقطوعا فيما بين ءَ ، هـ وانه مقطوع فيما بين ء ، ءَ فحينئذ ردود افعال الجزء المحذوف من جهة اليمين تتكون من الضغطين $\text{ك}_{\text{م}}$ ، $\text{ل}_{\text{م}}$ المتجهين من اليمين الى اليسار ومن الشد $\text{ت}_{\text{م+١}}$ المتجه من اليسار الى اليمين والتوازن يوجد أيضا بين تلك القوى وبين جميع القوى الخارجة الواقعة على العتب بالابتداء من القطاع المعتبر لغاية النهاية ٢ وحينئذ يجعل مجموع مساقط جميع القوى المذكورة على كل من المحورين الرأسى والافقى معدوما يحدث

$$\text{ل}_{\text{م}}\ \text{حاى} - \text{ن} + ٢\text{ك}\left(\text{قَ}_{\text{م}} + \text{قً}_{\text{م-١}}\right) = ٠ \quad \ldots\ldots (٣) \quad \text{و}$$

$$\text{ل}_{\text{م}}\ \text{حاى} + \text{ك}_{\text{م}} - \text{ت}_{\text{م+١}} = ٠ \quad \ldots\ldots (٤)$$

فمن معادلتى (١) ، (٣) يستخرج مقدارا $\text{تَ}_{\text{م}}$ ، $\text{ل}_{\text{م}}$ بدلالة رد فعل نقطة الارتكاز والأحمال الواقعة على العتب وهى كميات معلومة من منطوق المسألة

واذا اجمعنا معادلتى (٢) ، (٤) على بعضهما يحدث

$$\text{ك}_{\text{م+١}} - \text{ك}_{\text{م}} = \left(\text{تَ}_{\text{م}} + \text{ل}_{\text{م}}\right)\text{حاى} \quad \ldots\ldots (٥)$$

ومن هذه المعادلة يستخرج على التوالى المقادير المتتابعة للكميات $\text{ك}_{\text{م}}$ بناء على كون المقدار الابتدائى ك مساويا الى $٢(\text{ن} - \text{قَ})$ طاى

كما يعلم ذلك مباشرة من رسم متوازى اضلاع القوى من ٢ ، ٢َ

واذا عوضنا فى معادلة (٢) الرمز م بالرمز (م-١) فأن المعادلة المذكورة تكون صحيحة وتؤول الى

$$\text{تَ}_{\text{م-١}}\ \text{حاى} + \text{ت}_{\text{م}} - \text{ك}_{\text{م}} = ٠ \quad \ldots\ldots (٦)$$

وبجمع معادلتى (٦) ، (٤) على بعضهما يحدث

$$\text{ت}_{\text{م+١}} - \text{ت}_{\text{م}} = \left(\text{تَ}_{\text{م-١}} + \text{ل}_{\text{م}}\right)\text{حاى} \quad \ldots\ldots (٧)$$

ومن هذه المعادلة يستخرج على التوالى المقادير المتتابعة للكمية $\text{ت}_{\text{م}}$ بناء على كون المقدار الابتدائى ت مساويا الى ن طاى كما يرى من متوازى اضلاع القوى المرسوم من ٢

ومن معادلتى (١) ، (٣) يستخرج مقدارا $\text{تَ}_{\text{م}}$ ، $\text{ل}_{\text{م}}$ وحينئذ يكون

$$\text{تَ}_{\text{م}} = \frac{\text{ن} - ٢\text{ك}\left(\text{قَ}_{\text{م}} + \text{قً}_{\text{م}}\right)}{\text{حاى}} \quad \ldots\ldots (٨) \ \text{،}$$

$$\text{ل}_{\text{م}} = \frac{\text{ن} - ٢\text{ك}\left(\text{قَ}_{\text{م}} + \text{قً}_{\text{م-١}}\right)}{\text{حاى}} \quad \ldots\ldots (٩)$$

ومن معادلتى (٥) ، (٧) تستخرج المقادير المتتابعة للكميات ت ، ك والمسألة تكون حينئذ محلولة فى

جميع

جميع عموميا تها

ولكن فى العمل تكون القوانين أبسط من ذلك حيث ان الأحمال تكون دائما موزعة بانتظام على احدى الرأسين كالرأس السفلى مثلا وحينئذ يقتضى جعل ق ثابتا ما ق معدوما مهما كان الرمز الموجود أسفل ومرجهة أخرى متى أريد البحث عن تأثير حمل وحيد فتحذف جميع مقادير ق ، ق ماعدا واحدا منها وسنختبر هاتين الحالتين مع الايجاز فنقول

القوانين فى الحالة التى يكون فيها الحمل وحيدا - لنفرض أن العتب مكون من فتحات عددها ح كل منها مثل ا وأن الحمل الوحيد ء ق واقع فى نهاية الفتحة التى ترتيبها س وحينئذ فى القوانين السابقة يكون مجموعا م ق ، ق معدومين متى كان م أقل من س ومتى كان م أزيد من س فان مجموع م ق يبقى معدوما بخلاف مجموع م ق فان مقداره يكون ثابتا ومساويا الى ء ق وحينئذ فالثقل ء ق يوزع على نقطتى الارتكاز بنسبة عكسية لعدد الفتحات المحصورة بين الثقل المذكور وبين نقطتى الارتكاز ويحدث

$$ح = ء ق \times \frac{ح - س}{ح}$$

وبمراعاة هذه المعالم فى قانونى (٨) ، (٩) يحدث

$$\frac{ي}{م} = \frac{ت}{م} = \frac{ح}{حا ى}$$

متى كانت م محصورة بين ١ ، (س - ١) ويكون

$$\frac{ي}{م} = \frac{ت}{م} = - \frac{ء ق س}{ح حا ى}$$

متى كانت م محصورة بين س ، ح

وحينئذ متى اخذت م فى تجاوز س فان اتجاهات الشدود المنتقلة على القضبان المائلة يتغير فى الحال والقضبان التى تميل نحو اليسار تكون مضغوطة والتى تميل نحو اليمين تكون مشدودة وتحدث الحالة العكسية بدون أدنى انتقال بحيث ان القضبان الأولى تكون متأثرة بالشد والقضبان الثانية تكون متأثرة بالضغط وإذا اعتبر قضيب مثل ء ح فكل ثقل موضوع فى الاتجاه الرأسى المار بأحدى الرؤوس الموجودة على الرأس السفلى على يسار نقطة ء يحدث للقضيب المذكور تأثير شد وكل ثقل موضوع فى ء أو على يمينها يحدث له تأثير ضغط

والتوفيق المنسوب للحمل العارضى الذى يحدث اعظم شد يحصل عندما تكون جميع الرؤوس الموجودة على يسار نقطة ء هى المحملة فقط والتوفيق الذى يحدث اعظم ضغط يحصل عندما تكون جميع الرؤس الموجودة على يمين نقطة ء هى المحملة فقط

وأما بالنسبة لتوفيق حيثما اتفق للحمل العارضى فأن الحمل الواقع على القضيب ء ح يصير بين النهايتين العظمتين للشد والضغط السابقتين وحينئذ يكون من المفيد بالنظر للاستدامة حساب هاتين النهايتين

ولنشتغل الآن بحساب المقادير المتتابعة للكميتين ت ، ك فنقول ان معادلة (٥) التى يستخرج منها مقدار ك يمكن وضعها بالصورة الآتية بملاحظة أن تَ ، ي كميتان متساويتان على الدوام وان مقدارهما المشترك رمزه ر

وهى $ك_{م+١} - ك_{م} = ٢ ر حاى$

وبأعطاء م المقادير ٠ و١ و٢ و٣ و٤ و ..... على التوالى مع ملاحظة ان $ك_{٠} = ك$ ، $ك_{١} = ٢ ن طاى$ يحصل على مجموعة المعادلات الآتيـة

$$ك_{٢} - ك_{١} = ٢ ر حاى$$ ،
$$ك_{٣} - ك_{٢} = ٢ ر حاى$$ ،
.... ،
$$ك_{م} - ك_{م-١} = ٢ ر حاى$$

وبجمع هذه المعادلات الى بعضها طرفا بطرف يحدث

$$ك_{م} = ٢ (م-١) ر حاى + ٢ ن طاى$$

ومتى تغيرت م من ١ الى س فأن ر تكون مساوية الى $\frac{ن}{حاى}$ ويكون

$$ك_{م} = ٢ م ن طاى = ٤ م قَ \times \frac{ه - س}{ه} طاى \quad .... (٦)$$

ومتى تغيرت م من س الى ه فأنه يلزم ان يضاف الى مقدار $ك_{م}$ الناتج من معادلة (٦) الذى يجعل فيه م = س مقدار (م-س) مكررا للحاصل ٢ ر حاى مع جعل ر مساويا الى $- \frac{٢ قَ س}{ه حاى}$ وحينئذ فيكون

$$ك_{م} = ٤ قَ س \times \frac{ه - م}{ه} طاى$$

ويوجد بالمثل المقادير المتتابعة للكمية ت بواسطة معادلة (٧)

ويرى من القوانين ان ك ، ت يكونان موجبين دائما مهما كان وضع الحمل وأن أى حمل وحيد حيثما اتفق معلق فى الرأس السفلى للعتب يحدث ضغطا للرأس العليا وشدا للرأس السفلى وحيث ان تأثيرات القوى تجمع معا فيرى أن التأثير الاعظم يحصل على الرأسين متى كان العتب بتمامه محملا

القوانين فى الحالة التى يكون فيها الحمل موزعا بانتظام — فى هذه الحالة يكون كل من الفتحات التى عددها ه للعتب محمل بثقل قدره ٢ قَ ويكون نقل نصفى الفتحتين المتطرفتين مستقلا مباشرة على الحاملين ومعدوما بتأثير رد فعل مساوٍ له

وحينئذ رد الفعل ن لكل من الحاملين يكون مساويا الى قَ (ه-١) ومن قانونى (٨) ، (٩) يحدث

$$ت_{م} = ر_{م} = \frac{قَ (ه-١) - ٢ م قَ}{حاى} = \frac{قَ (ه - ٢ م - ١)}{حاى} \quad ..... (١٠)$$

ومن معادلة (٥) تحصل المقادير المتتابعة للكمية ك ويحدث

$$ك_{م+١} - ك_{م} = (ت_{م} + ر_{م}) حاى = ٢ قَ طاى (ه - ٢ م - ١)$$

وبجعل م = ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ... على التوالى يحدث

$$ك_{٢} - ك_{١} = ٢ قَ (ه - ٢ - ١) طاى$$ ،
$$ك_{٣} - ك_{٢} = ٢ قَ (ه - ٢ \times ٢ - ١) طاى$$ ،
$$ك_{٤} - ك_{٣} = ٢ قَ (ه - ٢ \times ٣ - ١) طاى$$ ،
.... ،

م. م

$$\text{ض}_{\text{م}} - \text{ض}_{\text{م}-١} = ٢\,\text{قَ}\,[(\text{ن}-٢)(\text{م}-١)-١]\,\text{طاى}$$

وبجمع هذه المعادلات الى بعضها طرفا بطرف يحدث

$$\text{ض}_{\text{م}} - \text{ض}_{١} = ٢\,\text{قَ}\,\text{طاى}\,[(\text{م}-١)(\text{ن}-٢)[١+٢+٣+\ldots+(\text{م}-١)]-(\text{م}-١)]$$

وبملاحظة ان $\text{ض}_{١} = ٢\,\text{قَ}\,(\text{ن}-١)\,\text{طاى}$ وأن مجموع الاعداد الأول الصحيحة التى عددها ن يساوى $\frac{\text{ن}(\text{ن}+١)}{٢}$ يكون

$$\text{ض}_{\text{م}} = ٢\,\text{قَ}\,\text{طاى} \times \text{م}\,(\text{ن}-\text{م}) \quad \ldots\ldots \quad (١١)$$

ويبقى علينا حينئذ حساب المقادير المتتابعة للكمية ت وهذه المقادير تنتج من معادلة (٧) على التوالى وحينئذ يحدث

$$\text{ت}_{\text{م}+١} - \text{ت}_{\text{م}} = (\text{ت}_{\text{م}-١} + \text{ض}_{\text{م}})\,\text{حاى} \qquad \text{أو}$$

$$\text{ت}_{\text{م}+١} - \text{ت}_{\text{م}} = ٢\,\text{قَ}\,\text{طاى}\,(\text{ن}-٢\,\text{م})$$

واذا جعل فى هذه المعادلة م = ١ ، ٢ ، ٣ ، .... على التوالى يحدث

$$\text{ت}_{٢} - \text{ت}_{١} = ٢\,\text{قَ}\,\text{طاى}\,(\text{ن}-٢\times١) \;،$$

$$\text{ت}_{٣} - \text{ت}_{٢} = ٢\,\text{قَ}\,\text{طاى}\,(\text{ن}-٢\times٢) \;،$$

$$\text{ت}_{٤} - \text{ت}_{٣} = ٢\,\text{قَ}\,\text{طاى}\,(\text{ن}-٢\times٣) \;،$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots \;،$$

$$\text{ت}_{\text{م}} - \text{ت}_{\text{م}-١} = ٢\,\text{قَ}\,\text{طاى}\,[\text{ن}-٢(\text{م}-١)]$$

وبجمع هذه المعادلات الى بعضها طرفا بطرف وملاحظة أن

$$\text{ت}_{١} = \text{ن}\,\text{طاى} = ٢\,\text{قَ}\,(\text{ن}-١)\,\text{طاى} \times \tfrac{١}{٢} \quad \text{يكون}$$

$$\text{ت}_{\text{م}} = ٢\,\text{قَ}\,\text{طاى}\,[\text{م}\,(\text{ن}-\text{م}+١) - \frac{\text{ن}+١}{٢}] \quad \ldots\ldots \quad (١٢)$$

وحينئذ فقوانين (١٠) ، (١١) ، (١٢) يستخرج منها مقادير الشدود والضغوط الناتجة من الحمل المنتظم على جميع القضبان المائلة وعلى جميع قطاعات رأسى العتب والمسألة المفروضة تكون حينئذ محلولة بالتمام وتغيرات الشدود والضغوط الحاصلة على القضبان المائلة تتعين من قانون (١٠) والنهاية العظمى للقوتين ث ، ل تحصل عندما يكون م = ٠ ثم تأخذ فى التناقص الى ان يكون مقدار م مساويا الى $\frac{\text{ن}\times١}{٢}$ وحينئذ فينعدمان ثم بعد ذلك تتغير اشارتها وتأخذان جميع المقادير المطلقة التى كانت لهما اولا فيما بين منتصف العتب والحامل الآخر فاذا كان ن زوجيا فلا يمكن ان يكون ٢م = ن×١ وحينئذ فمقدارا ث ، ل لا ينعدمان وانما يقربان من الصفر بقدر ما يراد

واذا بحثنا بواسطة قانون (١١) عن النهاية العظمى للقوة ض يرى انها تحصل عندما يكون م = $\frac{\text{ن}}{٢}$ واذا بحثنا عن النهاية العظمى للقوة ت يرى بقانون (١٢) يرى انها تحصل عندما يكون م = $\frac{\text{ن}+١}{٢}$

وهاتان النهايتان تحصلان حينئذ بالقرب من وسط العتب وأن ضغط الرأس العليا للعتب وشد الرأس السفلى له يأخذان فى التزايد بالابتداء من الحاملين الى وسط العتب

وحينئذ فالنهاية العظمى للقوة ك تكون مساوية الى $\frac{1}{2}$ ق طاى × ن٢

والنهاية العظمى للقوة ت تكون مساوية الى $\frac{1}{2}$ ق طاى (ن٢ - ١)

وهاتان الكميتان تكونان متساويتين تقريبا متى كان عدد الفتحات كبيرا جدا

وكذا الشدود والضغوط فى رأس العتب تتغير فى الجهة العكسية لشدود وضغوط القضبان المائلة فالأول يتزايد والآخر يتناقص بالابتداء من النهايتين الى وسط العتب

فى تشابه الاعتاب الشبكية الى الجمل المثلثية - تشابه الاعتاب الشبكية للجمل المثلثية التى حسبناها أمر دقيق نوعا ويظهر من بادئ الأمر انه ليس صحيحا بالضبط الا أنه مقبول ولا يؤدى الى نتائج رديئة فى العمل وحينئذ يمكن اعتبار التشابه المذكور محققا تحقيقا كافيا

ففى الجملة المثلثية الرأسان الافقيتان ا ب ح ..... ، أَ بَ حَ ..... مكونتان من قطع منفصلة فى كل من رؤوسها وأما فى الأعتاب الشبكية فان الرأسين مكونتان من ألواح مستمرة من الصاج موضوعة افقيا وحيث ان طول الاعتاب المذكورة كبير جدا بالنسبة لباقى ابعادها فأن انحناءها يكون كبيرا جدا ويمكن اعتبار انها تحتوى على مفصلة أو تعشيق فى نقطة حيثما اتفقت من طولها

وحينئذ اذا اعتبر قضيبين مائلين مثل أ أَ ، ب بَ فيصير تعويضهما بجملة من القضبان المتوازية الموزعة بين أ أَ ، ب بَ وبين ب بَ ، ح حَ بحيث يكون مجموع القطاعات العرضية لتلك القضبان مساويا للقطاعين الناتجين من الحساب بالنسبة للقضيبين أ أَ ، ب بَ ويجرى مثل ذلك بالنسبة للقضبان أَ ب ، ..... المائلة فى الجهة المضادة

ويعتبر أيضا ان القوى تَ ، ك السابق حسابها تتوزع فيما بين جميع القضبان المائلة التى تتقابل مع القاعدة ا ب التى اعتبرناها فتحة فى العتب ذى المثلثات ولا يستغرب من هذا الفرض اذا لوحظ أن ا ب يكون دائما كسرا صغيرا جدا من الفتحة الكلية للعتب وأن تغير القوى المشتغلة على القطع المائلة يلزم أن يكون ظاهرا قليلا على الطول المذكور الصغير جدا

وحينئذ فحساب العتب الشبكى يكون سهلا بالنسبة لكل نقطة من الرأسين ويتحصل على الشد أو الضغط الذى يتوصل به الى حساب القطاع بناء على المقدار اللازم لتشغيل المادة بحسبه بالنسبة للوحدة السطحية وبالمثل بالنسبة لكل حزمة من القضبان المائلة المقابلة للقاعدة ا ب لمثلثات الجملة المتولد عنها الحزم المذكورة يقسم التأثير الكلى على عدد قضبان الحزمة فيتحصل على التأثير بالنسبة لكل قضيب من القضبان المذكورة وعليه يحسب قطاعه

وقد يرى ان قطاع كل من الرأسين يأخذ فى التزايد من طرفى العتب الى وسطه بخلاف قطاع حزم القضبان المائلة فانه يأخذ فى التناقص

ومن المعلوم ان خوص الشبكة تكون مبرشمة من اعلى ومن اسفل فى زاويتين مبرشمتين فى رأسى العتب وان البرشمة تمنع على الحامى وتشتمل على جملة مسامير برشام وحينئذ فلا يوجد حقيقة مركز تعشيق فى اطراف

القضبان

القضبان المائلة وانما من المحتمل أنه مع الزمن تنمم البرشمة وينشأ عنها بعض حركات ولكن في الواقع ونفس الأمر يكون التعشيق معدوما وبجار منعه بالكلية

وزيادة على ذلك فالقضبان المائلة في الجهة المضادة عند تقابلها مع القضبان الاولى جارى جمعها معها بواسطة مسامير برشام وتكون حينئذ مع القضبان الأولى المذكورة جسما واحدا مع كون هذا الأمر مخالفا بالكلية للنظرية التي نحن بصددها وكذا يسلم بالأمر غير المبرهن عليه بالكلية وهو أن هذه التغيرات ليس القصد منها الا تقوية الجملة وانما القصد الوحيد من النظرية التي ذكرناها هو عدم التوصل في العمل الى نتائج وخيمه ملحوظات على الشبكات ـ وباعتبار الاعتاب الشبكية سطحيا يرى أن جملة مثل هذه يلزم ان توصل الى تقليل ثقل العتب وبناء على أنه يحصل فائدة من ابعاد الخيوط المقاومة المكونة للعتب عن محور الحمول وحصرها في شريطين متباعدين عن بعضهما بمسافة اعظم ما يمكن قد صار حذف الجزء الوسطى القريب من محور الحمول وتحويل الجزء المصمت من العتب الى شبكة ولكن هذا الأمر تحقق عدم صحته بالتجربة وبالعلم النظرى

فقد ظهر من التجربة أنه اذا تجاوز وزن المعدن الداخل في تركيب قنطرة شبكية حدا معينا فأنه يكون دائما مضرا بمتانة القنطرة المذكورة

وقد أظهر العلم النظرى الفائدة التي تعود في مقاومة العتب من الروح التي تربط رأسيه ببعضها سواء كانت تلك الروح مصمتة أو مفرغة ولبيان ذلك نقول

حيث ان الروح هى العضو الذى به تنتقل قوى الشد والضغط من رأس الى أخرى في العتب الواحد فتحتاج حينئذ لمادة بالنظر لهذا الشغل الضرورى للتوازن العنصرى للانشاء

وبملاحظة ان الحمل القاطع ح يكون تقريبا واحدا في العتب الشبكى و في العتب ذى الروح المصمتة متى كان طولهما واحدا وكان كل من الحمل الثابت و العارضى في كلاهما واحدا

وأن الحمل القاطع في العتب الشبكى يؤثر بالميل على قضبان عددها ٢ ن التي يمكن تشغيلها بحمل أعظم قدره م بالنسبة للمليمتر المربع من القطاع فيكون المقدار الأصغر للقطاع العمودى لقضيب مبينا بالكسر الآتى وهو

$$\frac{\text{ح}}{\text{٢ن جاى} \times \text{م}}$$

وحينئذ فحجم الشبكة بالنسبة لطول صغير جدا قدره لَ من العتب يكون مساويا الى

$$\frac{\text{ح}}{\text{٢ن جاى} \times \text{م}} \times \frac{\text{لَ}}{\text{جاى}} \times \text{٢ن} \quad \text{أو الى} \quad \frac{\text{٢ح لَ}}{\text{م جا٢ى}}$$

وهذا المقدار يؤول في حالة ما تكون ى = ٤٥° وهى الحالة الأعظم موافقة الى

$$\frac{\text{٢ح} \times \text{لَ}}{\text{م}}$$

ففي العتب ذى الروح المصمتة الموضوع بالشروط السابقة قطاع الروح ينتج من معادلة $\frac{\text{ح}}{\text{م}}$ واما الحجم الجزئى للروح المذكورة يكون هو $\frac{\text{ح لَ}}{\text{م}}$ اعنى نصف المقدار السابق

وحينئذ فالروح المفرغة الشبكية تتكون من معدن ضعف المعدن اللازم لروح مصمتة

وقد قال المهندس كولمينيون أيضا أنه رغما عن قلة الوفر فى الاعتاب الشبكية فأنه غير جار تركها واستعمال الاعتاب ذات الروح المصمتة خاصة بل أن خفة الشبكة المرسومة جيدا والمنظر المنفر للروح المصمتة هما الاثنان أوجبا دائما كثيرا من المنشئين تفضيل الجملة التى يرتاح اليها النظر عن الجملة التى ليس لها فضل سوى الرخص أى قلة المصرف

وبالجملة فأن الأرواح الشبكية أثقل من الارواح المصمتة وأنه من ضمن الميول المختلفة للشبكة ميل ٤٥° هو الاكثر فائدة عن غيره

الاعتاب التى على طريقة هوف أوجون - يعرف فى أوروبا بأن عتب هوف هو الذى يصنع من الخشب والحديد معا ويستعمل على العموم فى القناطر الوقتية وأما تكوين العتب المذكور بتمامه من المعدن يعرف فى أمريكا باسم عتب جون

فالشكل العمومى لعتب هوف يتركب كما فى شكل ... من رأسين أفقيتين ا ا١ ا٢ ... ، ب ب١ ... مجتمعتين مع بعضهما بجملة قضبان بعضها رأسية وبعضها مائلة وصانعة مع الرأسى زاوية ى فالقضبان الرأسية لا تشتغل الا بالشد وهى من الحديد وأما القضبان المائلة فلا تشتغل الا بالضغط وهى من الخشب أو الحديد الزهر وبواسطة قلوزة موجودة فى القضبان الرأسية يمكن تثبيتها بحيث تشتغل بالشغل المفروض لها وأما القضبان المائلة فهى مثبتة جدا بحيث تشتغل فقط بالضغط

ومن البديهى ان هذا الشكل يحتاج الى دقة عظيمة اثناء التركيب حتى لا يحصل فصل الحامات من بعضها مع الزمن بتأثير الارتجاجات والاهتزازات

وحينئذ يلزم من وقت الى آخر التحقق من جودة ارتباط القطع ببعضها حتى تكون دائما مقاومة للاحمال الحاملة لها والطريقة البسيطة التى استعملت لحساب الضغوط أو الشدود الواقعة على القطع المختلفة للشكل المثلثية يمكن تطبيقها بالضبط فى هذه الحالة

فنرمز بالرمز ت لشد الجزء م-١ ا م من الرأس السفلى للعتب وبالرمز ك لضغط الجزء ب م-١ ب م من الرأس العليا للعتب وبالرمز ت' لشد الساق الرأسى ب م ا م وبالرمز ك' لضغط الساق المائل ب م ا م

ونفترض أنه يوجد رؤس مثل ا عددها ن بين طرفى العتب وأنه معلق فى كل منها ثقل قدره ٢ ق وحينئذ يكون رد الفعل د للحامل مساويا ن ق

ثم نقطع العتب بمستو رأسى س ص مار بالرأسى ب م ونعتبر ان التوازن حاصل فى هذا القطاع بفرض حذف الجزء الأيمن وحينئذ يقتضى الايضاف الى القوى الخارجية الضغط ك م+١ والشد ت م+١ ثم الشد ت' وحيث ان جميع القوى المذكورة متزن فيكون مجموع مساقطها على محور ما معدوما وحينئذ باسقاط القوى المذكورة على الرأسى ثم على الافقى يحدث

تَ م - ه + ٢ م قَ = ٠ أو تَ م = ه - ٢ م قَ = قَ (ن - ٢ م) ،

ك م+١ - م ت م+١ = ٠ أو ك م = ت م

وبقطع العتب بمستو رأسى متوسط سَ صَ واعتبار حصول التوازن بين جميع القوى الخارجة وردود الافعال الناتجة من جزء العتب الموجود على يمين القطاع المذكور ومراعاة نظرية اسقاط القوى المذكورة على محورين أحدهما رأسى والآخر افقى يحدث

حاى × ل م = ه - ٢ م قَ أو ل م = قَ (ن - ٢ م) / حاى = تَ م / حاى .... (١) ،

ك م = م ت م+١ - ه طاى + ٢ م قَ طاى أو ك م = ت م+١ + قَ طاى (٢ م - ن) = ت م ...(٢)

فمعادلتا (١) ، (٢) تشتملان على الحل التام للمسألة وتسمحان بحساب القوى الواقعة على جميع القطع على التتابع ومع ذلك فقانون (٢) يمكن وضعه بالصورة الآتية وهى

ت م = ت م+١ + قَ طاى (ن - ٢ م)

وحينئذ بجعل م = ١ ، ٢ ، ٣ ، .... على التوالى وملاحظة أن ت = ه طاى = ن قَ طاى يحدث

ت ١ = ن قَ طاى ،

ت ٢ = ت ١ + قَ طاى (ن - ٢ × ١) ،

ت ٣ = ت ٢ + قَ طاى (ن - ٢ × ٢) ،

.... ،

ت م = ت م-١ + قَ طاى (ن - ٢ (م - ١))

وبجمع هذه المعادلات المربعة طرفا بطرف وملاحظة أن مجموع الأعداد الصحيحة الأول التى عددها ن يساوى ن (ن + ١) / ٢ يحدث

ت م = قَ م (ن - م + ١) طاى = ك م .... (٣)

وباعتبار هذه المعادلة مع معادلتى

تَ م = (ن - ٢ م) قَ ، ل م = (ن - ٢ م) قَ / حاى

يمكن حساب جميع اجزاء المسألة

ويرى من ذلك أن النهاية العظمى للكميتين تَ ، ل تحصل فى القضيب الأقرب للحاملين وتأخذ تلك النهاية فى النقص الى أن تنعدم فى وسط العتب بخلاف الكميتين ت ، ك فأن نهايتيهما العظمى تكون فى وسط العتب وتأخذان فى النقص بمجرد قربهما للحاملين وزيادة على ذلك فأن هاتين الكميتين موجبتان دائما بخلاف الكميتين تَ ، ل فأن اشارتهما تتغير فى وسط العتب واذا أريد تشغيل القطع بالكيفية المذكورة يلزم تكوين النصف الأيمن للعتب بالتماثل للنصف الأيسر منه

وعلى هذا فالنهاية العظمى لكل من الكميتين ت ، ك التى هى

قَ طاى ((ن + ١) / ٢)^2

تستعمل لتعيين القطاع الأعظم لكل من رأسي العتب

وللانتقال من الجملة النظرية التي هي أساس الحسابات التي اجريناها الى الجمل المختلفة لطريقة (هوف) يستعاض كل من القضبان الرأسية أو المائلة بجملة قضبان أخرى بحيث يحصل على حزم كل منها مركب من قضبان عددها م وقطاع كل منها جزء نونى من قطاع القضيب الواحد المعد لمقاومة الأحمال ت أو ن

ويضاف أيضاً كما هى العادة وتر ثان ا ب للمربعات التي مثل ا ؟ ب ب ويستعاض الوتر المذكور بحزمة من القطع المائلة قطاعها مساوٍ لقطاعه لكن عدد القطع المذكورة يكون نصف عدد القطع المعوضة للوتر ا ب وهذه الأوتار الأضافية ترتكز فقط على رأس العتب بدون أن تضغطها ولايجب ان تشتغل تحت تأثير الحمل المنتظم التام ولايمكن ان تشتغل الا عارضيا بتأثير حمل وحيد والغرض منها هو زيادة الصلابة فقط ولايخفى ان هذا التركيب يحتاج مباشرة كثيرة ودقيقة

وهذه الأعتاب الامريكانية تحتاج كما قال المهندس كولينيون الى توضيب كثير التجديد ودقيق العمل وحيث أن الضغوط تتغير بحسب وضع الأحمال العارضية ويمكن انعكاسها فيعلم من ذلك ان القطع تكون متأثرة بارتجاجات وانصدامات مستمرة مضرة بصلابتها

وعلى هذا فعتب هوف ليس مستعملاً فى أوروبا الا بصفة شغل صناعى وقتى

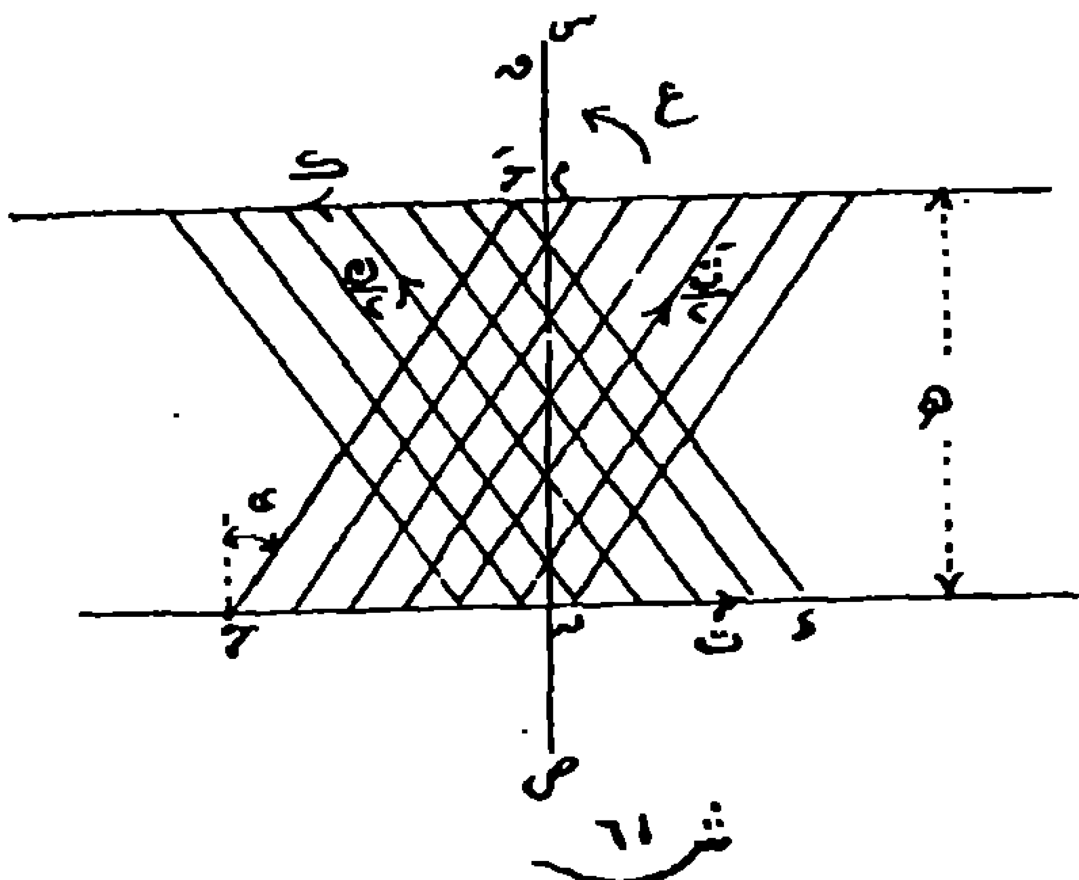
وقد استعمل الامريكانيون بكثرة الجمل التي شرحناها والجمل المشتقة منها أو المشابهة لها

فى الأعتاب الأمريكانية ذات الفتحات الكثيرة — الامريكانيون لايستعملون الاعتاب ذات الفتحات الكثيرة الا قليلاً ولهم الحق فى استعمال أشكال العتب الكثيرة التركيب حيث أنه من الصعب معرفة التأثير الواقع من حمل احدى الفتحات على الفتحات المجاورة لها بالضبط

أما فى أوروبا فقد التجئ غالباً الى الأعتاب الشبكية ذات الفتحات الكثيرة المكونة عتبا واحدا وحينئذ بناء على النظرية يمكن أن يحسب الحمل القاطع فى كل نقطة وعزم الانثناء كذلك ثم يعين على الخصوص ردود أفعال نقط الارتكاز بالسهولة وردود الافعال المذكورة هى الكميات الوحيدة المقتضى معرفتها لأجراء الحساب الذى شرحناه سابقاً

وفى هذه الحالة يمكن الالتجاء الى طريقة الحساب الآتية التي شرحها المعلم ريس وتؤدى الى نتائج لاتفترق عن التى وجدناها الا قليلاً فنقول

فى حساب الاعتاب الشبكية — ليكن عتب شبكى كما فى شكل ٦١ فيه كل من القضبان المائلة حء ا ء ح يمثل الحزمة من القضبان المتوازية التي عددها ن ثم نقطع العتب المذكور بمستوٍ رأسى س ص فهذا المستوى لايقابل بداهة الا نصف ن من القضبان المائلة من كل حزمة وحينئذ تكون الأحمال الواقعة على ن/٢ من القضبان المائلة نصف



شـ ٦١

الكيستين

الكميتين تَ، ك السابقتين

ثم بعد معلومية الحمل الثابت والحمل العارضى وعدد وأبعاد الفتحات يعلم بالنسبة لكل قطاع العزم ع والحمل القاطع د المنسوبين للقوى الخارجية

ولكن يقتضى أن يكون التوازن حاصلا فى قطاع س ص بين القوى الخارجة وبين ردود الافعال العنصرية الناتجة من الجزء الأيسر على الجزء الأيمن المفروض حذفه وردود الأفعال العنصرية المذكورة هى الشدان ت ، تَ والضغطان ك ، كَ والقوى الخارجة هى الحمل القاطع د والى الازدواج ع اى القوى الناشئ عنها العزم ع

وباعتبار حصول التوازن يكون أولا مجموع مساقط جميع القوى الخارجة على محورين أحدهما أفقى والآخر رأسى معدوما وثانيا يكون العزم الناتج من جميع القوى بالنسبة لنقطة مثل م معدوما أيضا وحينئذ فتحدث الثلاث معادلات الآتية وهى

ك - ت + ½ (ك - تَ) جاى = ٠ ١

½ (ك + تَ) جاى + د = ٠ ٢

ت هـ + ¼ (تَ - ك) هـ جاى + ع = ٠

وهذه الثلاث معادلات تحتوى على أربعة مجاهيل ولكن بناء على الطريقة التى بها صار حساب الأعتاب المثلثية البسيطة التى اشتقت منها الشبكة قد علم أن الكميتين تَ، ك المحدثين فى المرع لا تفترقان عن بعضهما إلا بمقدار قليل جدا وحينئذ يمكن أن يجعل

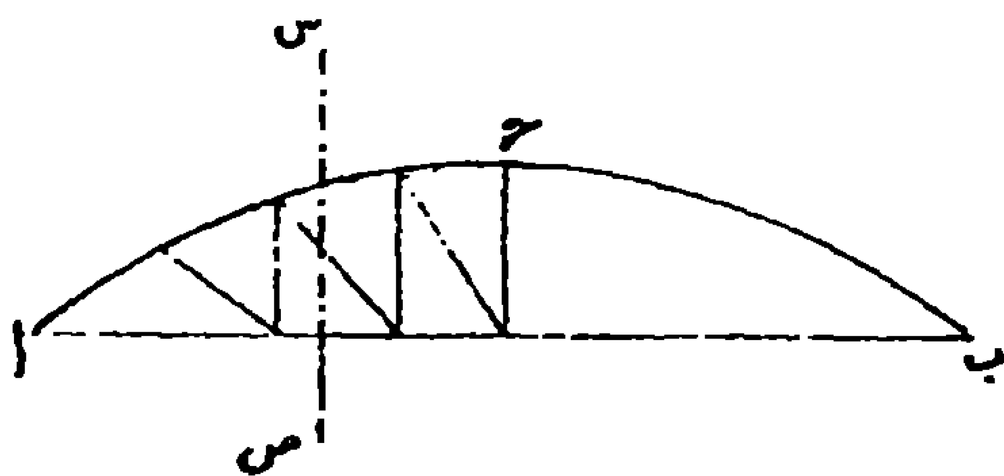
تَ = ك وعليه يكون ك = ت ١

تَ جاى + د = ٠ ٢ ت هـ + ع = ٠

وحينئذ فتحدث أربع معادلات لتعيين أربعة مجاهيل

فى الأعتاب التى رأسها على شكل قطع مكافئ المسماة بوف استرنج - قد توجد أحيانا أعتاب مشابهة لجسم المتساوى المقاومة التى عوضا عن أن تكون محدودة برأسين افقيتين تكون محدودة إما بقطعين مكافئين محورهما رأسى واما بقطع مكافئ وبمستقيم افقى

فمتى كانت الرأس العليا قوسا من قطع مكافئ ا د ح والرأس السفلى الافقى ا ب كما فى شكل ٦٢ يحدث ما يسمى بوف استرنج أو المقوس مع وتره



شكل ٦٢

ففى هذه الحالة اما أن تكون الروح مصمتة أو مفرغة فمتى كانت مفرغة يمكن عملها اما شبكية واما على طريقة هوو وفى كلا الحالتين تعين الجهة التى يجرى تشغيل القطع عليها وذلك بواسطة التوضيب الذى يصير اجراؤه فى العمل

ومهما كانت الحالة فهناك طريقة تعيين أبعاد العتب المذكور وهي أن تؤخذ على مسافات كافية قطاعات بمستويات رأسية س ص ويحسب في كل منها عزم الانثناء ع والحمل القاطع د المنسوبين للقوى الخارجية وهاتان الكميتان غير متعلقتين بشكل العتب الذي يكون ثقله معلوما بالتقريب

ثم يجرى العمل كما أجريناه سابقا بالنسبة لكل قطاع بأن يعتبر فيه حصول التوازن بين القوى الخارجية الناتج عنها العزم ع والقوة د وبين ردود الافعال العنصرية المبينة لشدود وضغوط القطع التى تقطع المستوى س ص

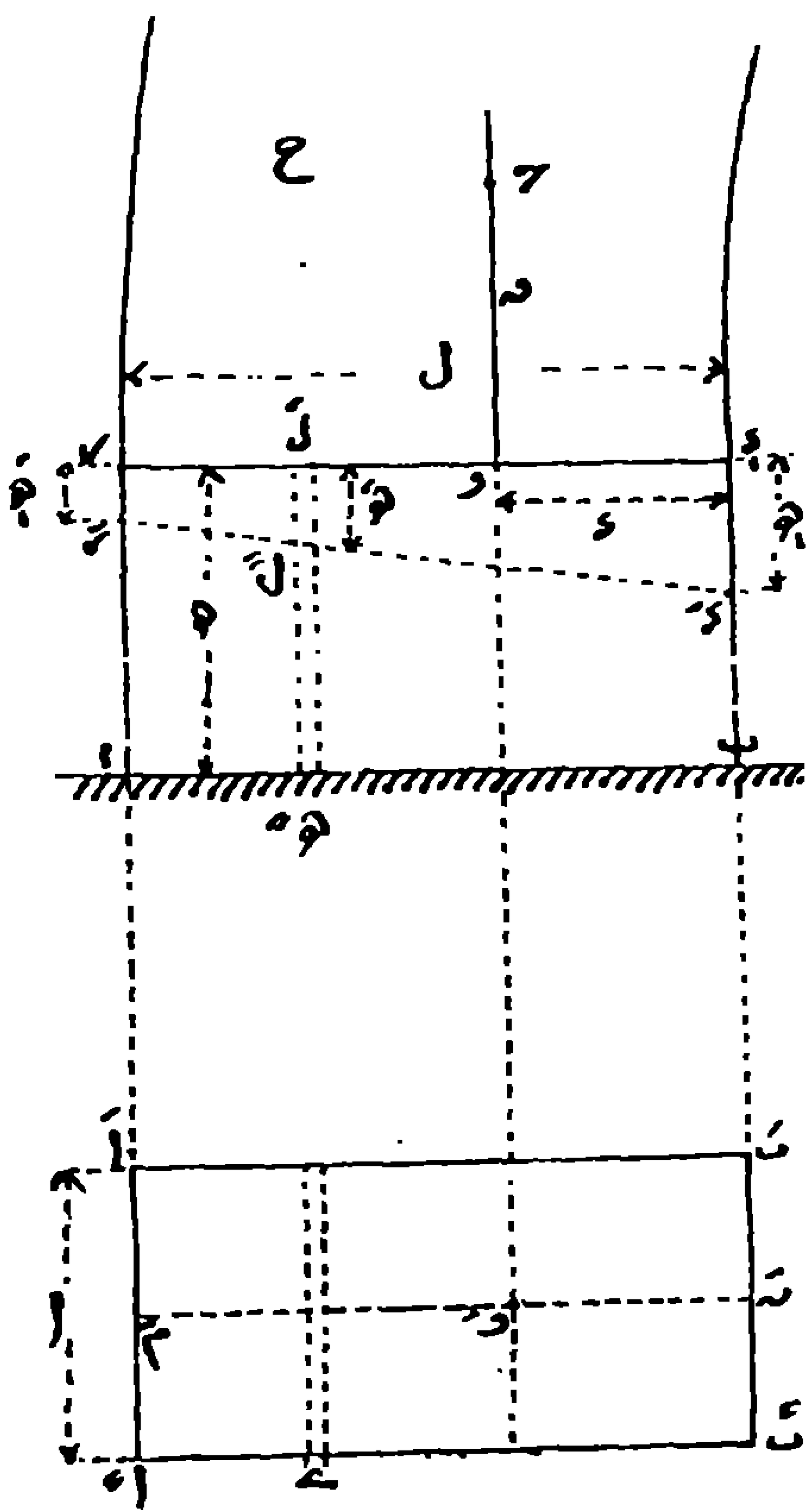
وحينئذ بناء على شروط التوازن تحدث ثلاث معادلات وتتعين جميع ردود الأفعال المجهولة بشرط أن المستوى س ص لا يقابل خلاف الرأسين سوى قضيب مائل واحد فاذا قابل المستوى المذكور قضيبين مائلين يلزم ادخال فرض على الارتباط الواقع بين الأحمال الواقعة عليهما

ويجب أن يلاحظ أنه ليس ممكنا دائما بأن التأثيرات تكون مؤثرة في الجهة التى تعين فيها في مبدأ الأمر بل أن الاشارة التى تحصل للمجهول تظهر دائما ان كان هناك خطأ أم لا وفي حال وجود الخطأ يتوصل لكميات سالبة ويقتضى حينئذ تغيير شد بضغط وبالعكس

وهذه الاشكال المشتبكة التركيب لا تؤدى الا الى وفر قليل من المادة وتزيد صعوبات العمل وحينئذ فلا يكون لاستعمالها مزية عظيمة

في توازن جسم ثقيل موضوع على مستوى أفقي

اذا فرض جسم ثقيل موضوع على مستوى افقي بوجه مستو مستطيل اب شكل ٦٢ المبين بالمقدار الحقيقي بالشكل أَ بَ تَ ثَ وفرض ان الوجه الجانبي للجسم ح بجوار وجه الارتكاز اب مكون من مستويات عمودية على الوجه المذكور وممتدة من أضلاعه الأربعة وأن مركز الثقل حـ للجسم المفروض يوجد في المستوى الرأسي المار بالمنتصفين م ، مه للضلعين أ ثَ ، بَ تَ لوجه الارتكاز السابق ذكره



وفرض أيضا أن السطح المستوى الموضوع عليه الجسم المفروض متين جدا بحيث يبقى مستويا رغما عن الانخفاض (اى الغرز) الخفيف الذى يحدثه له ثقل الجسم المذكور

وفرض كذلك أن الجسم ح قابل للانضغاط في جميع اجزائه على التساوى بتأثير القوى الممكن وقوعها عليه على الأقل في الجزء المجاور لوجه الارتكاز وحينئذ بناء على قابلية الانضغاط هذه الحاصلة بالتساوى فأن العناصر التى كانت في الأصل

في

فمستوى ر ء الموازى للوجه اب والقريب جدا منه قبل تأثر الجسم المذكور بالضغوط الواقعة عليه من أسفل إلى أعلا على وجه الارتكاز فإنها توجد أيضا فى مستوى رَ ءَ بعد التغير الحاصل له بتأثير الضغوط المذكورة

وحيث أن الجسم ح لا يمكن ان يحدث على نفسه أقل تأثير فتأثيرات الانضغاطات المشاهدة فى الأجزاء المجاورة للارتكاز تكون منسوبة حينئذ لردود أفعال الارتكاز التى محصلتها تكون مساوية ومضادة مباشرة للثقل ده للجسم المفروض

وحينئذ اذا فرضنا منشورا جزئيا قطاعه أ أَ × ـــ ، (ـــ كمية صغيرة جدا) وارتفاعه لَ هـَ = هـ فإنه بتأثير رد فعل الارتكاز يشغل المستوى ر ء الوضع رَ ءَ والارتفاع لَ هـَ = هـ يصير لَ هـً والانكماش النسبى يصير $\frac{لَ لً}{هـ} = \frac{هـَ}{هـ}$ وحينئذ اذا رمزنا للقوة التى أحدثت هذا الانكماش بالرمز قَ وفرضنا أن أ أَ = ا يكون

$$قَ = و × ـــ ا × \frac{هـَ}{هـ}$$

الذى فيه و رمز لعامل المرونة وحيث ان كلا من الكميات و (ا) هـ ثابت فتكون محصلة ردود الافعال قَ هى

$$مـ قَ = \frac{و}{هـ} × ا × مـ ـــ هـَ$$

ولكن حيث أن (مـ ـــ هـَ) عبارة عن مساحة شبه المنحرف ر ء ءَ رَ فاذا جعلنا ر ء = ل ، ء ءَ = $هـ_{١}$ ، ر رَ = $هـ_{٢}$ يكون

$$مـ قَ = \frac{و}{هـ} × ا × \frac{ل(هـ_{١} + هـ_{٢})}{٢}$$

وحيث ان القوى الجزئية قَ تناسب بداهة للسطوح الجزئية ـــ هـَ فحينئذ محصلة ردود الافعال المذكورة تمر بمركز ثقل شبه المنحرف ر ء ءَ رَ وحيث أن ده مساوية ومضادة مباشرة لهذه المحصلة فتمر بمركز الثقل المذكور ويكون

$$ده = \frac{و}{هـ} × ا × \frac{ل(هـ_{١} + هـ_{٢})}{٢}$$

فاذا جعلنا ا = ١ أعنى أن ده هو ثقل المتر الطولى ورمزنا للبعد و ء بالرمز ء أعنى يكون و ء = ء فبناء على وضع مركز ثقل شبه المنحرف يكون

$$هـ_{٢} = هـ_{١} × \frac{٣ء - ل}{٢ل - ٣ء} \quad \text{وحينئذ يكون}$$

$$ده = \frac{و}{هـ} × ل ٤ × \frac{هـ_{١}}{٢(٢ل - ٣ء)}$$

وحيث أن الضغط الجزئى الواقع فى أى نقطة مثل لَ على سطح جزئى ـــ ا هو $قَ = \frac{و}{هـ} × ـــ ا × هـَ$ فالضغط فى نقطة ء بالنسبة للوحدة السطحية يكون

$$قَ = \frac{و}{هـ} × هـ_{١} \quad \text{وعليه يكون}$$

$$قَ = ٢ ده × \frac{٢ل - ٣ء}{ل^{٢}} \quad \text{.......... (١)}$$

فاذا كانت م هى نهاية الأحمال المستديمة للمواد المستعملة فيلزم لحصول الأمن أن يكون

$$م \leqq ٢ ده × \frac{٢ل - ٣ء}{ل^{٢}} = \frac{٢ده}{ل}(٢ - \frac{٣ء}{ل})$$

فاذا كانت نقطة التأثير و للثقل ه تنتقل وتقرب من نقطة ء بناء على تغيير شكل الجسم تمركز ثقل الشكل ر ء ءَ رَ يتبع نفس الحركة مع بقاء السطح ثابتا وحينئذ فالضلع ء ءَ يأخذ في الازدياد والضلع ر رَ يأخذ في النقص والضغط بالنسبة للوحدة السطحية في نقطة ء يزداد بالنسبة الى ء ءَ وعلى هذا فاذا كان ء = $\frac{1}{٣}$ ر ء = $\frac{1}{٣}$ ل فشكل ر ء ءَ رَ يصير مثلثا لان ر رَ ينعدم ويكون الضغط حينئذ في نقطة ر معدوما وفي نقطة ء هو

$$ضَ = \frac{٢ه}{ل} \ldots\ldots\ (٢)$$

أعني أنه ضعف الضغط المتوسط $\frac{ه}{ل}$

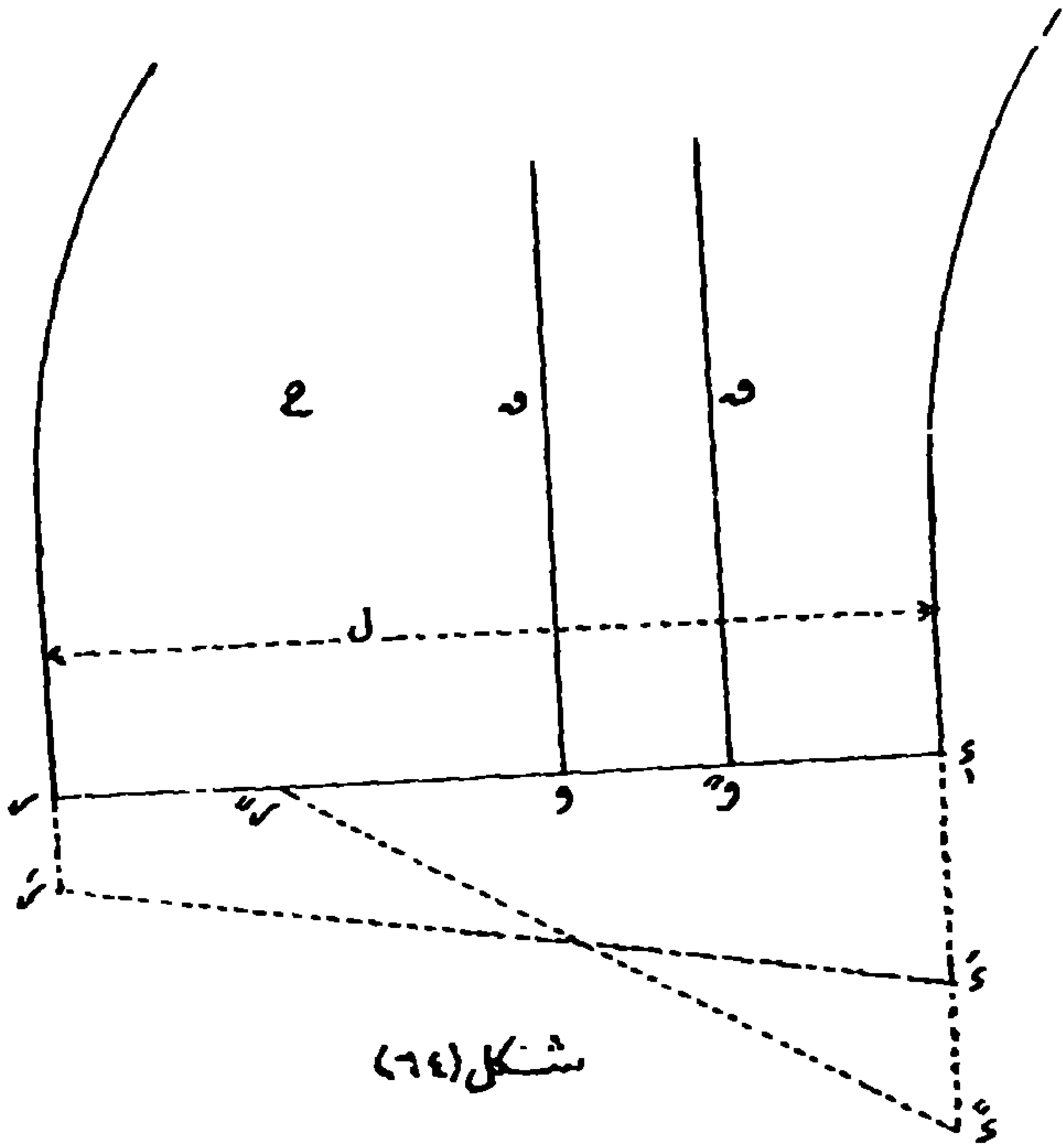
فاذا قربت نقطة التأثير و أيضا من نقطة ء فأن وء يصير أصغر من ثلث ر ء والشكل يصير رً ء ءً كما في شكل ٦٤ بحيث يكون

$$ء = وً ء = \frac{1}{٣}\ رً ء$$

والضغط في نقطة ء يؤول حينئذ الى

$$ضَ = ٢ \times \frac{ه}{٣ ء} \ldots\ldots\ (٣)$$

وأما في نقطة رً فيكون معدوما



شكل (٦٤)

لكن ولو أن الضغط بالنسبة للطول ر رً يكون معدوما الا أنه يوجد فيه شد يميل لانفصال الجسم ح في هذا الجزء من الارتكاز ويظهر تأثير هذا الشد متى كانت مقاومة المواد غير كافية لمقاومة الضغط وأما الجزء رً ء فيكون قابلا للتفتت بالنسبة للضغوط الجزئية الواقعة عليه

فاذا صار البعد ء صغيراً بقدر ما يراد فأن الضغط

$$ضَ = ٢ \times \frac{ه}{٣ ء}$$

يصير كبيرا بقدر ما يراد بالنسبة لمقاومة المواد والحرف ء يتفتت

ملحوظة — حيث أنه لحصول الاستدامة يلزم أن لا يتجاوز مقدار الضغط على الوحدة السطحية في نقطة ء معامل المقاومة م للمواد فيكون

$$ضَ \leqq م \quad \text{وعليه يكون}$$

$$م \leqq \frac{٢ه}{٣ء}$$

وبالاختصار فأنه بعد تعويض ضَ بمعامل المقاومة م في قوانين (١) (٢) (٣) السابقة تؤول تلك القوانين الى

$$م = \frac{٢ه}{ل} \left(٢ - \frac{٣ء}{ل}\right)$$

$$م =$$

$$م = \frac{٢ه}{ل}$$

$$م = \frac{٢ه}{٣ء}$$

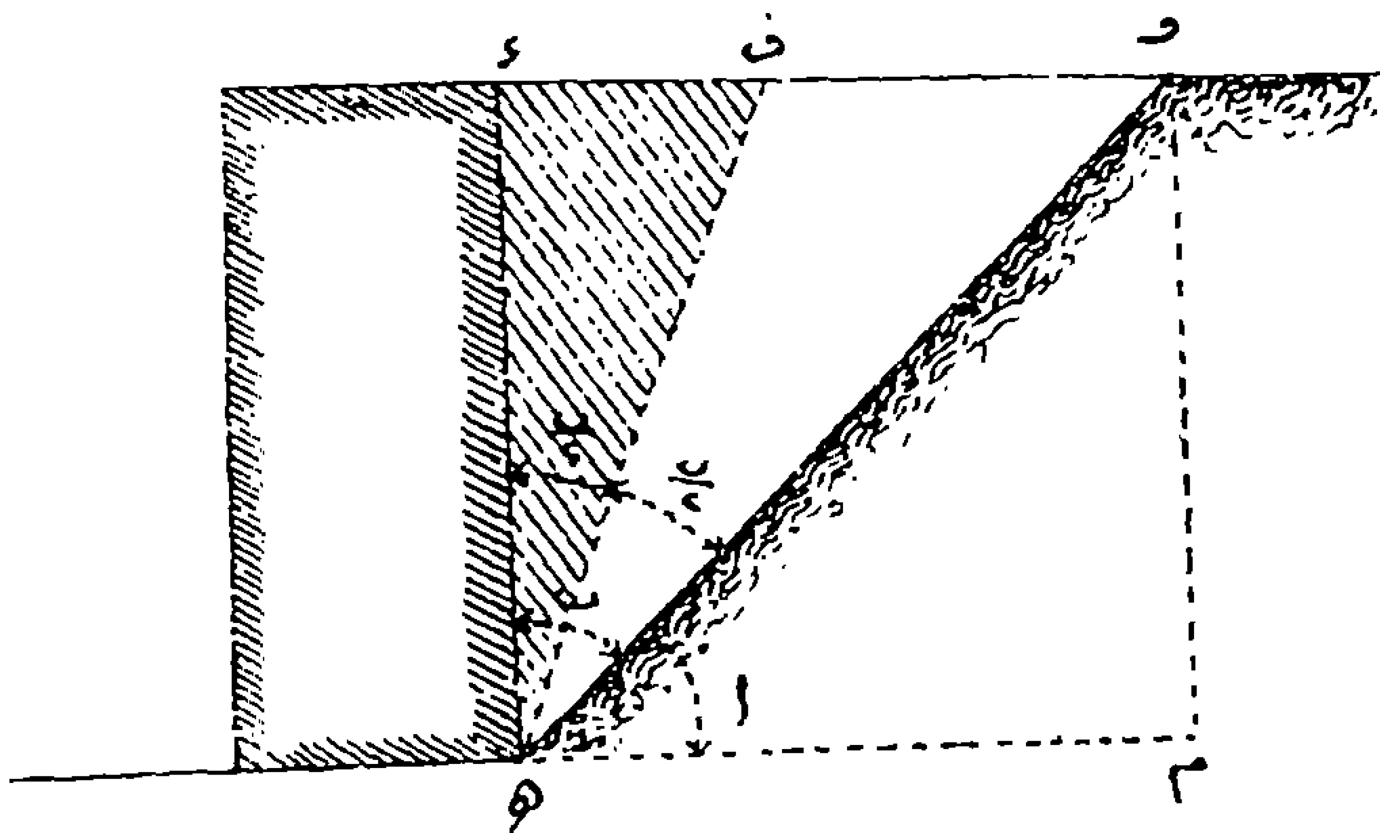
فالقانون الأول من هذه القوانين الثلاثة يكون هو المستعمل دون غيره متى كان البعد ء لنقطة تأثير محصلة الضغوط عن الحرف ء أكبر من ثلث ل وأما اذا كان ء مساويا لثلث ل فيستعمل القانون الثاني ويستعمل القانون الثالث متى كان ء أصغر من ثلث ل

الحيطان السائدة للأتربة

الحيطان السائدة للاتربة شكلها يتغير بحسب الحالة فأما أن تتكون من وجهين رأسيين وأما من وجه رأسي جهة الاتربة ووجه مائل من الجهة الاخرى أو بالعكس واما من وجهين مائلين وقد تصنع غالبا بالوجه الداخل قصص وأحيانا تصنع أكتاف للتقوية متباعدة عن بعضها بأبعاد متساوية وتلك الأبعاد تختلف بحسب الحالة المستعملة فيها الحائط السائدة سواء كانت تلك الاكتاف من جهة الوجه الداخل أو الخارج

والميول التي تعطى عادة للوجه المائل هي $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٤}$ والميل الأخير هو المستعمل بكثرة

حساب دفع الاتربة — اذا فرض ان ء ه هو الوجه الداخل للحائط السائدة للاتربة كما في شكل ٦٥ وهو رأسي وأن وء هو السطح العلوي للأتربة وهو افقي وفي استواء قمة الحائط وكانت زاوية الميل الطبيعي للأتربة على الافق هي زاوية وهم = ا فبناء على ما ظهر من البراهين الرياضية من أن جزء الأتربة الذي يحدث تأثيرا أعظم ما يمكن على الحائط السائدة من الجزء ء ه و للأتربة الذي زاوية ميله على الرأسي ء ه هي ء ه و = ب = (٩٠ - ا) هو الجزء



ش ٦٥

ء ه ف الذي زاوية ميله على الرأسي هي ء ه ف = $\frac{ب}{٢}$ المحصور بين الخط المحدد للوجه الرأسي الداخل للحائط السائدة وبين الخط المنصف للزاوية المتممة لزاوية ميل الأتربة ا على الافق وبين الخط المحدد للسطح العلوي للاتربة الذي يكون افقيا ومارا بقمة الحائط وهذا الجزء من الأتربة يسمى بالمنشور ذي الدفع الأعظم وعلى حسب هذا المنشور يحسب الدفع الواقع من الاتربة على الحائط السائدة وأن الوجه ه ف للمنشور المذكور يسمى بمستوى الانزلاق

اذا تقرر هذا واعتبرنا طول متر واحد من الحائط ورمزنا لارتفاع الحائط المذكور بالرمز ه كما في شكل ٦٦ وفرضنا أن الزاوية المتممة لزاوية ميل الأتربة ا هي زاوية ب فيكون المنشور ذو الدفع الأعظم هو ب ع ف وتكون مساحة قاعدته هي س = $\frac{١}{٢}$ ب ع × ب ف = $\frac{١}{٢}$ ه × ب ف وإذا رمزنا لثقل المتر المكعب من الأتربة بحرف ى يكون ثقل المنشور المذكور بالنسبة للمتر الطولي هو

ده = ي هـ/٢ × ب ف

ولكن ب ف = هـ طا ب/٢ حينئذ فيكون

ده = ي هـ²/٢ طا ب/٢

ثم نرمز بحرف ك لدفع الاتربة على الوجه الداخل ب ع للحائط ونلاحظ أنه يعلم مقدار الدفع المذكور متى علمت القوة المضادة له في الاتجاه والمتزنة معه ونقول ان ثقل منشور الدفع ده الذي يميل لاحداث تحرك الحائط في الاتجاه ع ح يحلل الى قوتين احداهما حر موازية الى ف ع والأخرى حص عمودية على ف ع فاما القوة الأولى فهي التي وحدها تحدث الانزلاق وأما القوة الثانية فينشأ عنها الاحتكاك على مستوى الانزلاق ف ع ومقدار هاتين القوتين هما

شكل (٦٦)

حر = ده حتا ب/٢ ، حص = ده حا ب/٢

وحيث ان الثقل ده واقع في مركز الثقل ح للمنشور ب ع ف فالمركبة حر تقطع الوجه ب ع للحائط في نقطة م بحيث يكون ع م = ١/٣ ع ب = ١/٣ هـ

فهذه النقطة هي التي يؤثر فيها الدفع كما سنبرهن على ذلك فيما بعد وحيث أن القوى التي تعارض انزلاق المنشور هي أولا مدافعة كتلة الحائط ل ب ع ح أعني المقاومة الافقية ك التي تمانع الانقلاب وثانيا الاحتكاك

فيمكن تحليل المدافعة الافقية ك الى قوتين احداهما و م = ك حا ب/٢ (وهي قوة مقاومة) مؤثرة في اتجاه حر وفي جهة مضادة لجهة القوة التي تحدث الانزلاق

والأخرى م ح = ك حتا ب/٢ العمودية على حر وحينئذ فتكون عمودية على ع ف ولا تحدث سوى ازدياد الاحتكاك وحيث ان هذا الاحتكاك مناسب الوحص اعني الى الضغط العمودي على مستوى الانزلاق ع ف والى معامل الاحتكاك ء للأتربة على نفسها فيكون مقداره هو

ده ء حا ب/٢ (وهو قوة مقاومة)

وحينئذ فشدة الاحتكاك المنسوب للمركبة م ح للقوة ك تكون مساوية الى

ء ك حتا ب/٢ (وهي قوة مقاومة)

وبمساواة القوة المحركة بالقوة المقاومة تحصل معادلة التوازن وهي

ده حتا ب/٢ = ك حا ب/٢ + ده ء حا ب/٢ + ء ك حتا ب/٢

ومن هذه

ومن هذه المعادلة يحدث

$$ك = و \frac{حا\frac{ب}{2} - ء\, حا\frac{ب}{2}}{حا\frac{ب}{2} + ء\, حا\frac{ب}{2}}$$

وحيث ان $ء = \frac{حا ا}{حتا ا}$ يكون

$$ك = \frac{حا\frac{ب}{2} - \frac{حا ا}{حتا ا} حا\frac{ب}{2}}{حا\frac{ب}{2} + \frac{حا ا}{حتا ا} حا\frac{ب}{2}} \times و$$ أو

$$ك = \frac{حا\frac{ب}{2} حتا ا - حا ا حا\frac{ب}{2}}{حا\frac{ب}{2} حتا ا + حا ا حا\frac{ب}{2}} \times و = و \times \frac{حا(ا+\frac{ب}{2})}{حا(ا+\frac{ب}{2})}$$ أو

$$ك = و\ طا(ا+\frac{ب}{2})$$

ولكن حيث أن $و = \frac{ى ه^2}{2} طا\frac{ب}{2}$ ،

$طا(ا+\frac{ب}{2}) = \frac{1}{طا(ا+\frac{ب}{2})}$ فيكون

$$ك = \frac{ى ه^2}{2} \times \frac{طا\frac{ب}{2}}{طا(ا+\frac{ب}{2})}$$

وحيث أن $ا + \frac{ب}{2} = 90° - \frac{ب}{2}$ فيكون

$$ك = \frac{ى ه^2}{2} \times \frac{طا\frac{ب}{2}}{طا(90° - \frac{ب}{2})} = \frac{ى ه^2}{2} \times \frac{طا\frac{ب}{2}}{ظتا\frac{ب}{2}} = \frac{ى ه^2}{2} \times \frac{طا\frac{ب}{2}}{\frac{1}{طا\frac{ب}{2}}}$$ أو

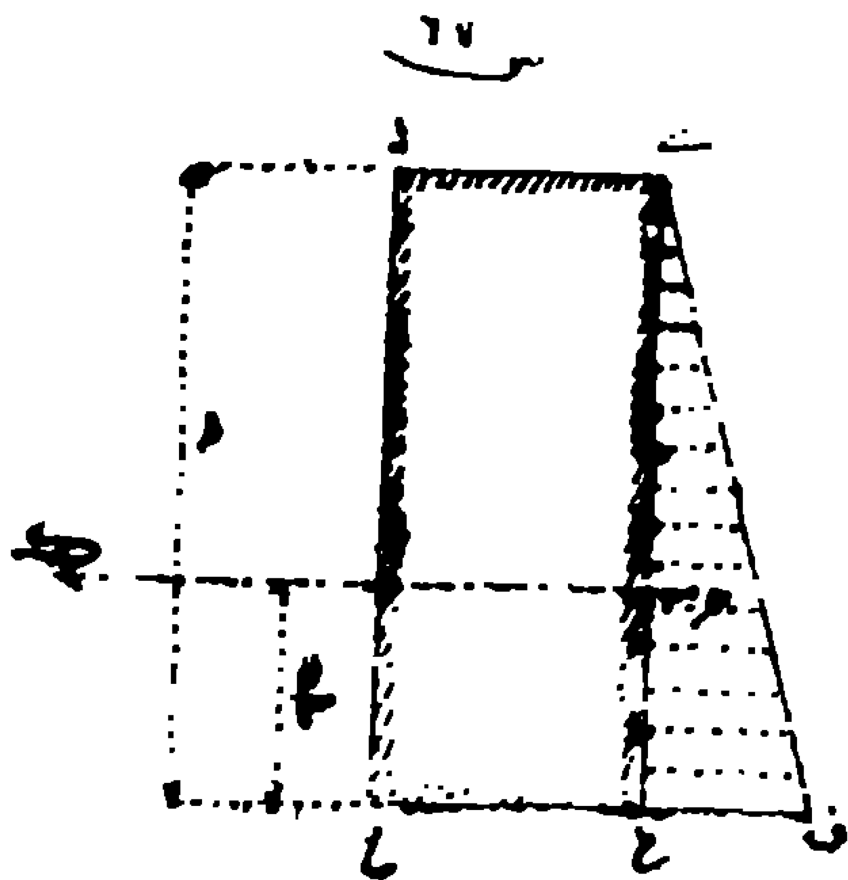
$$ك = \frac{ى ه^2}{2} \times طا^2\frac{ب}{2}$$

ومن هذه المعادلة تتعين مقدار الدفع ك للاتربة في الحالة التي يكون فيها الوجه الداخل للحائط رأسيا والسطح العلوى للاتربة افقيا ومارا بقمة الحائط

ولأجل البرهنة على أن هذا الدفع يمر بثلث ارتفاع الحائط من أسفل ويكون عموديا على الوجه الداخل يقال

ان مقدار الدفع المذكور يمكن وضعه بهذه الصورة

$$ك = ى\, ه \times \frac{ه\, طا^2\frac{ب}{2}}{2}$$



ويفهم من ذلك أن الدفع ك للاتربة على الوجه حـ ع للحائط شكل ٦٧ يتحصل أيضا بضرب ثقل المتر المكعب من الاتربة ى في مساحة مثلث قائم الزاوية حـ ع ف ارتفاعه ه وقاعدته ع ف هي

$$ه\ طا^2\frac{ب}{2}$$

وحيث ان هذه القاعدة تدل على الضغط في أسفل الحائط وأن الموازيات لها تدل على الضغوط في النقط المختلفة من الوجه ع حـ على التناظر فالمحصلة ك جليي

هذه الضغوط الجزئية تمر حينئذ بمركز الثقل حـ للمثلث أعنى انها تمر فى ثلث الارتفاع هـ للحائط من أسفل وزيادة على ذلك فقوة الدفع ك المذكورة تؤثر بالتعامد على الوجه ع ے حيث أنها موازية للقاعدة ع ف

عزم الدفع ك – حيث ان ذراع رافعة الدفع المذكور يساوى $\frac{\text{ه}}{3}$ فيكون عزمه الذى يرمز اليه بالرمز $\text{ع}_{\text{ك}}$ هو

$$\text{ع}_{\text{ك}} = \frac{1}{2}\,\text{ى}\,\text{ه}^{2}\,\text{طا}^{2}\frac{\text{ب}}{2} \times \frac{1}{3}\,\text{ه} = \frac{1}{6}\,\text{ى}\,\text{ه}^{3}\,\text{طا}^{2}\frac{\text{ب}}{2}$$

فاذا لم يقطع النظر عن تماسك الاتربة فان نقطة تأثير الدفع ك توجد أسفل ثلث ارتفاع الحائط بقليل لكن فى العمل نعتبر دائما أنها مؤثرة فى ثلث الارتفاع

عزم مقاومة الحائط – اذا اعتبرنا قطاع الحائط مستطيلا ورمزنا لسمكه بحرف س ولثقل المتر المكعب من البناء بالرمز ے يكون ثقل الحائط ث باعتبار طوله مترا واحدا هو

$$\text{ث} = \text{ے}\,\text{ه}\,\text{س}$$

وعزمه بالنسبة لنقطة و التى هى نقطة تأثير محصلة الثقل ث ودفع الاتربة ك شكل ٦٨ هو

$$\text{ث} \times \text{ص} = \text{ے}\,\text{ه}\,\text{س} \times \text{ص}$$

وحينئذ لاجل حصول التوازن يكون

$$\frac{1}{6}\,\text{ى}\,\text{ه}^{3}\,\text{طا}^{2}\frac{\text{ب}}{2} = \text{ے}\,\text{ه}\,\text{س} \times \text{ص} \quad \ldots\ldots (\text{ب})$$

ولكن

$$\text{ص} = \frac{\text{س}}{2} - \text{ى} \quad \ldots\ldots\ldots (\text{حـ})$$

وحيث أنه لحصول الثبات يلزم أن المحصلة ر للثقل ث والدفع ك تقطع قاعدة الحائط فى نقطة متباعدة عن الضلع ن الذى تميل للدوران حوله ببعد أكثر من ثلث سمك الحائط فيكون

$$\text{م} = \frac{2\,\text{ث}}{\text{س}}\left(2 - \frac{3\,\text{ى}}{\text{س}}\right)$$

التى فيها م رمز لعامل مقاومة البناء ومنها يحدث

$$\text{ى} = \frac{2\,\text{س}}{3} - \frac{\text{م}\,\text{س}^{2}}{6\,\text{ث}}$$

وحيث أن ث = ے ه س فيكون

$$\text{ى} = \frac{2\,\text{س}}{3} - \frac{\text{م}\,\text{س}^{2}}{6\,\text{ے}\,\text{ه}\,\text{س}} = \frac{\text{س}}{3}\left(2 - \frac{\text{م}}{2\,\text{ے}\,\text{ه}}\right) \text{ أو}$$

$$\text{ى} = \frac{\text{س}}{3} \times \frac{4\,\text{ے}\,\text{ه} - \text{م}}{2\,\text{ے}\,\text{ه}} = \frac{\text{س}}{6} \times \frac{4\,\text{ے}\,\text{ه} - \text{م}}{\text{ے}\,\text{ه}}$$

واذا وضع عوضا عن ى مقداره فى معادلة (حـ) يحدث

$$\text{ص} = \frac{\text{س}}{2} - \frac{\text{س}}{6} \times \frac{4\,\text{ے}\,\text{ه} - \text{م}}{\text{ے}\,\text{ه}} = \frac{\text{س}}{6}\left(3 - \frac{4\,\text{ے}\,\text{ه} - \text{م}}{\text{ے}\,\text{ه}}\right) = \frac{\text{س}}{6} \times \frac{\text{م} - \text{ے}\,\text{ه}}{\text{ے}\,\text{ه}}$$

واذا وضع عوضا عن ص مقداره فى معادلة (ب) يحدث

$\frac{1}{6}$ ى ه ٣

$$\frac{1}{6}\,\text{ى}\,\text{هـ}^{3}\,\text{طا}^{2}\frac{\text{ب}}{2} = \text{ح}\,\text{هـ}\,\text{س} \times \frac{\text{س}}{6} \times \frac{\text{م} - \text{ح}\,\text{هـ}}{\text{ح}\,\text{هـ}}$$ أو

$$\text{ى}\,\text{هـ}^{3}\,\text{طا}^{2}\frac{\text{ب}}{2} = \text{س}^{2}\,(\text{م} - \text{ح}\,\text{هـ})$$ ومنها يحدث

$$\text{س} = \text{هـ}\,\text{طا}\frac{\text{ب}}{2}\sqrt{\frac{\text{ى}\,\text{هـ}}{\text{م} - \text{ح}\,\text{هـ}}} \quad \ldots\ldots \quad (٢)$$

ومن هذه المعادلة يتعين مقدار السمك س

وقد يمكن ايجاد مقدار السمك س بطريقة أبسط من ذلك وهى أن يؤخذ العزم بالنسبة للحرف الخارج له مباشرة فيكون

$$\frac{\text{ح}\,\text{هـ}\,\text{س}^{2}}{2} = \frac{1}{6}\,\text{ى}\,\text{هـ}^{3}\,\text{طا}^{2}\frac{\text{ب}}{2}$$

وحيث أن مقدار س المستخرج من المعادلة يحدث للحائط توازنا وقتيا بسبب أن محصلة جميع الضغوط الواقعة على الحائط تمر بالحرف الخارج له الذى تدور حوله الحائط المذكورة بمجرد حصول ادنى فرق فى التوازن

فحينئذ لأجل التحقق من حصول الاستدامة يقتضى ضرب الطرف الثانى من المعادلة السابقة فى معامل اكبر من الواحد وقد ظهر من التجربة أنه يلزم جعل المعامل المذكور مساويا الى ٢ وعلى هذا يكون

$$\frac{\text{ح}\,\text{هـ}\,\text{س}^{2}}{2} = \frac{1}{3}\,\text{ى}\,\text{هـ}^{3}\,\text{طا}^{2}\frac{\text{ب}}{2}$$ أو

$$\text{س}^{2} = \frac{2}{3}\,\frac{\text{ى}}{\text{ح}}\,\text{هـ}^{2}\,\text{طا}^{2}\frac{\text{ب}}{2}$$ ومنها يحدث

$$\text{س} = \text{هـ}\,\text{طا}\frac{\text{ب}}{2}\sqrt{\frac{2}{3}\,\frac{\text{ى}}{\text{ح}}} \quad \ldots\ldots \quad (١)$$

ولا يخفى أن الاسباب الأصلية التى ينشأ عنها تلف الحيطان الساندة ثلاثة وهى الانقلاب والانزلاق والتفتت فلو أثر أحد هذه الأسباب بمفرده او بالاشتراك مع أحد السببين الآخرين أو كلاهما على حائط ساندة لسقطت تلك الحائط فى الحال وقد ثبت من التجارب أنه اذا كانت الحائط تقاوم تأثيرى التفتت والانقلاب فلا يخشى عليها من تأثير الانزلاق

فعلى هذا يقتضى للأمن على ثبات الحائط وعدم كسرها ان يحقق بعد تعيين سمكها أولا من أن الضغط فى أى نقطة من سطح المدماك الأسفل للحائط يلزم أن يكون أقل من معامل المقاومة م او فى النهاية مساويا له وثانيا من أن اتجاه محصلة دفع الأتربة وثقل الحائط معا يلزم ان يكون قاطعا لسطح القاعدة فى نقطة متباعدة عن المضلع الذى تميل الحائط للدوران حوله بمقدار أزيد من ثلث السمك او فى النهاية الصغرى مساويا لثلث السمك المذكور

وثالثا من ان مقدار الاحتكاك الناشئ من المركبة الرأسية للمحصلة السابقة على سطح الأساس يلزم أن يكون اكبر من قوة الانزلاق اى اكبر من المركبة الافقية للمحصلة المذكورة

الحالة التى يوجد فيها فوق سطح الاتربة حمل اضافى ـ اذا كان المنشور ذو الدفع الاعظم محملا بحمل اضافى فحينئذ يلزم اضافة ثقل الحمل المذكور على ثقله وحينئذ لتعيين السمك س للحائط الساندة مع ملاحظة تطبيق الحساب دائما على طول متر واحد من الحائط والمنشور ذى

الدفع الأعظم نرمز بالرمز كَ للثقل الكلى للحمل الاضافى الواقع على المنشور ذى الدفع الأعظم المذكور وبالرمز قَ لثقل الحمل الأضافى المذكور بالنسبة للمتر المربع ثم نختبر ما فى الرموز السابقة ونلاحظ أن ثقل المنشور ذى الدفع الاعظم فى الحالة السابقة هو

$$\text{د} = \frac{1}{2}\,\text{ى}\,\text{هـ}^{2}\,\text{طا}\frac{\text{ب}}{2}$$ وكذا مقدار الدفع هو

$$\text{ك} = \frac{1}{2}\,\text{ى}\,\text{هـ}^{2}\,\text{طا}^{2}\frac{\text{ب}}{2}$$

ويفهم من ذلك أن $\text{ك} = \text{د} \times \text{طا}\frac{\text{ب}}{2}$

وحينئذ باعتبار الثقل الأضافى كَ يقتضى تعويض د بالمقدار $\text{د} + \text{كَ}$ وعليه يكون

$$\text{ك} = (\text{د} + \text{كَ})\,\text{طا}\frac{\text{ب}}{2}$$

وحيث أن $\text{كَ} = \text{قَ} \times \text{وف} = \text{قَ} \times \text{هـ}\,\text{طا}\frac{\text{ب}}{2}$ فيكون

$$\text{ك} = \left(\frac{1}{2}\,\text{ى}\,\text{هـ}^{2}\,\text{طا}\frac{\text{ب}}{2} + \text{قَ}\,\text{هـ}\,\text{طا}\frac{\text{ب}}{2}\right)\text{طا}\frac{\text{ب}}{2}$$ أو

$$\text{ك} = \text{هـ}\left(\frac{\text{ى}\,\text{هـ}}{2} + \text{قَ}\right)\text{طا}^{2}\frac{\text{ب}}{2}$$ أو

$$\text{ك} = \frac{\text{هـ}}{2}\left(\text{ى}\,\text{هـ} + 2\,\text{قَ}\right)\text{طا}^{2}\frac{\text{ب}}{2}$$

وعزم هذا الدفع هو $\text{ع}_{\text{ك}} = \frac{\text{هـ}}{2}\left(\text{ى}\,\text{هـ} + 2\,\text{قَ}\right)\text{طا}^{2}\frac{\text{ب}}{2} \times \frac{\text{هـ}}{3} = \frac{\text{هـ}^{2}}{6}\left(\text{ى}\,\text{هـ} + 2\,\text{قَ}\right)\text{طا}^{2}\frac{\text{ب}}{2}$

وعزم ثقل الحائط هو $\text{ع} = \text{ح}\,\text{هـ} \times \frac{\text{س}^{2}}{2}$ ويلزم لحصول التوازن المستديم أن يكون $\text{ع} = 2\,\text{ع}_{\text{ك}}$ أعنى يكون

$$\frac{\text{ح}\,\text{هـ}\,\text{س}^{2}}{2} = 2\left[\frac{\text{هـ}^{2}}{6}\left(\text{ى}\,\text{هـ} + 2\,\text{قَ}\right)\text{طا}^{2}\frac{\text{ب}}{2}\right]$$ ومنها يحدث

$$\text{س} = \text{هـ}\,\text{طا}\frac{\text{ب}}{2}\sqrt{\frac{2}{3\,\text{ح}}\left(\text{ى} + \frac{2\,\text{قَ}}{\text{هـ}}\right)} \quad \ldots\ldots\ (2)$$

ويمكن حساب السمك س بطريقة أخذ العزم بالنسبة لنقطة و التى هى نقطة تأثير المحصلة ر كالطريقة السابقة فيكون

$$\text{س} = \text{هـ}\,\text{طا}\frac{\text{ب}}{2}\sqrt{\frac{\text{ى}\,\text{هـ} + 2\,\text{قَ}}{\text{م} - \text{ح}\,\text{هـ}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ (2')$$

تنبيه - بمجرد ازدياد الحمل الاضافى فان نقطة تأثير الدفع ترتفع عن ثلث الارتفاع هـ للحائط وأمام جهة الخط المنصف ع ف فلا يبقى على حاله الا اذا كان الحمل الاضافى المذكور موزعا بانتظام على المنشور ذى الدفع الاعظم وهو الحالة الكثيرة الاعتياد

وفى العمل

وفى العمل لا تعتبر على العموم الأحوال التى تغير نقطة تأثير الدفع ووضع الخط المنصف للزاوية م إذ بخلاف ذلك تكون مسألة سند الأتربة متشعبة وغير منتهية عوضا عن أن تكون داخلة تحت حكم القواعد العمومية السهلة الفهم والمستعملة فى التطبيقات

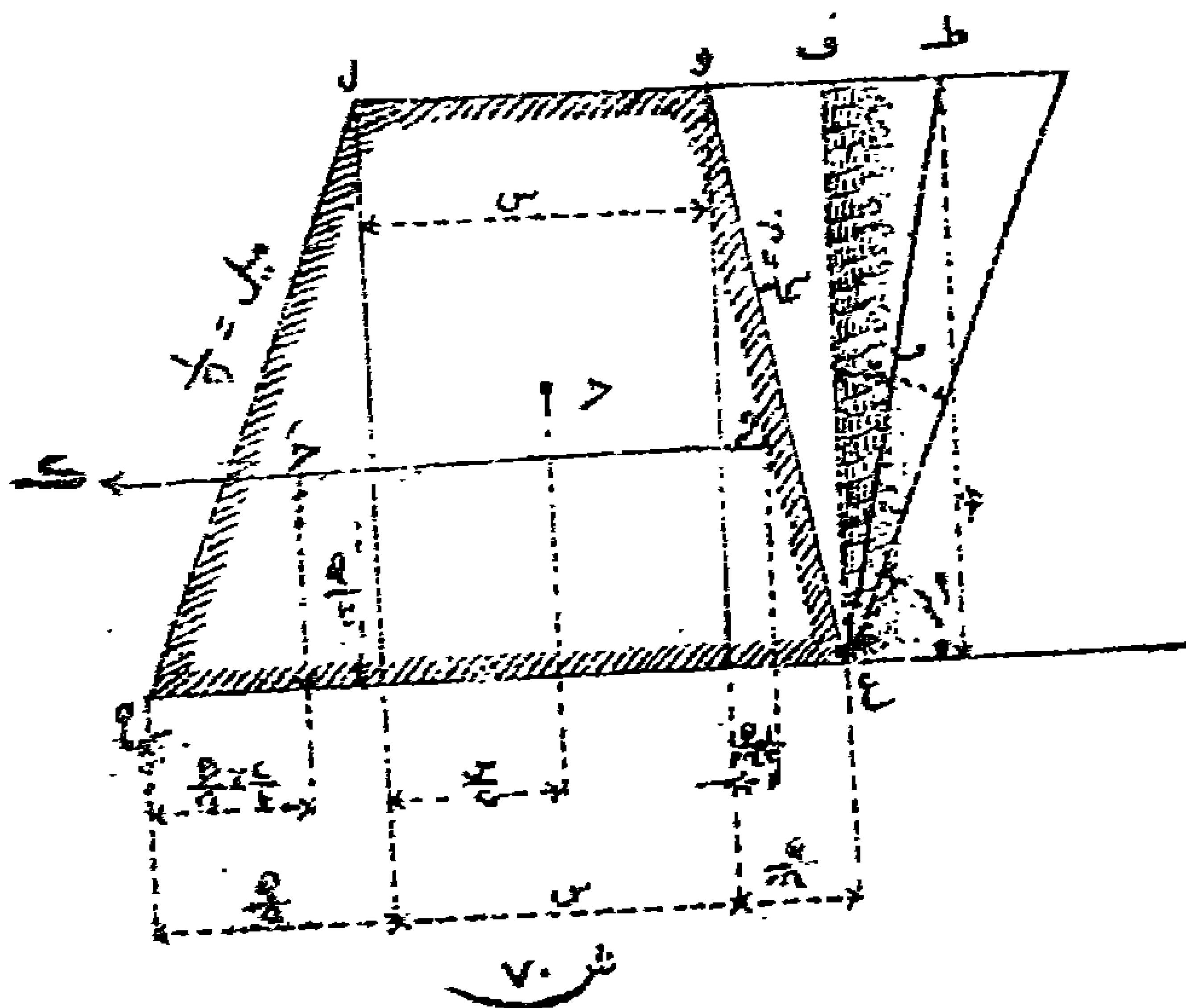
وقد ظهر بناء على المناقشات الرياضية العديدة أنه مهما كان شكل الحائط الساندة وشكل الاتربة المطلوب سندها فأنه يمكن اعتبار اتجاه دفع الاتربة أفقيا

فى تعيين أسماك الحيطان الساندة فى الاحوال المختلفة الآتيه

اولا – اذا كان كل من الوجهين الداخل والخارج للحائط مائلا بحيث أن ميل الوجه الخارج = $\frac{1}{ن}$ وميل الوجه الداخل = $\frac{1}{ن}$ وأن ارتفاع الحائط = هـ وسطح الاتربة افقيا وفى استواء قمة الحائط كما فى شكل ٧٠ فأن سمك الحائط المذكور فى القمة يتعين من القانون الآتى

$$س = هـ \left[-\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2ن}\right) \pm \sqrt{\frac{2}{3ك}\, ى\, \text{ظا}^2 \frac{ب}{2} + \frac{1}{3ن^2} - \frac{1}{12ن^2}} \right] \ldots (3)$$

وهذا القانون محسوب على اعتبار أن مقدار دفع الاتربة ناشئ عن دفع المنشور فع ط فقط ومقطوع النظر عن المنشور وع ف حيث ان هذا المنشور من الاتربة لا يؤثر على الحائط بالنسبة للدوران حول الحرف ح نعم وان كان يؤثر على الحائط بالنسبة للانزلاق الا أنه متى كان الحائط كافيا لمقاومة تأثير الانقلاب والتفتت فأنه لا يخشى عليه من تأثير الانزلاق كما سبق

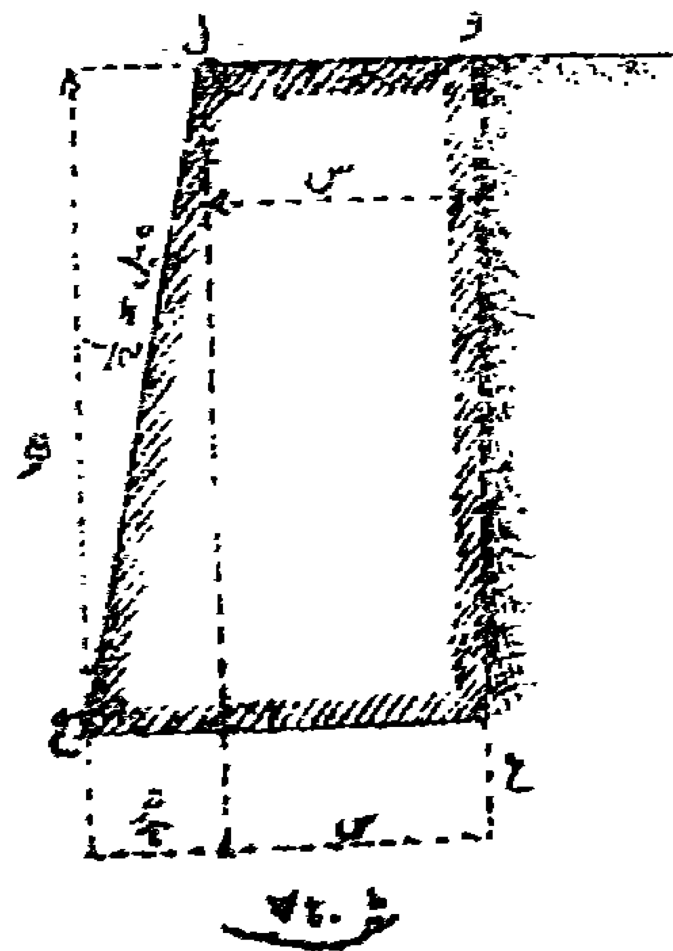

شكل ٧٠

وثانيا اذا كان الوجه الخارج للحائط مائلا والداخل رأسيا وسطح الاتربة افقيا كما فى شكل ٧١ فأن سمك الحائط فى القمة يتعين من القانون

$$س = هـ \left[-\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{2}{3ك}\, ى\, \text{ظا}^2 \frac{ب}{2} + \frac{1}{3ن^2}} \right] \ldots (4)$$

وثالثا اذا كان الوجه الداخل للحائط مائلا والخارج رأسيا وسطح الأتربة افقيا كما فى شكل ٧٢ فأن سمك الحائط فى القمة يتعين من القانون

$$س = هـ \left[-\frac{1}{2ن} \pm \sqrt{\frac{2}{3ك}\, ى\, \text{ظا}^2 \frac{ب}{2} - \frac{1}{12ن^2}} \right] \ldots (5)$$


شكل ٧٢

واذا أريد عمل حائط ساندة يكون بها قصعى من الداخل فيحسب سمك الحائط المذكور فى القمة بقانون (٥) ايضا باعتبار أن الوجه الداخل وع مائل بميل $\frac{1}{ن}$ وأن خط الميل وع يكون مارا

بمتصفات القصص كما فى شكل ٧٣

ورابعا متى كان سطح الأتربة محملا بحمل اضافى ووجها الحائط الداخل والخارج مائلين فان المعادلة الأساسية التى يتعين منها مقدار السمك س تكون بالصورة الآتية

ش ٧٤

ش ٧٥

$$\frac{هـ^2}{٣}\ طا^2\frac{ب}{٢}(ى هـ + ٢ ق) = ح \left(\frac{هـ س^2}{٢} + \frac{هـ^2 س}{ن} + \frac{هـ^3}{٣ ن^2} + \frac{هـ^3}{٢ ن ن} + \frac{هـ^2 س}{ن} + \frac{هـ^3}{٦ ن^2}\right)$$

ومن هذه المعادلة بعد اجراء التحليلات والاختصارات يحدث

$$س = هـ \left[-\left(\frac{1}{ن} + \frac{1}{ن}\right) \pm \sqrt{\frac{٢}{٣ ح}\ طا^2\frac{ب}{٢}\left(ى + \frac{٢ ق}{هـ}\right) + \frac{1}{٣ ن^2} - \frac{1}{١٢ ن ن}} \right] \ldots\ (٦)$$

وخامسا متى كان الوجه الخارج للحائط هو المائل فقط يكون

$\frac{1}{ن} = ٠$ ويحدث

$$س = هـ \left[-\frac{1}{ن} \pm \sqrt{\frac{٢}{٣ ح}\ طا^2\frac{ب}{٢}\left(ى + \frac{٢ ق}{هـ}\right) + \frac{1}{٣ ن^2}} \right] \ldots\ (٧)$$

وسادسا متى كان الوجه الداخل للحائط هو المائل فقط يكون

$\frac{1}{ن} = ٠$ ويحدث

$$س = هـ \left[-\frac{1}{ن} \pm \sqrt{\frac{٢}{٣ ح}\ طا^2\frac{ب}{٢}\left(ى + \frac{٢ ق}{هـ}\right) - \frac{1}{١٢ ن^2}} \right] \ldots\ (٨)$$

وفى حالة ما يكون الحائط له قصص من الداخل فان السمك س يحسب من قانون (٨) باعتبار خط الميل ع و معوضا للقصص ومارا بمنتصف كل منها

(تنبيه) اذا جعل فى قانون (٦) الميل $\frac{1}{ن} = ٠$ ، $\frac{1}{ن} = ٠$ فى آن واحد فان مقدار س يؤول الى

$$س = هـ\ طا\frac{ب}{٢}\sqrt{\frac{٢}{٣ ح}\left(ى + \frac{٢ ق}{هـ}\right)}$$

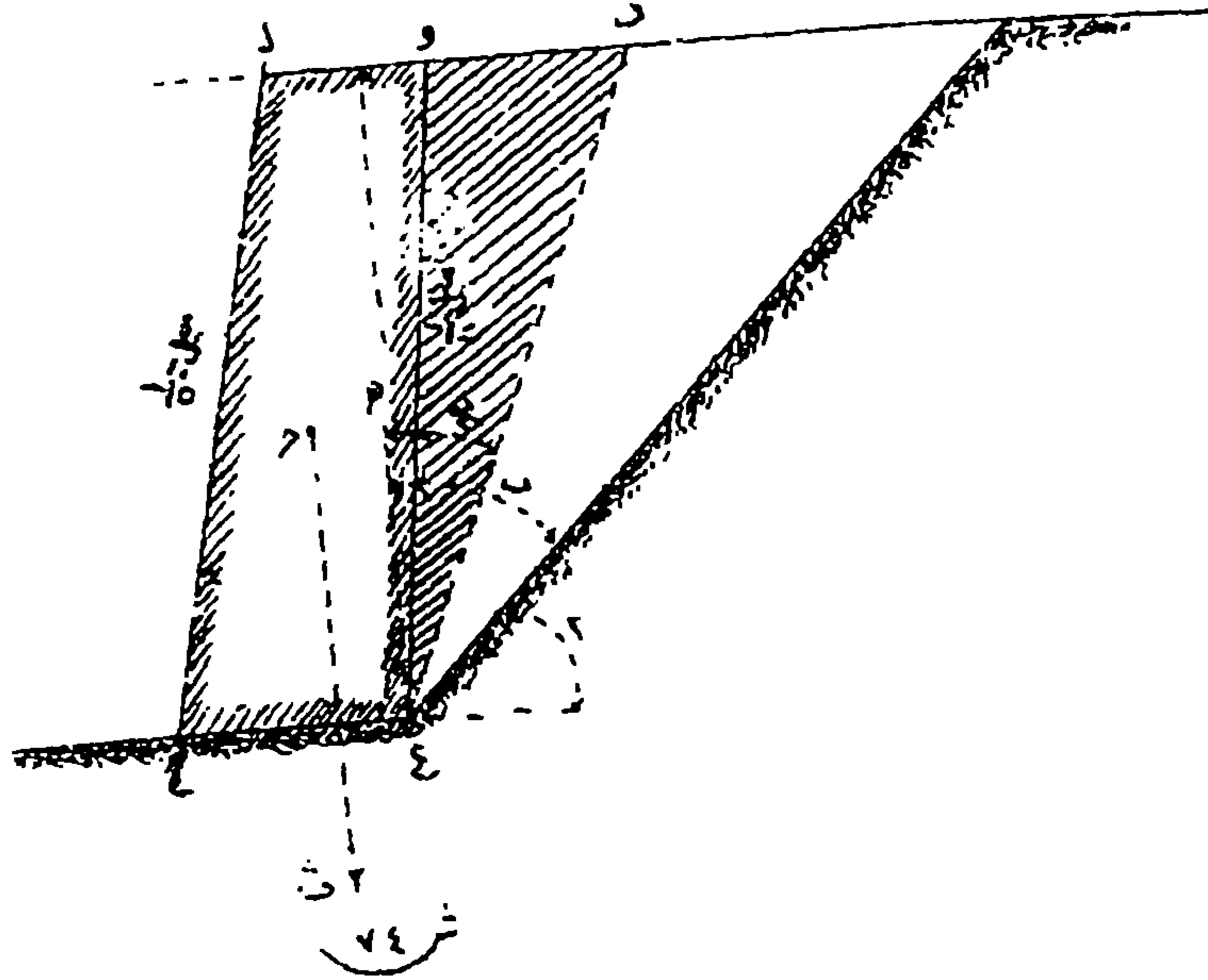
وهذا المقدار هو عين المقدار المستخرج من معادلة (٥) السابقة

فى الحيطان الساندة المائلة الى الداخل

قد يتأتى من باب الوفر جعل الحائط الساندة مائلة الى الداخل اى الجهة الاتربة المطلوب سندها بحيث لا يكون هذا الميل كبيرا حتى يمكن للحائط ان تقف من نفسها بدون مساعدة الاتربة لها اذ بخلاف ذلك فان الحائط تنفصل من قاعدتها والتوازن يختل ويكفى لتجنب ذلك ان لا يقع مركز الثقل ح للحائط على يمين الحرف ع وعلى العموم يجب أن الخط الرأسى المار بمركز الثقل يقطع القاعدة فيما بين ٦٦ر٠ و ٧٠ر٠ من القاعدة بالابتداء من نقطة ح

والميلان

والميلان الكثيرا الاستعمال فى مثل هذه الحيطان هما $\frac{١}{٥}$ بالنسبة للوجه الخارج ، $\frac{١}{١٠}$ بالنسبة للوجه الداخل كما فى شكل ٧٤ وبواسطتهما فأن الخط الرأسى المار بمركز الثقل يكون محققا للشرط السابق مهما كان ارتفاع الحائط وحينئذ اذا كان ميل الوجه الخارج هو $\frac{١}{٥}$ وميل الوجه الداخل هو $\frac{١}{١٠}$ كما فى شكل ٧٥ فأن سمك الحائط فى القمة يتعين من القانون



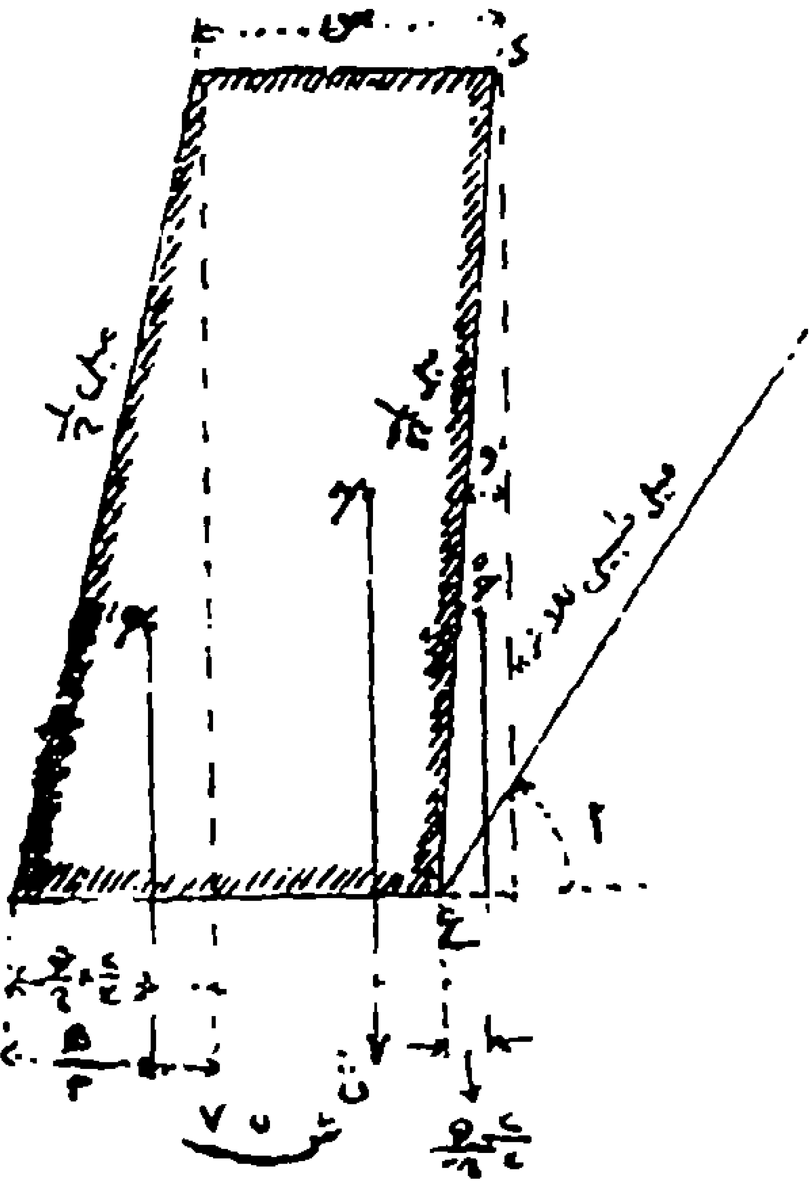
$$\text{س} = \text{هـ}\left[-\left(\frac{١}{٢}-\frac{١}{٢\text{ح}}\right) \pm \sqrt{\frac{١}{٣\text{ح}}\,\text{ى}\,\text{طا}^{٢}\frac{\text{ب}}{٢}(١-\text{طا و طا ؟}) + \frac{١}{٣\text{ح}^{٢}} - \frac{١}{١٢\text{ح}^{٢}}}\;\right] \quad .... (٩)$$

تحقيق هذا القانون - اذا جعل فى هذا القانون $\frac{١}{ح}$ = . فان الوجه ع ى يصير رأسيا ويكون زاوية و = . وعليه يكون طا و = . ويحدث

$$\text{س} = \text{هـ}\left[-\frac{١}{٢} \pm \sqrt{\frac{٢}{٣\text{ح}}\,\text{ى}\,\text{طا}^{٢}\frac{\text{ب}}{٢} + \frac{١}{٣\text{ح}^{٢}}}\;\right]$$

وهو قانون (٤) السابق

فمتى كانت الحائط المائلة الى الداخل ساندة للأتربة عليها حمل اضافى كما سبق فأن سمك الحائط يتعين من القانون



$$\text{س} = \text{هـ}\left[-\left(\frac{١}{٢}-\frac{١}{٢\text{ح}}\right) \pm \sqrt{\frac{٢}{٣\text{ح}}\,\text{طا}^{٢}\frac{\text{ب}}{٢}(١-\text{طا و طا ؟})(\text{ى}+\frac{\text{ق}}{\text{هـ}}) + \frac{١}{٣\text{ح}^{٢}} - \frac{١}{١٢\text{ح}^{٢}}}\;\right] \quad ...(١٠)$$

فى حيطان التكسية

حيطان التكسية لاتفادى الانجراف من ميل الاتربة وفى هذه الحالة تمتاز عن الحيطان الساندة للاتربة بكون جانب من نفس الاتربة الأصلية يكون واقعا على جزء من قمة الحائط كما هو مشاهد من الشكل ٧٦

ففى حالة ما يكون وجها حائط التكسية الخارج والداخل رأسيين وكانت المعاليم هى ع ى = هـ ، ل ط = ص ، ى ر = هـَ شكل ٧٦ فأن مقدار السمك س يتعين بواسطة حل عدة قوانين مرتبطة مع بعضها بالمعاليم الا أن نتيجة ذلك تقرب بكثير من استعمال القانون الذى وضعه المعلم بونسليه بهذا الخصوص وهو

$$\text{س} = ٠,٨٤٥\;\text{طا}^{٢}\frac{\text{ب}}{٢}(\text{هـ}+\text{هـَ})\sqrt{\frac{\text{ى}}{\text{ح}}} \quad .....(١١)$$

فاذا كان ب = ٤٥ْ ، ى = $\frac{٢}{٣}$ ح فأن القانون السابق يؤول الى

س = ٨٦ر٠ (هـ + هـَ)

شكل ٧٦



في القوانين البسيطة المستعملة في العمل

إذا كان س = ٤٥° ، ى = ١٧٠٠ كيلوجرام ، سه = ٢٢ر٠ للجو مع ملاحظة ان مقدارى ى ، سه هما المقداران المستعملان عادة في المتوسط فأن قانون (١) يؤول الى

س = ٣٠ر٠ هـ . . . . . . (١٢)

فإذا كان الميل مبينا بكسر ٢/٣ اى ان القاعدة = ٠٠ر٣ والارتفاع = ٠٠ر٢ فأن زاوية الانزلاق = ٥٦° ١٨َ ٣٠ً ، ظا ن/٢ = ٥٣٠٢ر٠ وبجعل سه = ٢٠ر٠ كج ، ى = ١٨٠٠ كيلوجرام فأن قانون (١) يؤول أيضا الى

س = ٤٠ر٠ هـ . . . . (١٣)

وباعتبار معالم قانون (١٣) ما عدا ى الذى يجعل مساويا الى ١٦٠٠ كج وجعل ١/ج = ١/٥ ، ١/ح = ١/١٠ فأن قانون (٩) يؤول الى

س = ٣٢ر٠ هـ . . . . . . (١٤)

وبتغيير ى وجعله مساويا الى ١٤٠٠ كج فأن قانون (٩) المذكور يؤول أيضا الى

س = ٢٠ر٠ هـ . . . . . . (١٥)

وقد يستعمل القانونان الآتيان لحساب الاسماك المتوسطة س لحيطان السائدة المائلة الى الداخل في الاحوال البسيطة المستعملة في العمل حينما يكون الميل الخارج = ١/٥ والميل الداخل = ١/١٠ وهما

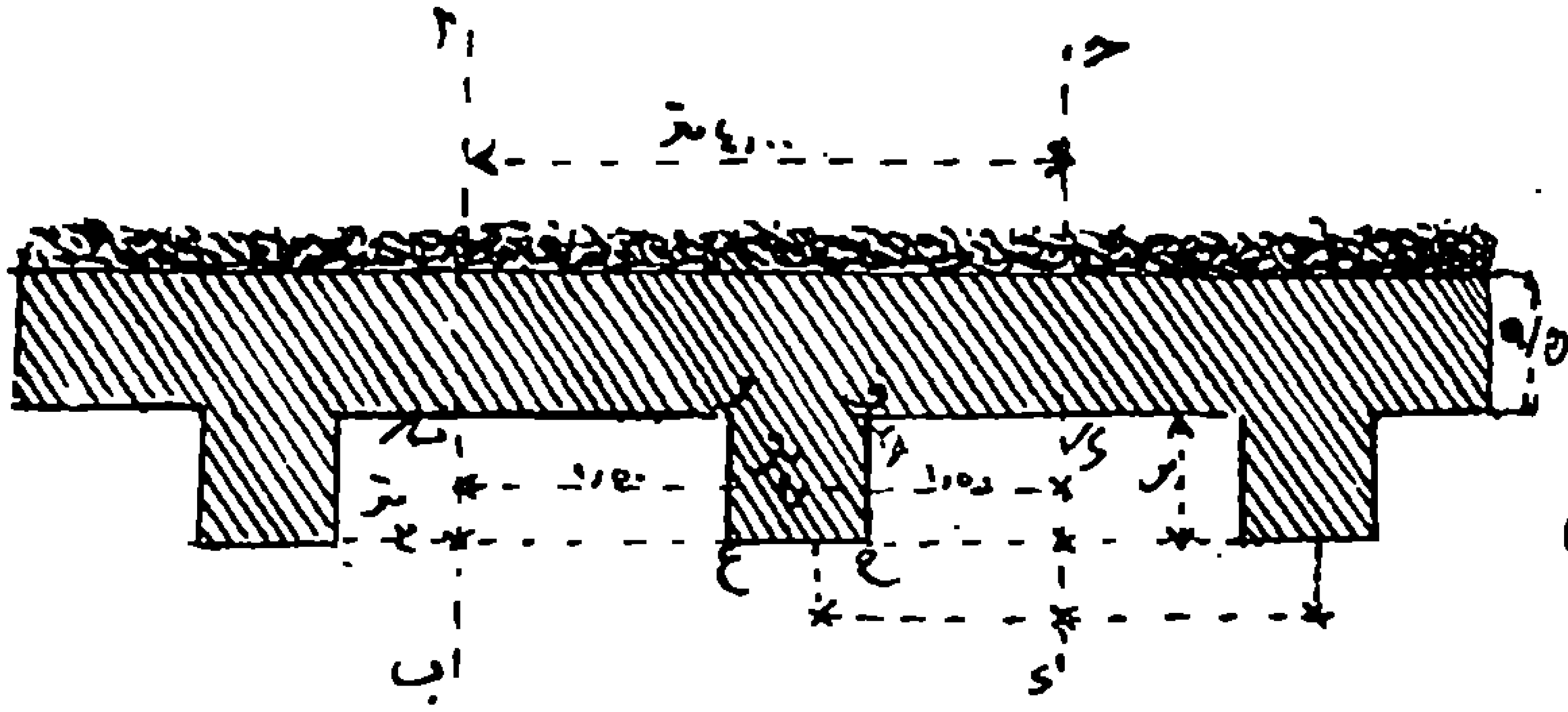
(١٦) س = ١٠ر٠ + ٢٥ر٠ هـ متى كان هـ < ٠٠ر٢ متر

(١٧) س = ٥٠ر٠ هـ متى كان هـ > ٠٠ر٢ متر

في الحيطان

في الحيطان الساندة ذات الأكتاف الداخلة والخارجة

قد تصنع احيانا حيطان ساندة ذات اكتاف للتقوية من الخارج او من الداخل شكلي ٧٧ و٧٨ وهذه الاكتاف تكون متباعدة عادة عن بعضها من محور الى آخر بمقدار أربعة امتار ويكون عرض الكتف مترا واحدا وقطاعه البارز مستطيلا عادة وفي حالة ما يراد جعل هذا القطاع شبه منحرف فإنه بعد حساب بروزه على اعتبار ان القطاع مستطيل يحول الى قطاع شبه منحرف مكافئ له واما وجها نفس الحائط الاصلية من الداخل والخارج فيكونان رأسيين على الدوام وقد يجعل بناء على ما ظهر من التجارب السمك أ ت للحائط الأصلية أ ت = ء ح مساويا الى خمس او سدس ارتفاع الاتربة المسنودة أعني ان السمك أ ت = هـ / ن ، ن يتغير من ٥ الى ٦



ش ٧٧

ثم انه لحساب مقدار بروز الكتف س يؤخذ عزم الكتلة أ ح ء ح فح ع و ت المحصورة بين القطاعين أ ب ، ح ء المارين بالمنتصفين ت ، ء بالنسبة للحرف ع ح الذى يميل الكتلة المذكورة للدوران حوله بتأثير دفع الاتربة ويساوى العزم المذكور بعزم دفع الاتربة بالنسبة للحرف المذكور وعلى هذا فيكون

$$س = \frac{هـ}{ن}\left(-٤ \pm \sqrt{١٢ + ٦٤ \cdot ن^٢}\right) \ldots\ldots (١٨)$$

وهذا القانون مؤسس على فرض أن الميل الطبيعي للاتربة مبين بكسر ٣/٢ اعني أن الارتفاع ٢ والقاعدة ٣

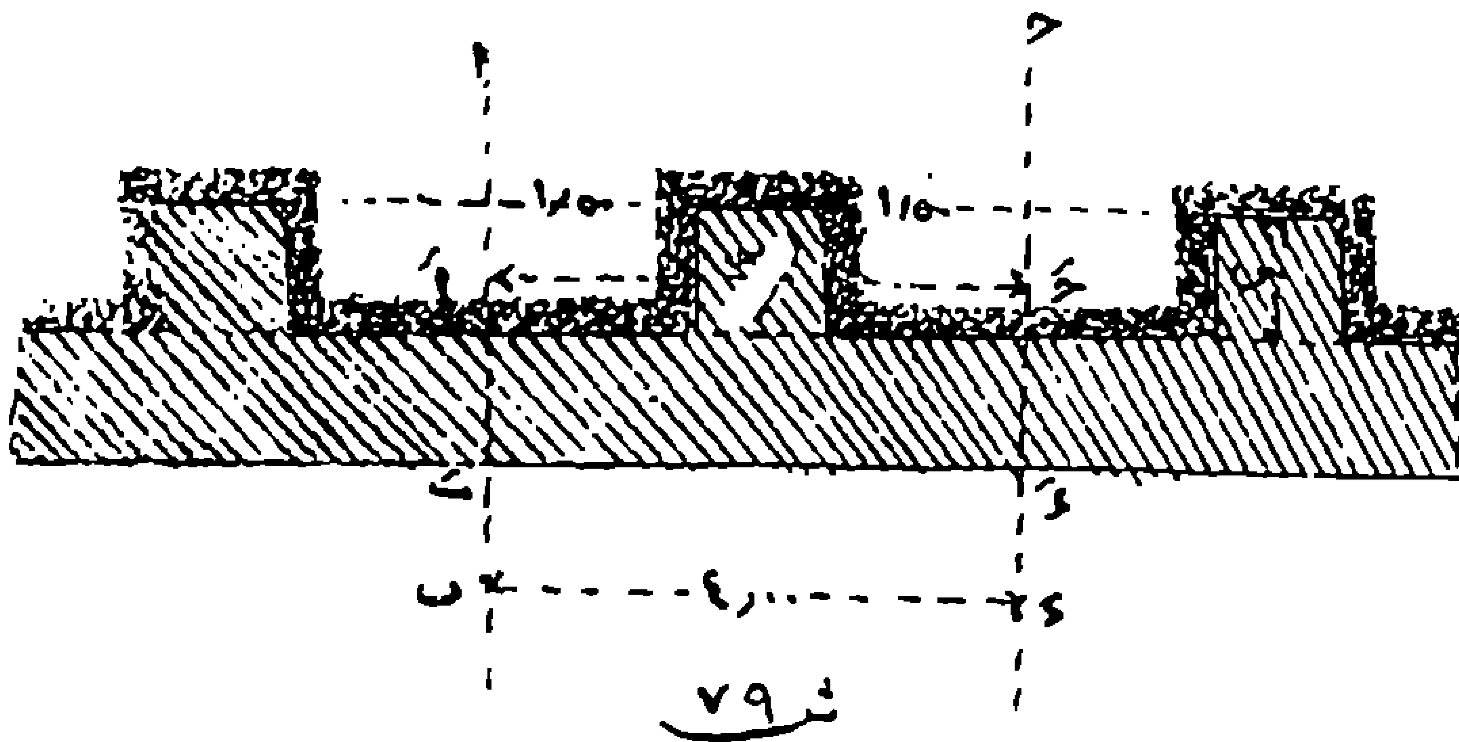
و في حالة ما يكون الميل الطبيعي للاتربة يساوى ٤٥ْ فأن قانون (١٨) يؤول الى

$$س = \frac{هـ}{ن}\left(-٤ \pm \sqrt{١٢ + ٢٦ \cdot ٧ ن^٢}\right) \ldots\ldots (١٩)$$

قد اعتبر في تعيين قانوني (١٨) ، (١٩) أنه ليس هنا حمل اضافي وهذا أمر لا يتأتى في اغلب الاحيان وحينئذ اذا رمزنا للارتفاع المقابل للحمل الاضافي الواقع على المتر المربع من السطح العلوى للاتربة باعتباره اتربة بالرمز هَ فيلزم اضافة هذا الارتفاع الى هـ وحينئذ يكون سمك الحائط الأصلي مساويا الى $\frac{هـ + هَ}{ن}$

ش ٧٨

واذا كانت اكتاف التقوية من الداخل كما في شكلي ٧٩ ، ٨٠ وكان الميل الطبيعي للاتربة مساويا ٣/٢ فأن مقدار البروز س للكتف يتعين من القانون

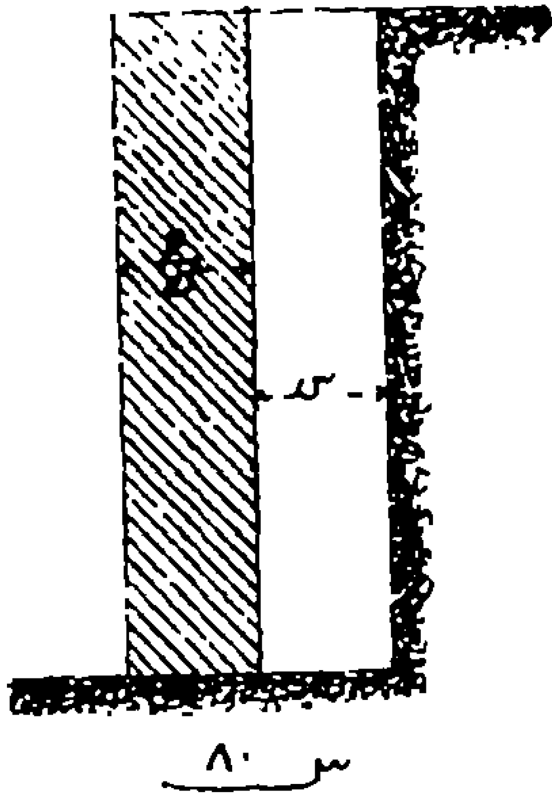


ش ٧٩

س = ع/ك (-١ ± √(٦٤ر٠ ك² -٣)) .... (٢٠)

واذا كان الميل الطبيعي للاتربة يساوى ٤٠° فيكون مقدار السمك معينا من القانون

س = ع/ك (-١ ± √(٣٦ر٠ ك² -٣)) .... (٢١)



وهاك جدولا مشتملا على نوع الأتربة وثقل المتر المكعب منها والميل الطبيعي لها

نوع الأتربة	ثقل المتر المكعب بالكيلوجرام	مقادير الميل الطبيعي للاتربة على الأفق	نوع الأتربة	ثقل المتر المكعب بالكيلوجرام	مقادير الميل الطبيعي للاتربة على الأفق
رمل ناعم جاف	يختلف من	٣١°	تراب طفلي جاف	١٦٠٠	من ٤٠° الى ٥٠°
رمل ناعم جدا	١٤٠٠ الى ١٩٠٠	من ٣٠° الى ٣٣°	تراب طفلي رطب	١٩٨٠	من ٢٠ الى ٢٥
رمل الأنهار	على حسب كونه مخلوطا بالأتربة	٣٣°	تراب نباتي رطب	من ١٦٠٠ الى ١٧٠٠	من ٣٠ الى ٣٧
رمل ناعم جاف جدا	اونقيا	٣٤°	حصا رطب	١٨٦٠	٤٥°
تراب طمي جاف	١٥٠٠	من ٤٠° الى ٤٦°	زلط رطب	١٦٠٠	من ٣٥° الى ٤٠
تراب طمي رطب	١٩٠٠	من ٢٠° الى ٥٠°	ماء	١٠٠٠	..

وهاك جدولا آخر يشتمل على ثقل المتر المكعب من البناء بالنسبة للمواد المختلفة ونهاية الحمل الذي يتحمله مع الامن على السنتيمتر المربع

انواع البناء	ثقل المتر المكعب بالكيلوجرام من	الى	نهاية الحمل على السنتيمتر المربع بالكيلوجرام من	الى	انواع البناء	ثقل المتر المكعب بالكيلوجرام من	الى	نهاية الحمل على السنتيمتر المربع بالكيلوجرام من	الى
بناء من حجر الآلة الجيد	٢٤٠٠	٢٧٠٠	٣٠	٤٠	خرسانة بمونة الاسمنت	٢٣٠٠	٢٤٠٠	١٠	١٤
بناء بالدبش الجيد وبمونة جيدة	٢١٠٠	٢٢٥٠	١٤	٢٠	بناء بالطوب بمونة معتادة	١٧٠٠	١٨٠٠	٦	
بناء معتاد بالدبش	٢٠٠٠	٢٣٥٠	٧		بناء بالطوب بمونة الاسمنت	١٧٠٠	١٨٠٠	١٠	
خرسانة بمونة معتادة	٢٣٠٠	٢٤٠٠	٥		بناء بالطوب من الدرجة الأولى والاسمنت	١٧٠٠	١٨٠٠	١٢	١٤

وأما معاملات الاحتكاك بالنسبة للاساسات المختلفة فهي كالآتي

٠٫٦٠ ١٠١

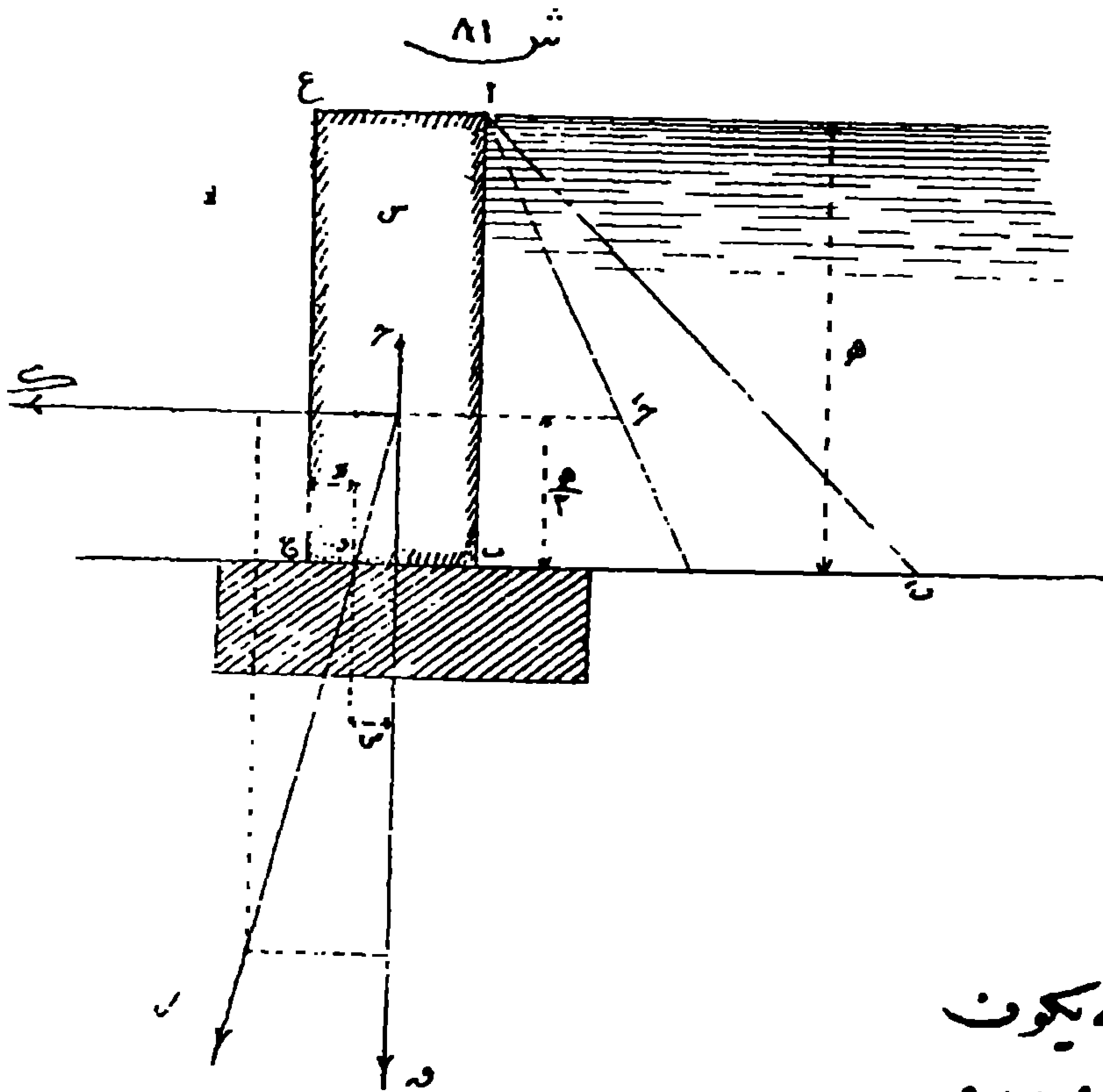
٠٫٦٠ اذا كان الأساس ارضا طبيعية

٠٫٧٠ اذا كان الأساس خرسانة

٠٫٧٨ اذا كان الأساس تحجيرا اى بناء بالدبش

فى الحيطان الساندة للمياه

اذا كان ارتفاع المياه المطلوب سندها هو ه (شكل ٨١) واعتبرنا طول الحائط مساويا للوحدة الطولية أى مساويا مترا واحدا وفرضنا أن وجهيها رأسيان ورمزنا لسمكها بالرمز س ولدفع الماء بالرمز ك ولثقل الحائط بالرمز د وفرضنا أن نقطة تأثير المحصلة ر للقوتين ك، د هى و فيلزم ان يكون عزم ك بالنسبة لنقطة و مساويا الى عزم د بالنسبة للنقطة المذكورة أعنى يكون


شكل ٨١

$$ع_{ك} = ع_{د} \quad ...... \quad (و)$$

لكن من المعلوم أن فى مثل هذه الحالة تكون ك أفقية ومؤثرة فى ثلث ارتفاع الحائط من اسفل ومقدارها هو

$$ك = ١٠٠٠ \times \frac{ه^{٢}}{٢}$$

واذا رمزنا لثقل المتر المكعب من البنا بالرمز ى يكون

$$د = ى\ س\ ه$$

وحينئذ المعادلة (و) تؤول الى

$$١٠٠٠ \times \frac{ه^{٢}}{٢} \times \frac{ه}{٣} = ى\ س\ ه \times ص \quad \text{أو}$$

$$\frac{١٠٠٠}{٦} \times ه^{٣} = ى\ ه\ س \times ص \quad .... \quad (ب)$$

ولكن من الشكل $ص = \frac{س}{٢} - ء \quad .... \quad (ح)$

وحيث انه يلزم لحصول الثبات الجيد أن اتجاه المحصلة ر يقطع القاعدة فى نقطة متباعدة عن الحرف ح الذى تميل الحائط للدوران حوله بتأثير دفع المياه ببعد أكثر من ثلث عرض الحائط أى أكثر من ثلث س فيلزم استعمال معادلة

$$م = \frac{٢د}{س}\left(٢ - \frac{٣ء}{س}\right)$$

التى فيها م رمز لمعامل مقاومة البناء ومنها يحدث

$$ء = \frac{س}{٦}\left(\frac{٤ى\ ه - م}{ى\ ه}\right)$$

واذا وضع عوضاً عن ء مقدارها في معادلة (حـ) يحدث

$$\text{ص} = \frac{\text{س}^{٢}}{٦} \times \frac{\text{م} - \text{ك هـ}}{\text{ك هـ}}$$

واذا وضع عوضاً عن ص مقدارها في معادلة (ب) يحدث

$$\frac{١٠٠٠}{٦} \times \text{هـ}^{٣} = \frac{\text{س}^{٢}}{٦} (\text{م} - \text{ك هـ})$$ ومنها يحدث

$$\text{س} = \text{هـ} \sqrt{\frac{١٠٠٠\,\text{هـ}}{\text{م} - \text{ك هـ}}} \qquad (٢')$$

وهذا القانون يمكن استنتاجه مباشرة من قانون (٢) الخاص بالحيطان السائدة للاتربة بجعل

$\frac{\text{ب}}{٢} = ٤٥^{\circ}$ ، ى = ١٠٠٠ كيلوجرام

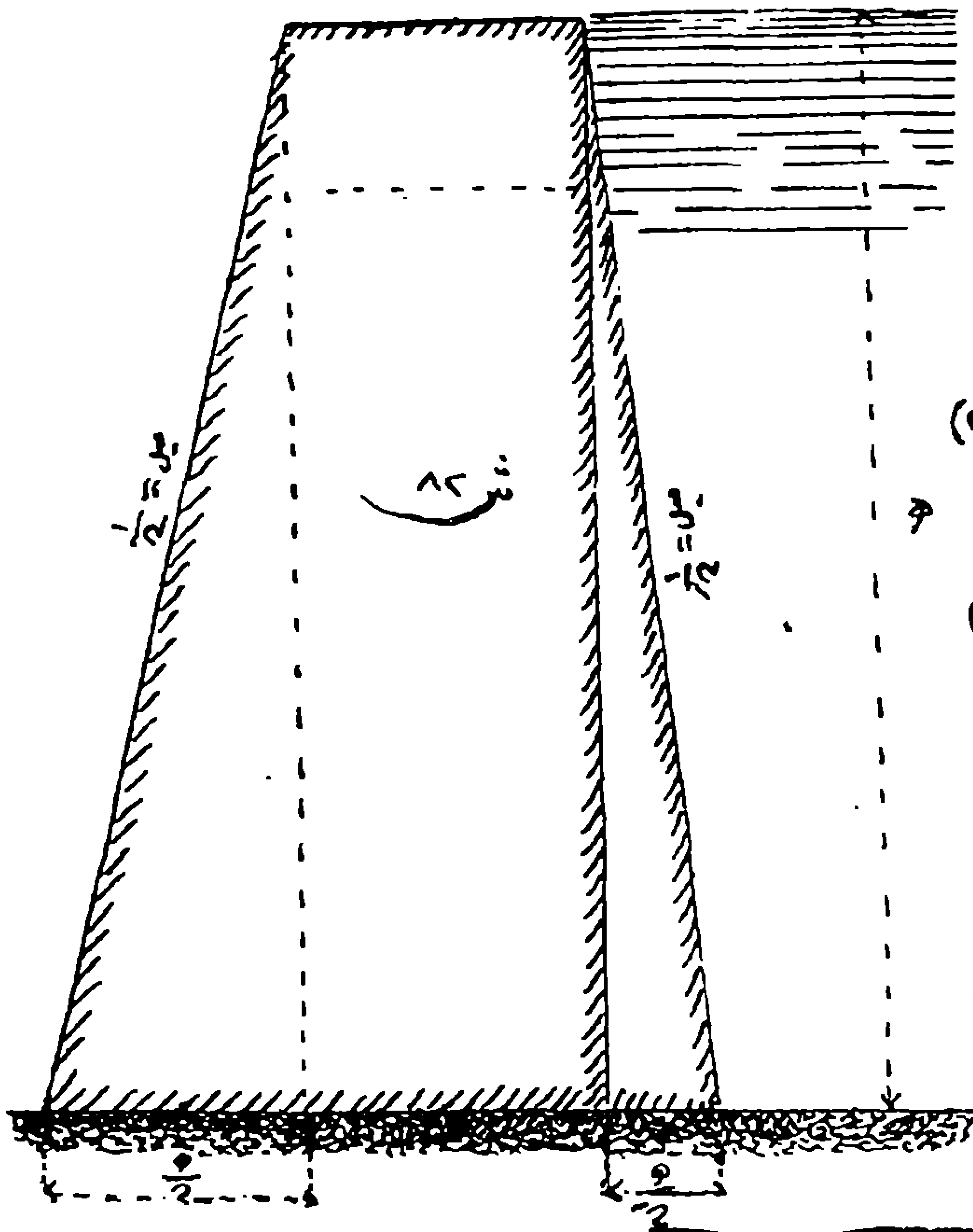
ويمكن تعيين سمك الحائط المذكورة بأن يؤخذ العزم بالنسبة الى نقطة ح ويساوي عزم ثقل الحائط بضعف عزم دفع المياه كما أجرى ذلك في الحيطان السائدة للاتربة فيكون

$$٢ \times \frac{١٠٠٠}{٦} \text{هـ}^{٣} = \frac{\text{ك هـ}}{٢} \text{س}^{٢}$$ ومنها يحدث

$$\text{س}^{٢} = \text{هـ}^{٢} \times \frac{٢}{٣} \times \frac{١٠٠٠}{\text{ك}}$$ أو

$$\text{س} = \text{هـ} \sqrt{\frac{٢}{٣} \times \frac{١٠٠٠}{\text{ك}}} \qquad (١)$$

وهذا القانون يمكن استنتاجه مباشرة من قانون (١) الخاص بالحيطان السائدة للاتربة بجعل $\frac{\text{ب}}{٢} = ٤٥^{\circ}$ ، ى = ١٠٠٠ كيلوجرام



فعلى هذا اذا كان وجها الحائط مائلين بميل $\frac{١}{\text{ن}}$ ، $\frac{١}{\text{ن}'}$ كشكل ٨٢ فان السمك في قمة الحائط يتعين من قانون (٣) بجعل $\frac{\text{ب}}{٢} = ٤٥^{\circ}$ ، ى = ١٠٠٠ كيلوجرام هكذا

$$\text{س} = \text{هـ} \left[-\left(\frac{١}{٢\text{ن}} + \frac{١}{٢\text{ن}'}\right) \pm \sqrt{\frac{٢ \times ١٠٠٠}{٤\text{ك}} + \frac{١}{٤\text{ن}^{٢}} - \frac{١}{١٢\text{ن}'^{٢}}} \right] \ldots (٣)$$

فاذا كان الوجه الداخل رأسياً يكون $\frac{١}{\text{ن}'} = ٠$ ويحدث

$$\text{س} = \text{هـ} \left[-\frac{١}{٢\text{ن}} \pm \sqrt{\frac{٢ \times ١٠٠٠}{٤\text{ك}} + \frac{١}{٤\text{ن}^{٢}}} \right] \ldots\ldots (٣')$$

واذا كان الوجه الخارج هو الراسي فقط يكون $\frac{١}{\text{ن}} = ٠$ ويحدث

$$\text{س} = \text{هـ} \left[-\frac{١}{٢\text{ن}'} \pm \sqrt{\frac{٢ \times ١٠٠٠}{٤\text{ك}} - \frac{١}{١٢\text{ن}'^{٢}}} \right] \ldots\ldots (٤)$$

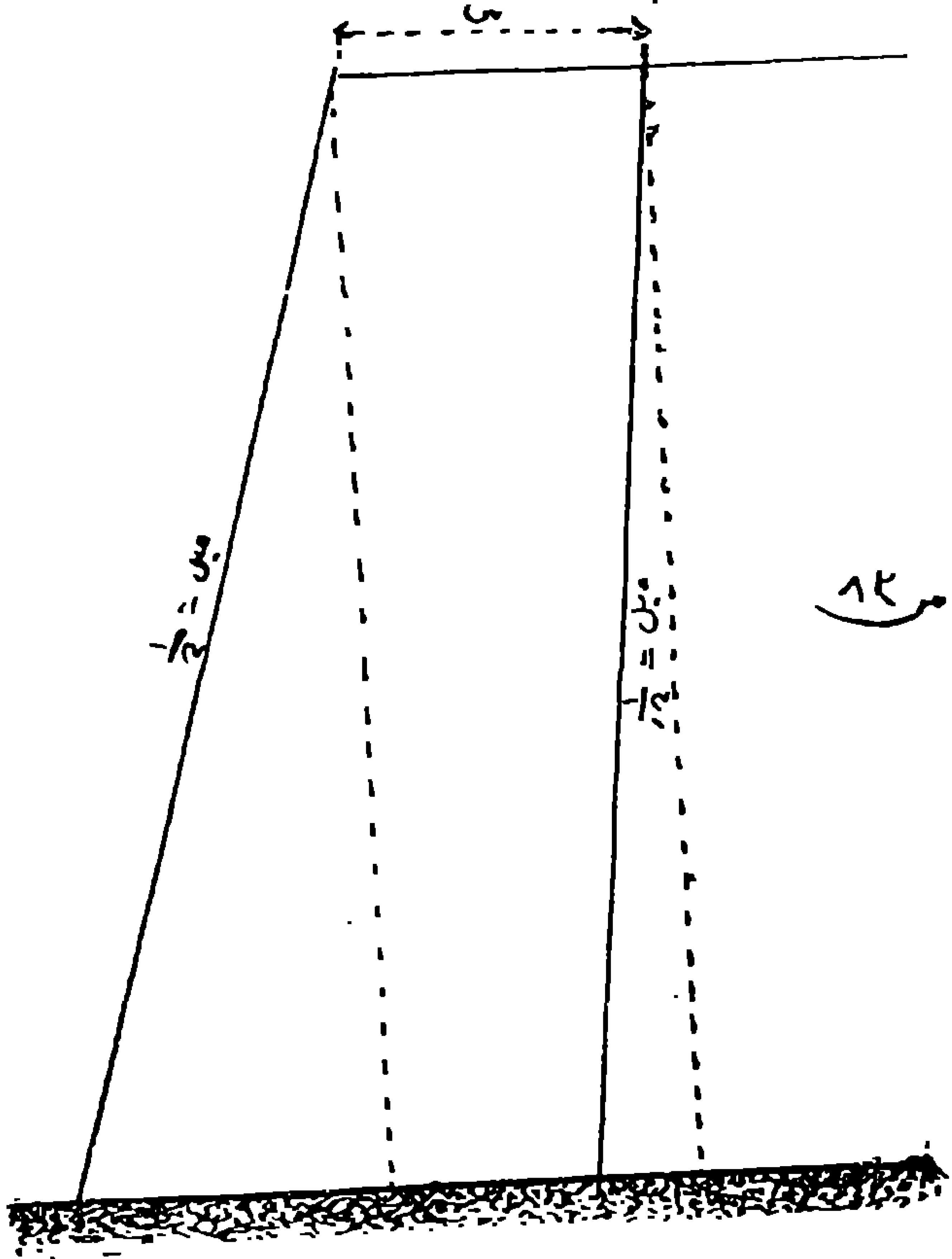
واذا كان الحائط مائلاً الى الداخل كشكل ٨٣ فانه يمكن ان يجعل في قانون (٩) ى = ١٠٠٠ كيلوجرام ، $\frac{\text{ب}}{٢} = ٤٥^{\circ}$ ، ا = ١ وحينئذ يكون

$$\text{س} = \text{هـ} \left[-\left(\frac{١}{٢\text{ن}'} - \frac{١}{٢\text{ن}}\right) \pm \sqrt{\frac{١٠٠٠}{٤\text{ك}} + \frac{١}{٤\text{ن}^{٢}} - \frac{١}{١٢\text{ن}'^{٢}}} \right] \ldots\ldots (٥)$$

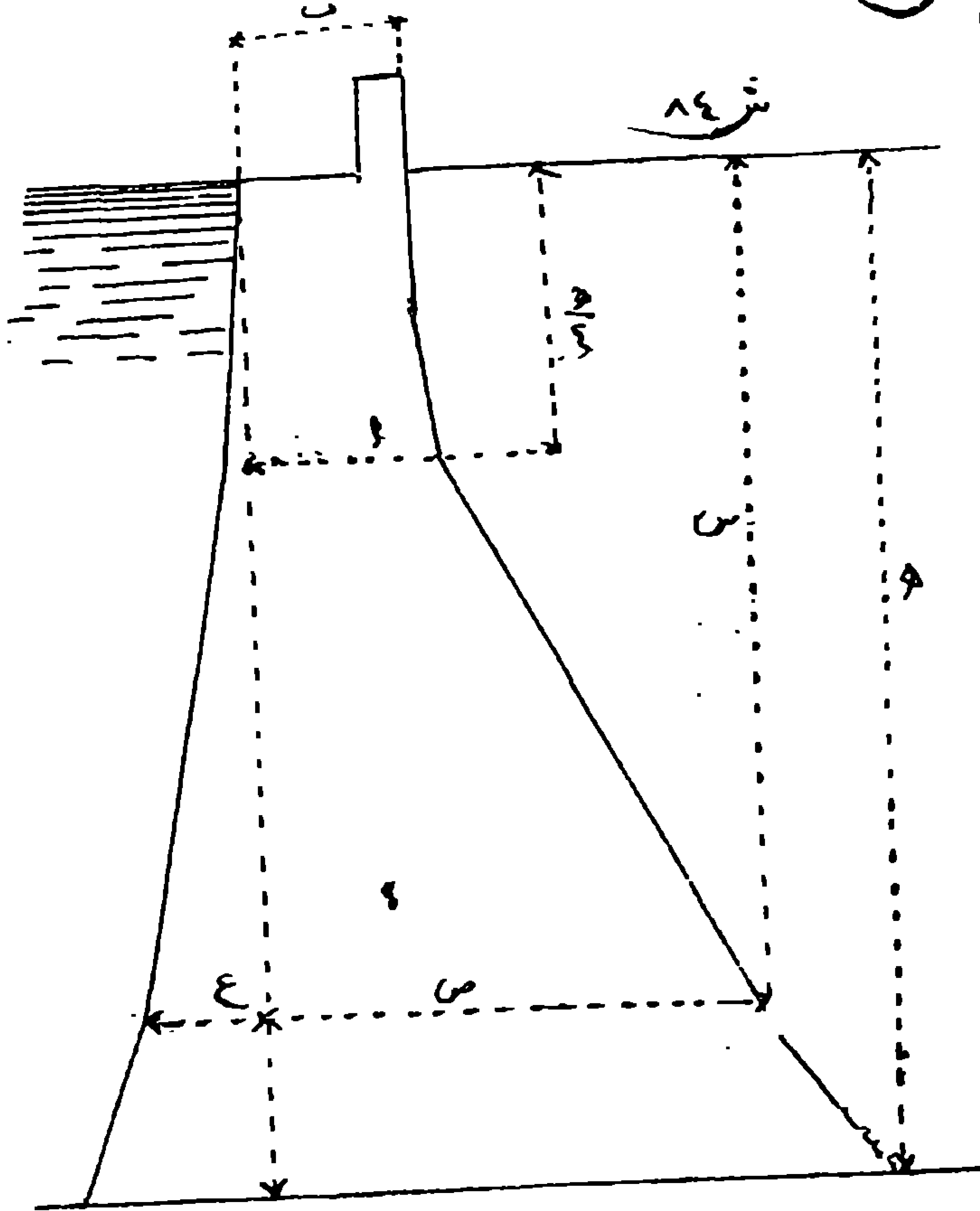
وبعد تعيين اسماك الحيطان من القوانين السابقة بحسب الاحوال المختلفة يمكن التحقق من مقاومتها للانقلاب بتعيين نقطة تأثير محصلة دفع المياه وثقل الحائط معاً على قاعدة الحائط أعني نقطة

١٠٣

تقابل المحصلة المذكورة بالقاعدة ومناقشة بعدها عن نقطة الدوران ثم بعد ذلك يحقق من مقاومة الحائط للفتق باستعمال القوانين الخاصة بالضغط وتعيين مقدار معامل المقاومة م ومناقشته مع ملاحظة ان الضغط الرأسى الداخل فى القوانين المذكورة هو المركبة الرأسية للمحصلة السابقة واخيرا يتحقق من المقاومة للانزلاق بضرب مقدار المركبة الرأسية المذكورة فى معامل الاحتكاك ومقارنته بالمركبة الافقية للمحصلة السابقة أيضا



وتتميما للمسألة لحيطان الساندة للمياه نضع هنا القوانين الخاصة بحساب ابعاد حيطان الخزانات شكل ٨٤ فنرمز بالرمز ه لارتفاع الحائط بالقدم وبالرمز س لانحطاط اى قطاع افقى عن سطح الماء بالقدم وبالرمز ص لتباعد طرف القطاع من الخارج عن الخط الرأسى بالنسبة للبعد س بالقدم وبالرمز ع لتباعد طرف القطاع من الداخل عن الخط الرأسى بالنسبه للبعد س بالقدم وبالرمز



ب لسمك الحائط فى القمه بالقدم وبالرمز

أ لسمك الحائط على ربع الارتفاع من اعلى بالقدم وبالرمز

م لنهاية الضغط المسموح بالطولوناته الانجليزيه على القدم المربع وهى تساوى ١٠١٦٫٠٤٧٥ كيلوجرام وحينئذ يكون

$$ب = ٠٫٤٢\ ه$$

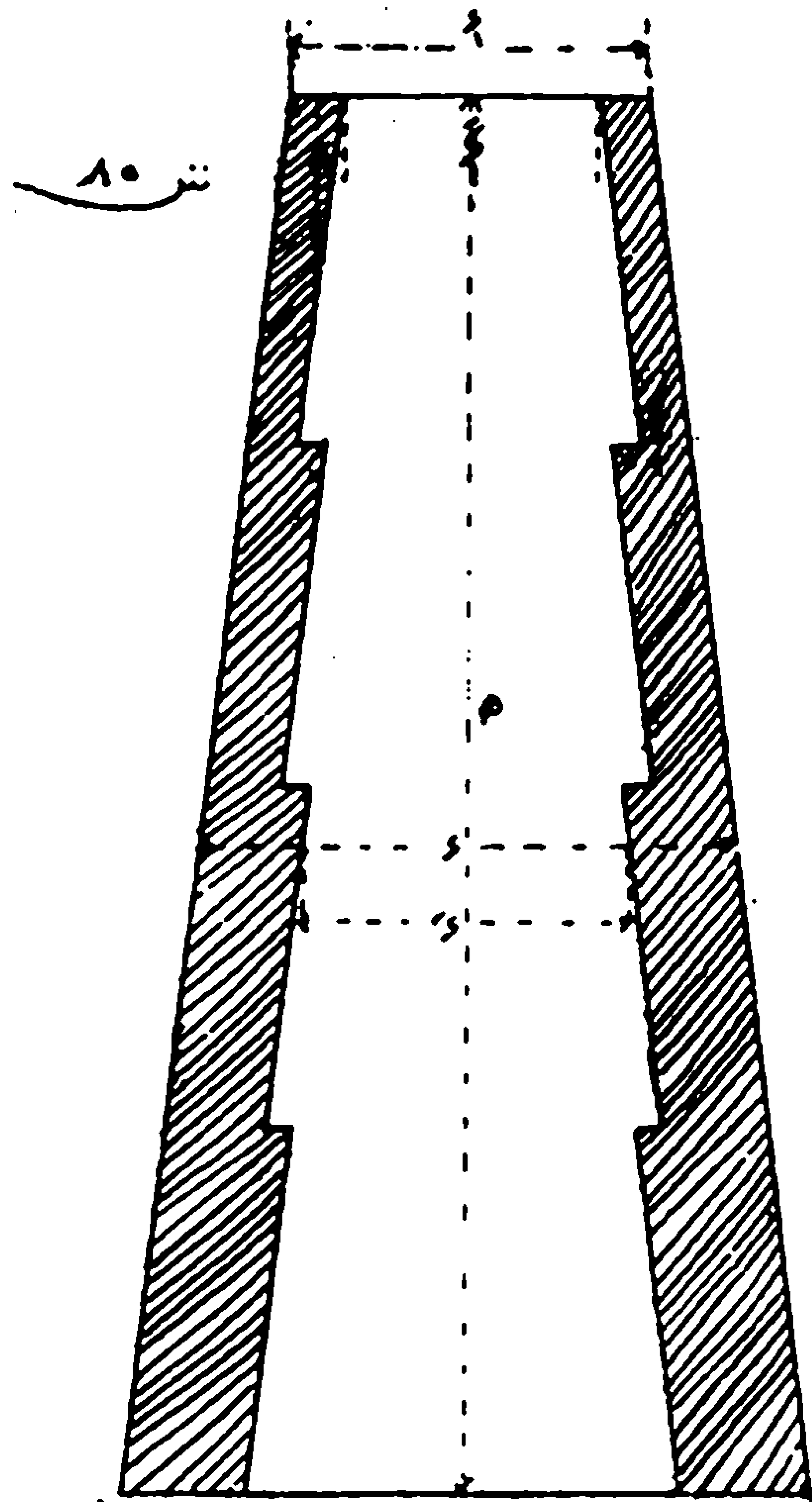
$$ص = \sqrt{\frac{٠٫٠٥\ س^{٣}}{م + ٠٫٠٣\ س}}$$

$$ع = \left(\frac{٠٫٠٩\ س}{م}\right)^{٤}$$

واذا كان مقدار ص المتحصل من القانون اقل من ٠٫٦ س فيلزم جعله مساويا الى ٠٫٦ س أعنى أن ص = ٠٫٦ س فى النهاية الصغرى ويلاحظ ان مقدار م يجعل عادة مساويا الى ٨ره طونولاته

فى المـــداخن

شكل مداخن الورش اى المداخن التى من الطوب قد يكون هرميا وغالبا يكون مخروطيا وعندما يكون هرميا اما أن يكون ذات اربعة أوجه متساوية أو ذا ثمانية أوجه متساوية ولانشاء اى مدخنة من هذا القبيل يقتضى ان يكون فتحة المدخنة من أعلى وارتفاعها معلومين وذلك بناء على الحسابات الخصوصية المتعلقة بقزانات الآلات البخارية وأما سمك المدخنة من أعلا فانه اما ان يكون ١١ر٠ متر أو ٢٢ر٠ متر أعنى بمقدار نصف طوبة أو طوبة كاملة



اذا تقرر هذا فان قطاع المدخنة على الخط ه من القمة يتعين من القانون

$$\text{لوَ}\ \frac{\text{ب}}{\text{ب}_{١}} = \frac{\text{ثه}}{\text{م}} \quad \ldots\ (١)$$

الذى فيه ب رمز لقطاع القمة من الخارج ، ب١ رمز للقطاع الخارج على الخط ه من القمة ، لوَ رمز للوغاريتم النبرياني ، ث رمز لثقل المتر المكعب من البنا ، م رمز لمعامل المقاومة مع ملاحظة أنه فى حالة ما تكون المدخنة مخروطية الشكل يكون

$$\left[\text{ب} = \frac{\text{ط}}{٤}\left(\text{ء}^{٢} - \text{ء}_{١}^{٢}\right)،\ \text{ب}_{١} = \frac{\text{ط}}{٤}\left(\text{ءَ}^{٢} - \text{ءَ}_{١}^{٢}\right)\right] \ldots (٢)$$

$$\text{ءَ} = \text{ءَ}_{١} + ٢\,\text{ح}\,\text{ه} \quad \ldots\ (٣)$$

وفى هذا القانون الأخير ح رمز للميل بالنسبة للمتر الواحد ومقدار هذا الميل يختلف فى المداخن من ٠٢ر٠ متر الى ٠٣ر٠ متر بالنسبة للمتر الواحد والميل الأخير هو المستعمل بكثرة

وقد تستعمل طريقة خصوصية فى المداخن بدلا عن الحساب وهى أنه بعد تعيين السطح الخارج للمدخنة بناء على الارتفاع المعلوم والميل بالنسبة للمتر الواحد يجرى ازدياد السمك دفعة واحدة بالابتداء من القمة بقصص قدر كل منها ١١ر٠ متر أى نصف طوبة وذلك على مسافة كل ٣ متر أو ٤ متر أعنى اذا كان سمك المدخنة فى القمة ١١ر٠ متر يكون هذا السمك مستمرا على مسافة ٣٫٠٠ متر أو ٤٫٠٠ متر وبعد ذلك يضاف اليه ١١ر٠ متر فيكون ٢٢ر٠ متر ويستمر هذا السمك أيضا فى المسافة التالية التى قدرها ٣ متر أو ٤ متر وهكذا لغاية المسافة الأخيرة من اسفل،

وأما فى حالة ما يراد حساب المدخنة بقانون (١) فأنه يلزم تحويل اللوغاريتم النبرياني الى لوغاريتم معتاد وحينئذ فالمعادلة المذكورة تؤول الى

$$٢٫٣٠٢٥٨\ \text{لو}\ \frac{\text{ب}}{\text{ب}_{١}} = \frac{\text{ثه}}{\text{م}} \quad \text{أو}$$

$$\text{لو}\ \frac{\text{ب}}{\text{ب}_{١}} = \frac{\text{ثه}}{\text{م}} \times \frac{١}{٢٫٣٠٢٥٨} = ٠٫٤٣٤٢٩٤٥ \times \frac{\text{ثه}}{\text{م}} \quad \ldots\ (٤)$$

فحساب

في حساب مدخنة من الطوب

الحساب الذى سيجرى عمله يمكن تطبيقه على جميع المبانى المشابهة للمداخن مثل الأبراج والفنارات وخلافه ونمثل لذلك بمثال فنقول

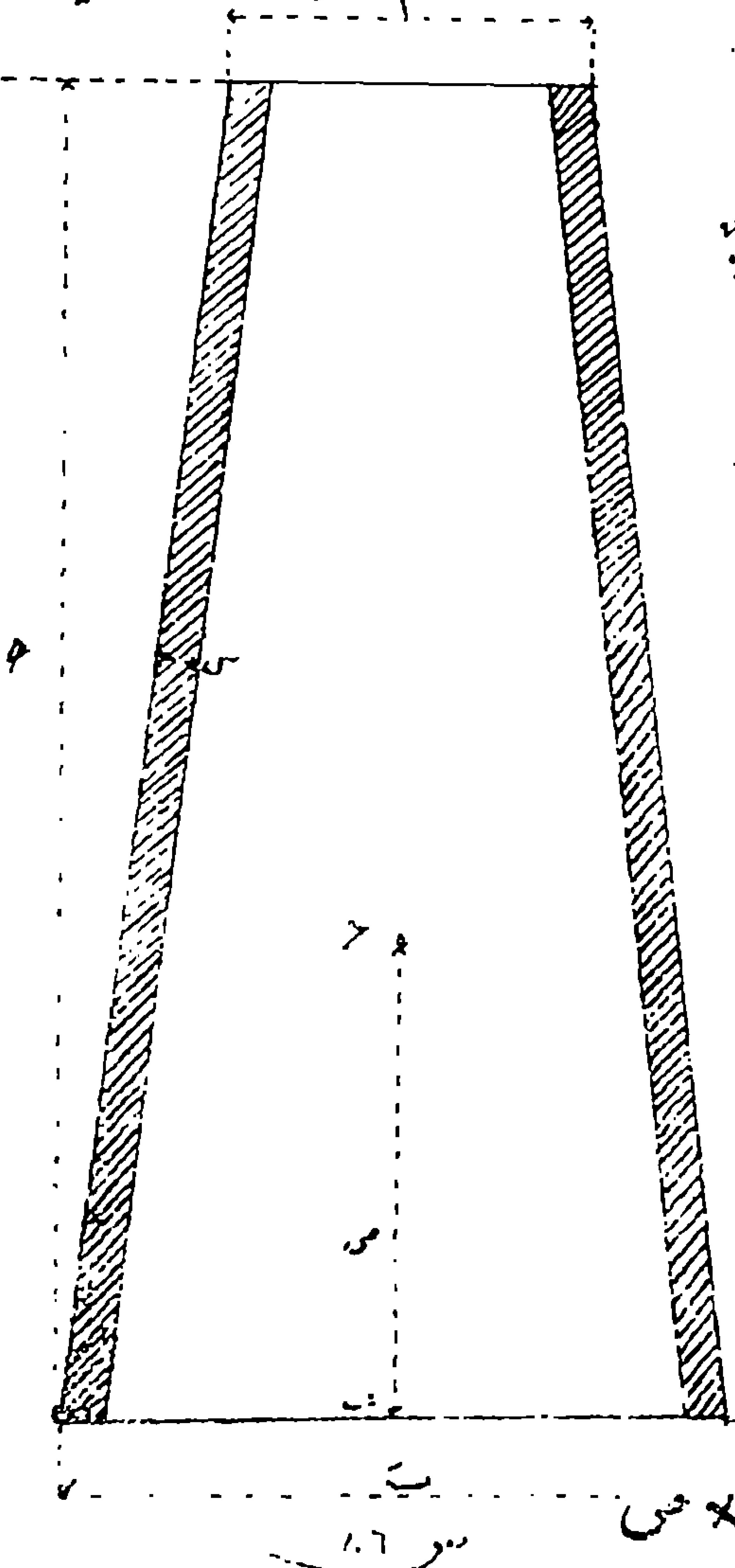
مثال — نفرض أن الارتفاع هـ للمدخنة من ابتداء سطح الأرض الى القمة يساوى اربعين مترا وأن القطر الداخلى للمدخنة من أعلاه يساوى ٥٠ر١ مترا وأن المدخنة المذكورة تتركب من خمسة أجزاء كل منها له سمك منتظم من الطوب فى جميع ارتفاعه مع ملاحظة ان هذا السمك يختلف بالنسبة لكل جزء من الأجزاء المذكورة

حساب الجزء الأول — نفرض ان ارتفاع الجزء الأول بالابتداء من القمة يساوى ١٥ متر وأن سمكه الثابت ٢٢ر٠ متر ونعتبر الميل بالنسبة للمتر الواحد مساويا ٠٣ر٠ متر ثم يقال

أن الجزء المذكور يمكن اعتباره كجسم متأثر بضغط الرياح وبثقله الخاص وحينئذ تكون المقاومة بالنسبة للوحدة السطحية للأجزاء الاكثر تأثيرا من قاعدة الجزء المفروض معينة من القانون العمومى الآتى وهو

$$\text{م} = \frac{\text{ع ى}}{\text{ح}} + \frac{\text{ق}}{\text{ب}} \quad \ldots\ldots \quad (٥)$$

الذى فيه ع رمز لعزم الانحناء المنسوب لضغط الهواء ، ب شكل ٨٦ رمز للقطاع الاكثر تأثيرا ، ى رمز لبعد مركز ثقل القطاع المذكور عن الجزء الاكثر تأثيرا ، ح رمز لعزم قصور القطاع المذكور ، ق رمز لثقل الجزء المفروض من المدخنة فالقطاع ب دائرة قطرها ٨٤٠ر٢ متر = ٤٠ر٢ + ٤٤ر٠ وأما ا فانه = ٩٤٠ر١ متر وحينئذ اذا رمزنا للضغط الواقع من الهواء على المتر المربع بالرمز قَ وكان مقدار الضغط المذكور مساويا الى ٨٥ كيلوجرام فيكون



$$\text{قَ} = ٨٥ \text{ كيلوجرام}$$

ولكن حيث ان ضغط الهواء واقع على شبه منحرف ارتفاعه هـ = ١٥ متر وقاعدتاه المتوازيتان مساويتان على التناظر الى اَ = ٩٤٠ر١ متر ، بَ = ٨٤٠ر٢ متر فيكون مقدار الضغط المذكور هو

$$\text{قَ} \times \text{هـ} \times \frac{\text{اَ} + \text{بَ}}{٢}$$

وحيث أن هذا الضغط واقع فى مركز الثقل حـ لشبه المنحرف المذكور فاذا رمزنا لبعد مركز الثقل المذكور عن القاعدة بَ بالرمز ص يكون

$$\text{ع} = \text{قَ هـ} \times \frac{\text{اَ} + \text{بَ}}{٢} \times \text{ص}$$

ولكن $ص = \frac{هـ}{٣(أ+ت)} (ت + ٢أ)$ حينئذ يكون

$ع = ق هـ \times \frac{أ + ت}{٢} \times \frac{هـ}{٣(أ+ت)} (ت + ٢أ)$ أو

$ع = \frac{ق هـ^٢ (ت + ٢أ)}{٦} = ٣١٤٢٠,٠٠$

وكذا $ء = \frac{ت}{٢}$ كما سبق أى $ء = ١٫٤٢٠$

$ح = \frac{ط}{٤} \left[\frac{ت^٤}{٤} - \frac{(ت-٢س)^٤}{٤٩}\right] = ١٫٥٠٦٤٧٢٨$

$ب = ط \left[\frac{ت^٤}{٤} - \frac{(ت-٢س)^٤}{٤}\right] = ١٫٨١٠٨١٨$

(٢) $\frac{ن}{ت} = \frac{١}{٤} ط هـ \left(\frac{ت^٢}{٤} + \frac{أ^٢}{٤} + \frac{أت}{٤}\right) - \frac{١}{٤} ط هـ \left[\frac{(ت-٢س)^٢}{٤} + \frac{(أ-٢س)^٢}{٤} + \frac{(ت-٢س)(أ-٢س)}{٤}\right]$

ومن هذه المعادلة $ن = ٣١٤٩٥٫٧٩٦٦٤$ كيلوجرام

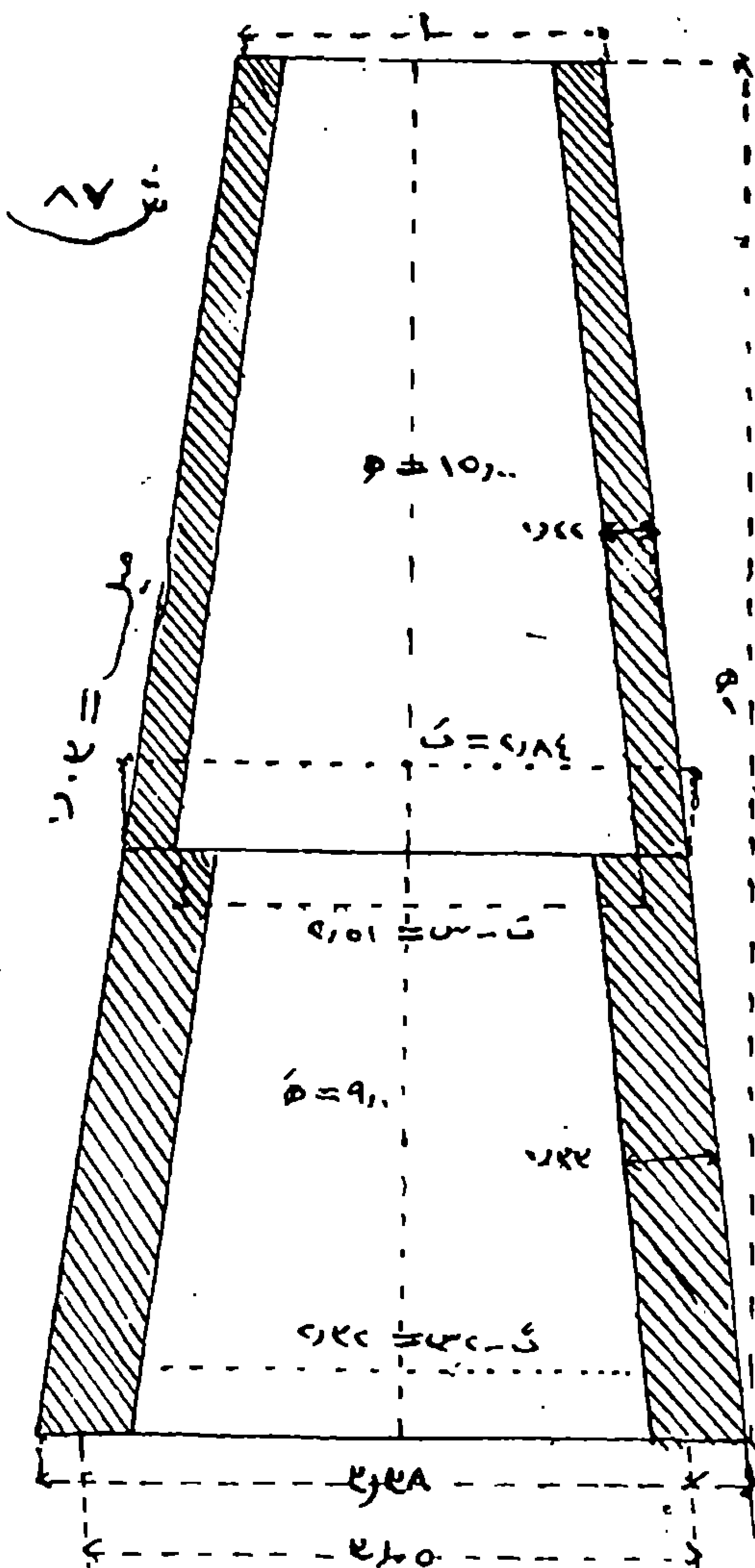
وفى هذه الثلاث معادلات الأخيرة س ومز لسمك بناء الجزء المفروض من المدخنة ويستخرج مقدار ثقل الجزء المفروض ن من المعادلة الثالثة وقد يمكن استخراج مقدار ن بتقريب كاف من المعادلة

$ن = ط \times \frac{(ت - س) + (أ - س)}{٢} \times هـ س ث = ٣١٤٩٥٫٧٩٦٦٤$ كيلوجرام

على اعتبار أن الجزء المفروض للمدخنة كاسطوانة مجوفة سمكها س وقطرها مساو للمتوسط العددى بين القطرين متوسطين العلوى والسفلى للقاعدتين المتوازيتين

وباجراء الحساب على هذا الاعتبار وملاحظة أن ثقل للمتر المكعب من البناء بالطوب يساوى ١٤٠٠ كيلوجرام أى أن ث = ١٤٠٠ كيلوجرام فانه يكون مقدار م بالنسبة للمتر المربع

هو $م = ٤٢٦٨٢١٫٩٠$ كيلوجرام



حساب الجزء الثانى - باعتبار الميل السابق عينه للسطح الخارج للمدخنة شكل ٩٧ وجعل ارتفاعه مساويا الى ٩٫٠٠ متر وسمكه مساويا الى ٠٫٣٣ متر واجراء الحساب بطريقة مشابهة لما سبق يكون

$ع = ٥٩٢٤٫٦٢$ ، $ح = ٣٫٧١٩٨٨٠$ ،

$ب = ٣٫٢٦٢٠٢٠$ ، $ن = ٢٠٥٠٢٫٦٧٨١٠$ كيلوجرام

وحيث أن $ء = \frac{ت}{٢} = \frac{٢٫٢٨}{٢} = ١٫٦٩$ فيكون

$\frac{ع ء}{ح} = ٢٦٩١٤٫٤٩$ وحيث أن

$\frac{ن}{ت} = ٥ \cdot ٢١٤٤٥٫٢$ فيكون

$م = \frac{ع ء}{ح} + \frac{ن}{ت} = ٤٨٢٥٩٫٦٤$ كيلوجرام

بالنسبة للمتر المربع

ويجرى الحساب على هذا المنوال من جزء الى آخر وحساب المقادير المتتابعة للكمية م مع الاعتناء بحساب مقدار ص الذى هو عبارة عن بعد مركز ثقل مجموع الاجزاء المعتبرة للمدخنة عن قاعدة الجزء الأخير الجارى

الجارى فيه العمل الى أن تنتهى جميع اجزاء المدخنة ويقتضى ان لايتجاوز مقدار م بالنسبة لقاعدة كل جزء جارى فيه العمل الحد النهائى المستعمل للمقاومة مع الأمن ففى المداخن المبنية بالطوب يلزم ان لايتجاوز مقدار م ستة كيلوجرام بالنسبة للسنتى متر المربع

فاذا ظهر من الحساب أن مقدار م تجاوز هذا المقدار يلزم تغيير ميل السطح الخارج للجزء الأخير من المدخنة الجارى فيه العمل واعادة الحساب بالثانى

ومتى تغير ميل السطح الخارج لجزء المدخنة فأنه يلزم حساب مقدار ص بالبحث عن مركز ثقل الشكل المكون من مجموع الأجزاء المفروضة للمدخنة

واذا لم تستعمل الطريقة المذكورة المؤسسة على استعمال قانون (٥) فأنه يمكن حساب القطاعات المتتابعة باستعمال قوانين (٢)، (٣)، (٤) وحينئذ باعتبار معاليم الجزء الأول من المدخنة فى القوانين المذكورة يحدث

ءَ = ٢٫٤٠ متر = ف - ٢س ١

ب = ١٫٦٨٧٠ ، ء = ٢٫٨١ متر = ف تقريبا

ويمكن حساب القطاعات المتتالية المنحطة عن القطاع العلوى للمدخنة بابعاد معلومة بالطريقة الآتية وهى

أن يعين مقدار الضغط الكلى الافقى للهواء على القطاع الأصلى المار بمحور المدخنة ونقطة تأثيره فى القطاع المذكور ثم يعين مقدار ثقل الجزء المعتبر من المدخنة وبعد ذلك يعين اتجاه محصلة هذا الثقل والضغط الكلى للهواء السابق ذكره ونقطة تأثيرها على القاعدة فأن كان بعد نقطة التأثير المذكورة عن نقطة الدوران مساويا لثلث طول القاعدة أو اكثر كان عدم الانقلاب محققا وزيادة وحينئذ فيتحقق من المقاومة للتفتت فى نقطة الدوران باستعمال القانون

م = ٢ق / ل (٢ - ٣ع / ل)

الذى يحسب منه مقدار م بالنسبة للمتر المربع

فاذا كان مقدار م المذكور أصغر أو مساويا لضغط الأمن بالنسبة للوحدة السطحية كان بها والا فيلزم تغيير مقدار طول القاعدة واعادة الحساب بالثانى

واما ان كان بعد نقطة تأثير المحصلة المذكورة عن نقطة الدوران أقل من ثلث طول القاعدة بأن كان قريبا من الربع فيكون عدم الانقلاب محققا ايضا ويقتضى التحقق من المقاومة للتفتت فى نقطة الدوران المذكورة باستعمال القانون

م = ٢ق / ٣ع

وأما ان كان بعد نقطة تأثير المحصلة المذكورة عن نقطة الدوران أقل من ثلث طول القاعدة بكثير فيقتضى تغيير طول القاعدة المذكورة واعادة الحساب بالثانى

وبتطبيق هذه الطريقة على حساب الجزء الأول من المدخنة السابق ذكره الذى فيه

أ = طل = ١,٩٤ متر ، ت = اب = ٢,٨٤ متر ،

هـ = ى ن = ١٥,٠٠ متر وسمك البناء فى الجزء المذكور وهو

س = ٠,٢٢ متر وضغط الهواء على المتر المربع وهو

ق = ٨٥ كيلوجرام يكون

$$ح ن = ص = \frac{هـ}{٣(أ+ت)} (ت + ٢أ) = ٧,٠٣ \text{ متر}$$

واذا رمز للضغط الكلى للهواء على القطاع الأصلى بالرمز ك شكل ٨٨ يكون

$$ك = ق × هـ \frac{أ + ت}{٢} = ٣٠٤٧,٥ \text{ كيلوجرام أو}$$

٣٠٤٧ كيلوجرام وكان ن = ٣١٤٩٦ كيلوجرام

فحينئذ يكون

ن و : ف ر :: ح ن : ح ف ومنه يحدث

$$ن و = \frac{ك × ص}{ن} = ٠,٦٨ \text{ متر}$$

شكل ٨٨

وحيث ان مقدار ن و فى هذه الحالة قريب من ربع طول القاعدة فيتحقق من المقاومة للتفتت فى نقطة الدوران بحساب مقدار م من المعادلة

$$م = \frac{٢ ن}{٣ ى}$$

التى فيها ى = و ب = ٠,٧٤ متر فيحدث

$$م = \frac{٢}{٣} × \frac{٣١٤٩٦}{٠,٧٤} = ٢٨٣٧٤,٧٧ \text{ كيلوجرام بالنسبة للمتر المربع}$$

ويفهم من ذلك ان أبعاد الجزء الأول المفروض من المدخنة موافقة للانقلاب وللتفتت وقس على هذا

ديناميكا تطبيقية

الديناميكا التطبيقية هى التطبيق العملى لعلم الديناميك

القوى الانسانية والحيوانية والقوى

المتولدة بالآلات على حسب قاعدة الشغل

وحدة الشغل ــ الشغل اللازم لرفع ثقل قدره كيلوجرام واحد الى ارتفاع متر واحد يسمى وحدة شغل ويلفظ به كيلوجرام متر فاذا أخذ رجل ثقل كيلوجرام واحد ورفعه بيده المتر واحد فقد أحدث وحدة شغل

شغل

وحينئذ واحد كيلوجرام مرفوعا الى عشرة امتار يكون عبارة عن عشرة وحدات شغل
وعشرة كيلوجرام مرفوعة الى متر واحد يكون عبارة عن عشرة وحدات شغل
وخمسة كيلوجرام مرفوعة الى مترين يكون عبارة عن عشرة وحدات شغل
واثنين كيلوجرام مرفوعة الى خمسة امتار يكون عبارة عن عشرة وحدات شغل

تمرينات

تمرين أول - س - ماهى وحدات الشغل اللازمة لرفع ١٠ كجم الى ارتفاع ٣٠ متر

ج - وحدات الشغل = ١٠ × ٣٠ = ٣٠٠

تمرين ثانى - س - ماهى وحدات الشغل اللازمة لرفع مندالة أى ماشوله وزنها ٥٠٠ كجم على مسافة خمسة امتار من الارتفاع

ج - وحدات الشغل اللازمة = ٥٠٠ × ٥ = ٢٥٠٠

تمرين ثالث - س - ماهى وحدات الشغل الناتجة عن رجل ثقله ٦٠ كجم يصعد على ارتفاع قدره ٦٠ر٦ متر

ج - وحدات الشغل = ٦٠ × ٦ = ٣٦٠ أعنى اذا وضع هذا الرجل فى مقطف اثناء نزوله فانه يحمل ٣٦٠ وحدات شغل على أى شيئ آخر متصل به

تمرين رابع - س - ماهى وحدات الشغل اللازمة لرفع ٨٠٠٠ متر مكعب ماء لارتفاع ٦٠ر٦ متر

ج - ثقل المتر المكعب من الماء = ١٠٠٠ كجم وعليه فوحدات الشغل اللازمة = ٨٠٠٠ × ١٠٠٠ × ٦٠ = ٤٨٠٠٠٠٠٠٠

تمرين خامس - س - ماهى وحدات شغل حصان فى الثانية بفرض سيره ٤ كيلومتر فى الساعة وانه يرفع ٧٠ كجم من بئر بواسطة حبل على بكرة ثابتة بصرف النظر عن الاحتكاك

ج - سير الحصان فى الثانية = $\frac{٤٠٠٠}{٦٠ \times ٦٠}$ = ١١١ر١ متر وعليه فوحدات الشغل فى الثانية يساوى ٧٠ × ١١١ر١ = ٨٠ر٧٧

شغل الحصان البخارى - المعتبر للآن أن الحصان البخارى يمكنه رفع ٧٥ كجم الى ارتفاع متر واحد فى الثانية وعلى ذلك يكون شغل الحصان البخارى مساويا ٧٥ وحدات شغل فى الثانية اى ٧٥ كيلوجرام متر فى الثانية

تمرين سادس - س - اذا كانت آلة بخارية يلزم أن ترفع ٨٠ متر مكعب ماء فى ساعة واحدة من محل أوطى عن محل الرفع بقدر ١٢٠ متر فما يكون مقدار شغلها بالخيول البخارية أى قوتها بالخيول البخارية فى الثانية

ج - ثقل الماء اللازم رفعه = ٨٠ × ١٠٠٠ = ٨٠٠٠٠ كجم ووحدات الشغل فى الساعة يساوى ٨٠٠٠٠ × ١٢٠ = ٩٦٠٠٠٠٠ ووحدات الشغل فى الثانية = $\frac{٩٦٠٠٠٠٠}{٦٠ \times ٦٠}$ = $\frac{٨٠٠٠}{٣}$ وقوة الآلة بالحصان البخارى = $\frac{٨٠٠٠}{٣} \times \frac{١}{٧٥}$ = ٥٥ر٣٥ حصان بخارى

س - ماهو مقدار الفحم الحجرى الممكن رفعه بواسطة وابور قوة ٤ خيل من بئر عمقها ١٠٠ متر فى الساعة الواحدة

س - ماهو مقدار الامتار المكعبة من الماء الممكن رفعها فى الساعة بواسطة وابور قوة ٣٦ حصان من بحر مياهه منحطة ٨ متر عن محل الرفع

س - ماهى قوة الوابور الذى يرفع ٧٠٠٠ ك م فى الساعة من فحم حجرى موجود فى بئر واطى بمقدار ١٥٠ متر عن محل الرفع بفرض $\frac{1}{5}$ شغل الوابور معدوم بالاحتكاك

تمرين سابع - س - المطلوب معرفة قوة الوابور اللازمة لاعطاء المياه لمدينة حلوان بفرض مدة الشغل ١٢ ساعة فى اليوم وعدد سكان المدينة ٤٠٠٠ نفر واللازم لكل نفر يوميا من الماء ١٥٠ر٠ متر مكعب والماء منحط عن محل الرفع ٦٠ متر

ج - الماء اللازم رفعه يوميا هو ٤٠٠٠ × ١٥٠ر٠ = ٦٠٠ متر مكعب ووزن الماء المرفوع فى الثانية بالوابور الدائر ١٢ ساعة يوميا = $\frac{٦٠٠ \times ١٠٠٠}{١٢ \times ٦٠ \times ٦٠}$ = ٨٩ر١٣ ك م

وحينئذ وحدات الشغل فى الثانية = ٨٩ر١٣ × ٦٠ = ٨٣٣ر٤ كيلوجرامومتر

وعليه فقوة الوابور = $\frac{٨٣٣}{٧٥}$ = ١١ر١١ حصان بخارى وهذا التقدير هو على حسب قاعدة الشغل العمومية بصرف النظر عن احتكاك الماء فى المواسير وغيره الموضح فى علم الايدروليك

س - ماهى قوة الوابور الذى يرفع ماء من ثلاث تسمويات انحطاطها عن محل الرفع على التناظر ٨٠، ١٥٠، ٢٨٠ متر بشرط ان يرفع فى الدقيقة من التسوية الاولى ١ متر مكعب

ومن الثانية $\frac{1}{2}$ " "

ومن الثالثة ١ " "

بفرض ان ثلث شغل الوابور معدوم بالاحتكاك

س - ماهى قوة الوابور اللازمة لادارة ٢٠ مرزبة ثقل كل منها ٧٠ ك م ترتفع وتنزل ١٠٠ مرة فى الدقيقة على مسافة ٦ر٠ متر

تمرين ثامن - س - وابور قوة ١٠ حصان يرفع ٢٠٠٠ ك م فحم حجرى من بئر عمقه ٣٠٠ متر فى الساعة ويدور ايضا مرزبة ترتفع وتنزل ٥٠ مرة فى الدقيقة على مسافة ٢٠ر٠ متر والمطلوب معرفة ثقل المرزبة المذكورة

ج - وحدات شغل الوابور فى الثانية = ١٠ × ٧٥ = ٧٥٠

ووحدات الشغل اللازمة لرفع الفحم فى الثانية = $\frac{٢٠٠٠ \times ٣٠٠}{٦٠ \times ٦٠}$ = ١٦٧ والفرق بين هذين المقدارين المساوى ٥٨٣ هو وحدات الشغل الذى يصنعه الوابور على المرزبة

ولنفرض أن س ثقل المرزبة يكون

وحدات الشغل اللازمة لرفع هذه المرزبة فى ثانية = $\frac{س \times ٢ \times ٥٠}{٦٠}$ أو $\frac{س \times ٢ \times ٥٠}{٦٠}$ = ٥٨٣ ومنه

س = ٨ر٩٤٨ ك م

س = ٨ر٣٤٩ كم وهو ثقل المرزبة

شغل الحيوانات ــ قوة الحيوانات تختلف على حسب انواع الشغل والسرعة
والجدول الآتى يبين وحدات الشغل التى نتجت من التجارب التى عملت باحد المشغالة الانكليزية فى الثانية الواحدة

رجل يرفع وزن نفسه (يصعد على سلم)	=	٩٤ر٠	وحدات شغل فى الثانية		
رجل يجر او يشد افقى	=	٧ر	”	”	”
رجل يجر او يشد رأسى	=	٣ر٥	”	”	”
رجل يدور طاره	=	٧ر٥	”	”	”
رجل يشتغل بيده ورجله كما فى المقداف	=	٩ر	”	”	”

مقدار وحدات شغل النفر الذى يشتغل ٦ ساعات فى اليوم هو كالآتى

اذا رفع اشياء بواسطة بكرة	=	٣ر٥	وحدات شغل فى الثانية		
اذا رفع اشياء بيده	=	٣ر٢٠	”	”	”
اذا رفع اشياء على ظهره ورجع فارغا	=	٢ر٥	”	”	”

مقدار وحدات شغل النفر الذى يشتغل ٨ ساعات فى اليوم كالآتى

اذا طلع اشياء من بئر عميق بواسطة ونش	=	٧ر٥	وحدات شغل فى الثانية		
اذا طلع مياه بالبريمه	=	٣ر٢٠	”	”	”
اذا طلع مياه بالجردل والحبل	=	٢ر٤٠	”	”	”

مقدار وحدات شغل النفر الذى يشتغل ١٠ ساعات فى اليوم هو كالآتى

اذا دق بحربات اليد = ١ر٦٠ وحدات شغل فى الثانية

اذا رفع اتربة بالكريك على ١ر٥ متر من الارتفاع = ١ر٠٠ وحدات شغل فى الثانية

تنبيه ــ اذا اشتغل رجل بمفرده بالبريمة لطلوع المياه ٨ ساعات مستمرة فلا يمكنه ان يعطى وحدات شغل الا المقدار السابق ايضاحه

واما اذا اشتغل فيها جملة اشخاص بالمناوبة كل منهم نصف ساعة فانها تعطى أزيد من المقدار السالف ذكره

الحصان الحقيقى يمكنه ان يعمل فى ثانية واحدة ٥٠ وحدات شغل

والبغل يمكنه ان يعمل فى ثانية واحده ٣٧ وحدات شغل

والحمار الحقيقى يمكنه ان يعمل فى ثانية واحدة ١٠ وحدات شغل

وحصان الساقية يمكنه ان يعمل فى ثانية واحدة ٤٠ وحدات شغل والعشرة الباقية تعتبر فاقدة فى الاحتكاك

تمرين تاسع ــ س ــ ما مقدار الامتار المكعبة من الطين الممكن رفعها بعشرين نفرا على مسافة ١ر٥ متر

من الارتفاع في يوم قدره ١٠ ساعات اذا كان ثقل المتر المكعب الواحد من الطين = ١٦٠٠ كجم

ج - يؤخذ من الجدول السابق ان الرجل يعمل في الثانية ١ وحدة شغل فيكون شغل ٢٠ رجلا في يوم قدره ١٠ ساعات = ١ × ١ × ٢٠ × ٦٠ × ٦٠ × ٢٠ = ٧٢٠٠٠٠ وحدات شغل

ووحدات الشغل اللازمة لرفع ١ متر مكعب طين على مسافة ١٫٥ متر من الارتفاع = ١٦٠٠ × ١٫٥ = ٢٤٠٠

وعليه فمقدار شغل العشرين رجلا من الامتار المكعبة = $\frac{٧٢٠٠٠٠}{٢٤٠٠}$ = ٣٠٠ متر مكعب طين

س - مامقدار عدد الطوب الممكن رفعه بنفر واحد في يوم مقداره ٦ ساعات على ارتفاع ١٠ متر بفرض ان ثقل المتر المكعب من الطوب ٢٠٠٠ كجم وعدد الطوب الداخل في المتر المكعب ٦٠٠

تمرين عاشر - س - مامقدار الامتار المكعبة من المياه الممكن رفعها بأحد الشغالة من بئر عمقه ٥٫٠ متر بواسطة الجردل والحبل في ٨ ساعات

ج - من الجدول السابق يرى ان وحدات شغل الرجل في الثانية من هذا النوع ٢٫٤ فيكون شغله ٨ ساعات = ٢٫٤ × ٨ × ٦٠ × ٦٠ = ٦٩١٢٠

والشغل اللازم لرفع ١٫٠٠ متر مكعب من الماء الى ارتفاع ٥٫٠ متر = ١ × ١٠٠٠ × ٥ = ٥٠٠٠

وعليه فمقدار ما يرفعه الرجل في ٨ ساعات من الامتار المكعبة = $\frac{٦٩١٢٠}{٥٠٠٠}$ ≑ ١٤٫٠٠ متر مكعب

س - ماهو مقدار الكيلوجرامات الفحم الحجري الممكن رفعها برجل واحد في ٨ ساعات من خندق عمقه ٦٫٠٠ متر بادارة طارة

تمرين حادي عشر - س - مندالة وزنها ٢٥٠ كجم وتقع على مسافة ٧ متر فما مقدار عدد مرات الدق بشغل اربعة رجال في ٨ ساعات بواسطة طارة

ج - شغل اربعة رجال في يوم قدره ٨ ساعات بحسب الجدول السابق = ٥٫٧ × ٨ × ٦٠ × ٦٠ × ٤ = ٦٥٦٦٤٠ وحدات شغل

ووحدات شغل دق المندالة في المرة الواحدة = ٢٥٠ × ٧ = ٢٤٥٠ وحدات شغل

وعلى ذلك يكون عدد مرات الدق بالمندالة في ٨ ساعات = $\frac{٦٥٦٦٤٠}{٢٤٥٠}$ = ٢٦٨ مرة

قوة شد الحيوانات تنقص مع زيادة السرعة والارتباط الكائن بين قوة الشد والسرعة موضح بالتقريب بالمعادلة الآتية

(١) ق = ١١١ - ١١٫٦ ك

بفرض أن ق = قوة الشد بالكيلوجرام ، ك = السرعة بالكيلومتر في الساعة

ومقدار ك يوافق سير الحصان متى كانت السرعة أقل من ٧ كيلومتر في الساعة

تنبيه - من المعلوم أن الخيل في جر البضاعة لا يمكنها ان تسير أزيد من ٧ كيلومتر في الساعة فاذا فرضنا في معادلة (١) ان السرعة = ٥ كيلومتر في الساعة فتكون قوة الشد ١١١ - ١١٫٦ × ٥ = ٥٣ كيلوجرام

واذا كان المسير = ٢ كيلومتر في الساعة تكون قوة الشد = ١١١ - ١١٫٦ × ٢ = ٨٨ كيلوجرام

فبالتأمل

فبالتأمل في المعادلة السابقة نجد أن أحسن شغل في اليوم للحصان هو متى كان سيره مساويا الى ٥ كيلو جرام في الساعة

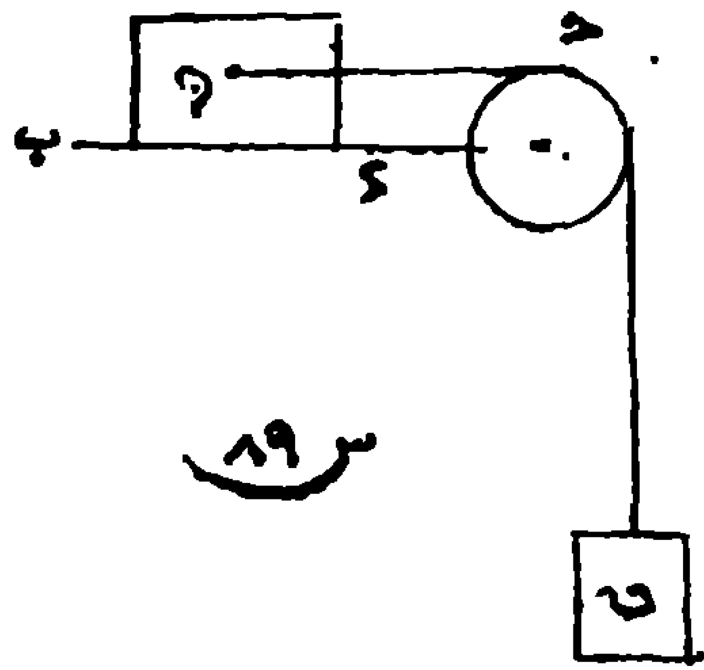
الاحتكاك :- اذا تحرك جسم ما على مستوى افقى فالقوة المعطلة لسيره تسمى بقوة الاحتكاك ولا يخفى ان هذه القوة تقدر دائما بكسر من ثقل الجسم وان الاحتكاك غير متعلق بسرعة الجسم ولا بسعة سطح التماس

ومتى سارت عربة على طريق افقى مصنوع بالمكدام وكان معامل الاحتكاك = $\frac{1}{30}$ فانه اذا شد حصان ١٥٠٠ كم على هذا الطريق فقوة الاحتكاك = $\frac{1500}{30}$ = ٥٠ كيلو جرام

وبناء على معادلة واحد نجد أن

ق = ١١١ - ٦ر١١ ×ك فاذا وضعنا بدل ق مقدارها المساوى ٥٠ كيلو جرام تكون السرعة ٥٫٥ كيلو متر في الساعة

مقدار قوة الاحتكاك بعربات السكك الحديدية محصور بين $\frac{1}{200}$ ، $\frac{1}{300}$ من ثقل الجسم المشدود والكسور $\frac{1}{30}$ في طرق المكدام ، $\frac{1}{300}$ في السكك الحديدية تسمى معامل الاحتكاك القوة المؤثرة على الطرق والسكك الحديدية وبوابات القناطر - اذا كان ء ثقل ما يشد على مستو افقى ب ى شكل ٨٩ بانتظام بواسطة ثقل آخر ق مرتبط بحبل مربوط بالثقل ء ومار على بكرة ح



ش ٨٩

فمقدار ق اللازم لتحرك الثقل ء = قوة الاحتكاك فاذا كان هذا المستوى هو سكة حديدية وء = ١٥٠٠٠٠ كم فحينئذ ق = $\frac{150000}{300}$ = ٥٠٠ كم اذا كان معامل الاحتكاك $\frac{1}{300}$

ويظهر أنه اذا تقدم الثقل ء افقيا بأى مسافة ما فالثقل ق يقطع في النزول مسافة مساوية لها فعلى ذلك تكون وحدات الشغل اللازمة لتحرك الثقل ء = الثقل ق بالكيلوجرام في المسافة بالمتر التى يقطعها الثقل ء في النزول

أعنى اذا كان ثقل ق = ٥٠٠ كم ويقطع في النزول ٤ متر فوحدات الشغل = ٥٠٠×٤ = ٢٠٠٠ وحدات شغل أو بمعنى أخرى = قوة الاحتكاك في المسافة = $\frac{150000}{300}$×٤ = ٢٠٠٠

شغل أى ماكنة يشتمل على الشغل الذى صار اجراؤه اعنى أنه يشتمل على الشغل النافع اى المفيد والغير النافع أعنى الشغل الظاهر والشغل العادم بسبب الاحتكاك

فعند تشغيل أى ماكنة يزداد شغلها عن المعتاد الى ان يحصل تساوى بين شغل الماكنة وشغل المقاومة وتنتظم حينئذ الحركة والقوة الزائدة تخزن في الطارة أو في اى محل يحتمل تخزن

مثلا في السكك الحديدية - عند ما يبتدئ الوابور في السير بالعربات فيزداد شغل الوابور عن شغل المقاومة وبسبب ذلك تزداد سرعة الوابور ويأتى بالتدريج زمن فيه شغل الوابور يساوى شغل المقاومة أو

شغل الاحتكاك وتنتظم حركة سير الوابور

وهنا يكون شغل الوابور يساوى شغل المقاومة بالضبط

س ـ ما هى القوة المفيدة لوابور لوكوموتيف سائر بحركة منتظمة على سكة حديد افقية بفرض أنه يقطع ٤٠ كيلومتر فى الساعة وان ثقل الوابور وعرباته (اى القطار جميعه) = ١٠٠٠٠٠ كجم والاحتكاك $\frac{1}{٣٠٠}$

تمرين ثانى عشر ـ س ـ ما هى السرعة بالكيلومتر فى الساعة لوابور قوة ٧٠ حصان يقل عربات ووزن الجميع ٨٠٠٠٠ كجم على سكة حديدية افقية ومعامل الاحتكاك $\frac{1}{٣٠٠}$

ج ـ س = السرعة بالكيلومتر فى الساعة

والشغل الذى يجر العربات على مسافة س كيلومتر = $\frac{٨٠٠٠٠}{٣٠٠}$ × س × ١٠٠٠ فى الساعة الواحدة

والشغل المحمول بالوابور فى الساعة = ٧٠ × ٧٥ × ٦٠ × ٦٠

وعن هذا يكون $\frac{٨٠٠٠٠}{٣٠٠}$ × س × ١٠٠٠ = ٧٠ × ٧٥ × ٦٠ × ٦٠

ومنه س = ٧٠٫٨٧٥ فى الساعة

س ـ ما هو الزمن الذى يقطع فيه وابور لوكوموتيف قوة ٦٦ حصان يقل عربات مسافة ١٦٠ كيلومتر على سكة حديد افقية بفرض أن ثقل الوابور والعربات ٢٠٠٠٠٠ كجم وان معامل الاحتكاك = $\frac{1}{٣٠٠}$

س ـ ما مقدار الشغل فى الدقيقة لحصان يقل عربة على طريق بفرض أنه يقطع ٤ كيلومتر فى الساعة

تمرين ثالث عشر ـ س ـ اذا كان الحصان الواحد يمكنه عمل ٧٥ وحدات شغل فى الثانية على طريق افقى فيه معامل الاحتكاك = $\frac{1}{٢٠}$ فما يكون ثقل البضاعة الممكن نقلها ومقدار سرعته على هذا الطريق

ج ـ من المعادلة (١) نجد أن قوة الشد = (١١١ ـ ٦٠ر١١ ك) كيلوجرام

ومسافة سير الحصان فى الثانية = $\frac{١٠٠٠ \times ك}{٦٠ \times ٦٠}$ = ٠٫٢٨ × ك

وعلى ذلك تكون قوة الحصان = (١١١ ـ ٦ر١١ × ك) × ٢٨ر٠ × ك = ٧٥ أعنى

٣١ ك ـ ٣٫٢٥ ك^{٢} = ٧٥ ومن هذه المتساوية ينتج ان

ك = ٤٫٧٥ كيلومتر فى الساعة

وقوة الحصان = ١١١ ـ ٦ر١١ ك = ١١١ ـ ٦ر١١ × ٤٫٧٥ = ٥٥٫٩ كيلوجرام

وثقل البضاعة الممكن جرها بالحصان = ٥٥٫٩ × ٢٠ = ١١١٨ كيلوجرام

س ـ ما هى سرعة الحصان عندما يجر ١٠٠٠ كجم على سكة افقية فيها معامل الاحتكاك $\frac{1}{٢٠}$

تمرين رابع عشر ـ س ـ ما هى القوة اللازمة لوابور يمكنه نشر ٦٦٠ متر مربع من لوح خشب بلوط فى يوم قدره ١٠ ساعات متى علم من التجربة ان وحدات الشغل اللازمة لنشر المتر المربع من البلوط الخام هى ٤٠٠٠ وحدات شغل

ج ـ وحدات الشغل اللازمة لنشر ٦٦٠ متر مربع من لوح البلوط = ٦٦٠ × ٤٠٠٠ = ٢٦٤٠٠٠٠ وحدات شغل فى ١٠ ساعات ومنه وحدات الشغل فى الثانية = $\frac{٢٦٤٠٠٠٠}{١٠ \times ٦٠ \times ٦٠}$ وقوة الوابور = $\frac{٢٦٤٠٠٠٠}{١٠ \times ٦٠ \times ٦٠} \times \frac{1}{٧٥}$ = ٢٠ حصان بخارى

س ـ المعلوم

س - المعلوم وابور قوته المفيدة ٢٤ حصانا وبالتجربة علم انه ينشر ١٤ متر مربع من خشب البلوط الخام فى خمس دقائق والمطلوب معرفة مقدار وحدات الشغل اللازمة لتقطيع متر مربع من البلوط

تمرين خامس عشر - س - بوابة قنطرة طولها ١٠ متر وارتفاعها ٤ متر وفرق توازن المياه عليها ٤ متر وهى من حديد والدروانذ من حديد ومعامل الاحتكاك = $\frac{١}{٢}$ (بالنسبة لاحتكاك الحديد على الحديد فى الماء) فما هى القوة اللازمة لرفع هذه البوابة بفرض أن ثقل البوابة = ١٠٠٠٠ كيلوجرام

ج - ضغط الماء = ١٠ × ٤ × $\frac{٤}{٢}$ × ١٠٠٠ = ٨٠٠٠٠ كيلوجرام وهو ضغط الماء على البوابة والقوة المطلوبة = ثقل البوابة زائد قوة الاحتكاك أعنى

١٠٠٠٠ + $\frac{٨٠٠٠٠}{٢}$ = ٥٠٠٠٠ كيلوجرام

س - اذا كانت البوابة لها درافيل ومعامل الاحتكاك $\frac{١}{٥}$ وباقى المعاليم كما فى (التمرين خمسة عشر) فما مقدار القوة اللازمة لرفع هذه البوابة

ج - القوة المطلوبة = ١٠٠٠٠ + $\frac{٨٠٠٠٠}{٥}$ = ٢٦٠٠٠ كيلوجرام

س - اذا كانت البوابة السابق ذكرها لها درافيل اختراع استونى الذى فيه معامل الاحتكاك = $\frac{١}{٨٠}$ فما هى القوة اللازمة لرفع البوابة المذكورة

ج - القوة المطلوبة = ١٠٠٠٠ + $\frac{٨٠٠٠٠}{٨٠}$ = ١١٠٠٠ كيلوجرام

س - اذا كانت البوابة السابق ذكرها لها درافيل وثقل اتزان فما هى القوة اللازمة لرفع البوابة المذكورة

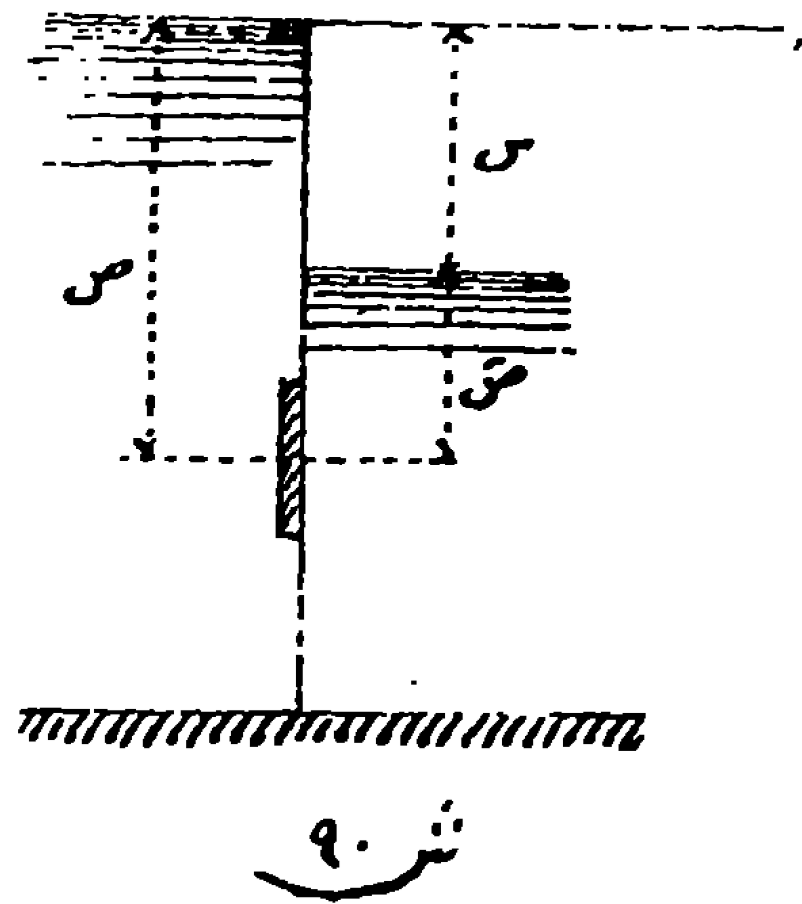
ج - حيث ان ثقل الاتزان متزن مع ثقل البوابة فتكون القوة المطلوبة = $\frac{٨٠٠٠٠}{٨٠}$ = ١٠٠٠ كيلوجرام

تمرين سادس عشر - س - ماهو اكبر مقدار فرق توازن المياه الأمامية عن الخلفية الذى فيه البوابة الموضحة بالتمرين خمسة عشر يمكن ان تنزل بثقل نفسها اذا كان معامل الاحتكاك كما فى الثلاث حالات الآتيه

(١) معامل الاحتكاك = $\frac{١}{٢}$

(٢) معامل الاحتكاك = $\frac{١}{٥}$

(٣) معامل الاحتكاك = $\frac{١}{٨٠}$



شكل ٩٠

ج - بفرض ان س شكل ٩٠ هو فرق التوازن وبما ان ثقل البوابة = ١٠٠٠٠ كيلوجرام يكون

(١) ١٠٠٠٠ = $\frac{١٠ × ٤ × ١٠٠٠ × س}{٢}$ ومنه

س = ٥٠ر٠ متر

(٢) ١٠٠٠٠ = $\frac{١٠ × ٤ × ١٠٠٠ × س}{٥}$ ومنه

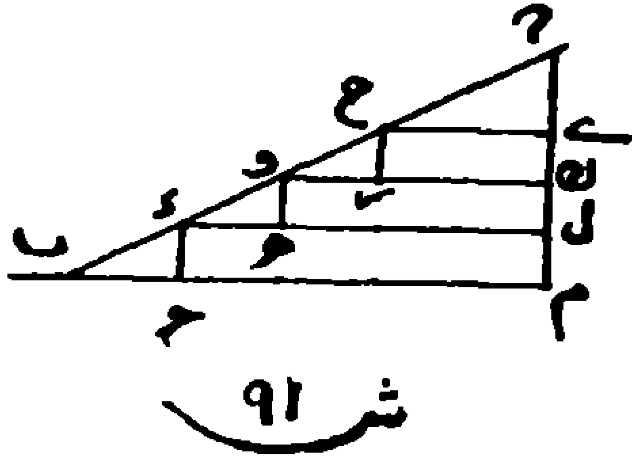
س = ٢٥ر١ متر

(٣) ١٠٠٠٠ = $\frac{١٠ × ٤ × ١٠٠٠ × س}{٨٠}$ ومنه

س = ٠٠ر٢٠ متر

المستوى المائل

وحدات شغل جر جسم على سطح مستوى مائل يساوى ثقل هذا الجسم بالكيلوجرام فى الارتفاع الرأسى للمستوى بالمتر بصرف النظر عن الاحتكاك



وصعود جسم على المستوى المائل ب ء وح د كما فى شكل ٩١ كطلوعه على درجات السلم ب ه، ه ء، ء ه، ه و، و ز، ز ح، ح ى، ى د وبالنسبة لصرف النظر عن الاحتكاك لا يكون هناك شغل للجر الأفقى بل كل الشغل هو للرفع الرأسى ووحدات الشغل اللازمة لطلوع هذا الجسم من ب الى د مثل من م الى د وهذه القاعدة مختصة بحسابات الجر على المستوى المائل

تمرين سابع عشر ـ س ـ وابور لوكوموتيف بعرباته يزن ٢٠٠٠٠٠ كيلوجرام يسير على سكة حديدية على مستوى مائل فيه ارتفاع ٥٫٠٠ متر فى كل ١٠٠٠ متر بسرعة منتظمة قدرها ٥٠ كيلومتر فى الساعة فما هى القوة المفيدة للوابور اذا كان معامل الاحتكاك = $\frac{١}{٣٠٠}$

مع ملاحظة أن ثقل الأجسام الموجودة على المستويات التى ميلها ضعيف يقرب من الافق مثل ثقلها على الافق الا أن جيب تمام الزاوية الواقعة بين العمود على المستوى المائل والرأسى يساوى تقريبا واحدا وقوة الاحتكاك فى الميول الضعيفة كهذه تعتبر دائما مثل ما فى المستوى الافقى

ج ـ المسافة التى يقطعها الوابور فى الثانية = $\frac{٥٠٠٠٠}{٦٠ \times ٦٠}$ = ١٤٫ متر

وارتفاع ميل السكة الحديدية فى مسافة ١٤٫ متر = $١٤ \times \frac{٥}{١٠٠٠}$ = ٠٫٠٧ متر

وعلى هذا يرتفع ثقل القطر فى كل ثانية ٠٫٠٧ متر ووحدات الشغل المقابلة لهذا الارتفاع فى الثانية يساوى ٢٠٠٠٠٠ × ٠٫٠٧ = ١٤٠٠٠ وحدات شغل فى الثانية وشغل الاحتكاك يساوى

$\frac{٢٠٠٠٠٠}{٣٠٠}$ × ١٤ = ٩٣٣٣٫٣ وحدات شغل فى الثانية

وعلى ذلك لجميع شغل الوابور فى الثانية = ١٤٠٠٠ + ٩٣٣٣ = ٢٣٣٣٣ وحدات شغل فى الثانية

وقوة الوابور بالحصان البخارى = $\frac{٢٣٣٣٣}{٧٥}$ = ٣١١٫١٠ حصان بخارى

تمرين ثامن عشر ـ س ـ وابور قوة ٥٠ حصان يسير صاعدا على سكة حديدية على مستو ميله ٣٫٠٠ متر فى كل ٤٠٠ متر بحركة منتظمة بسرعة ٣٠ كيلومتر فى الساعة ومعامل الاحتكاك $\frac{١}{٣٠٠}$ والمطلوب معرفة مقدار ثقل الوابور بعرباته بالكيلوجرام

ج ـ نرمز بالحرف س لثقل الوابور بعرباته بالكيلوجرام

والمسافة التى يقطعها الوابور فى الثانية = $\frac{٣٠٠٠٠}{٦٠ \times ٦٠}$ = ٨٫٣٠٠ متر

وشغل الاحتكاك فى الثانية = $\frac{س}{٣٠٠} \times \frac{٣٠٠٠٠}{٦٠ \times ٦٠}$ = ٠٫٠٢٨ س

وميل السكة الحديدية فى المتر الطولى = $\frac{٣}{٤٠٠}$

وميل السكة

وميل السكة المذكورة فى مسافة ٨٫٣ متر = ٨٫٣ × $\frac{٣}{٤٠٠}$ = ٠٫٠٦٢ متر

والشغل اللازم فى الثانية بالنسبة لهذا الارتفاع = س × ٠٫٠٦٢

وعلى ذلك يكون الشغل جميعه فى الثانية = ٠٫٠٢٨ س + ٠٫٠٦٢ س = ٠٫٠٩ س

لكن شغل الوابور فى الثانية = ٥٠ × ٧٥ = ٣٧٥٠

وعلى ذلك يكون ٠٫٠٩ × س = ٣٧٥٠ ومنه

س = ٤١٦٦٦ كيلوجرام وهو ثقل الوابور بعرباته

يستخرج السرعة
الشغل × السرعة والثانية

تمرين تاسع عشر - س - وابور بعرباته يزن ١٠٠٠٠٠ كيلوجرام يسير نازلا على سكة حديدية فى مستوى مائل ميله فى النزول $\frac{١}{٤٠٠}$ بسرعة منتظمة ١٠٠ كيلومتر فى الساعة ومعامل الاحتكاك = $\frac{١}{٣٠٠}$ والمطلوب معرفة قوة الوابور بالحصان البخارى

ج - المسافة التى يقطعها الوابور فى السير فى الثانية = $\frac{١٠٠ \times ١٠٠٠}{٦٠ \times ٦٠}$ = ٢٨ متر

وشغل الاحتكاك فى الثانية = $\frac{١٠٠٠٠٠}{٣٠٠}$ × ٢٨ = ٩٣٣٣ وحدات شغل

وارتفاع ميل المستوى فى مسافة ٢٨ متر = $\frac{٢٨}{٤٠٠}$ = ٠٫٠٧ وهو مقدار ما ينزله الوابور فى الثانيه وحينئذ فالشغل المعمول بالثقل فى الثانية = ١٠٠٠٠٠ × ٠٫٠٧ = ٧٠٠٠ وبسبب أن الثقل يساعد الوابور على النزول يكون الشغل المطلوب من الوابور = ٩٣٣٣ - ٧٠٠٠ = ٢٣٣٣ وحدات شغل

وعليه فقوة الوابور بالحصان البخارى = $\frac{٢٣٣٣}{٧٥}$ = ٣١٫١ حصان بخارى

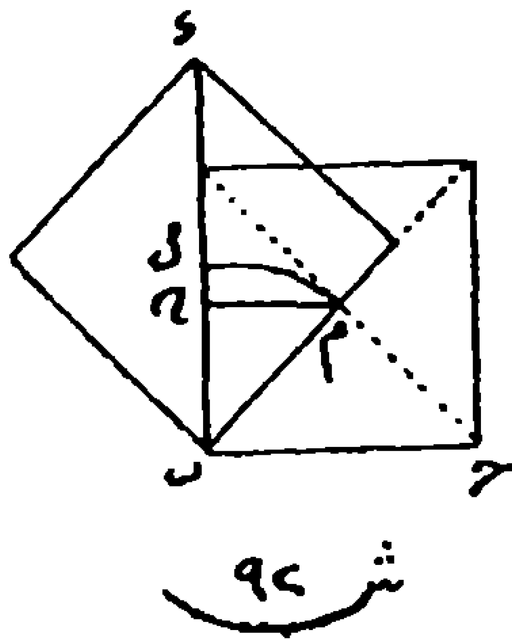
س - اذا كانت قوة حصان = ٦٠ كيلوجرام فما مقدار الثقل الذى يمكنه جره على سكة خشبية فيها معامل الاحتكاك $\frac{١}{٣٠}$ وميلها $\frac{١}{٦٠}$ فى الصعود

س - ما هى قوة الحصان اللازمة لسند وتوقيف عربية وزنها ٨٠٠ كيلوجرام حال سيرها نزولا على سكة ميلها $\frac{١}{٢٥}$ ومعامل الاحتكاك فيها $\frac{١}{٤٠}$

تعريف - الشغل اللازم لنقل أى جسم من محل الى محل آخر يقدر بحاصل ضرب ثقله فى البعد الكائن بين مركزى ثقله فى المحلين المذكورين

تمرين عشرين - س - مكعب من الجرانيت ضلعه = ٢٫٠ متر وثقل المتر المكعب من الجرانيت = ٢٦٢٠ كيلوجرام ماهو الشغل اللازم لقلبه على احد سطوحه بدورانه حول ب

ج - المسافة بين مركز ثقل المكعب المذكور م ونقطة ب شكل ٩٢ تساوى $\frac{\sqrt{٢^2+٢^2}}{٢} = \frac{\sqrt{٨}}{٢}$ = ١٫٤١٤ متر



شكل ٩٢

والشغل اللازم لرفعه حتى ينقلب على السطح الآخر بنفسه هو كرفع مركز ثقله م من ح الى ل أعنى الشغل اللازم لقلب المكعب المذكور مثل رفع ثقله لمسافة رأسية ح ل متر

ح ل = ل ب - ح ب = ب م - ح ب = ١٫٤١٤ - ١٫٠٠ متر = ٠٫٤١٤ متر

ونقل المكعب المذكور = ٢×٢×٢×٢٦٢٠ = ٢٠٩٦٠ كيلوجرام

ووحدات الشغل اللازمة لرفع المكعب مسافة ٠٫٤١٤ متر = ٢٠٩٦٠ × ٠٫٤١٤ = ٨٦٧٧٫٤٤ كيلوجرامتر

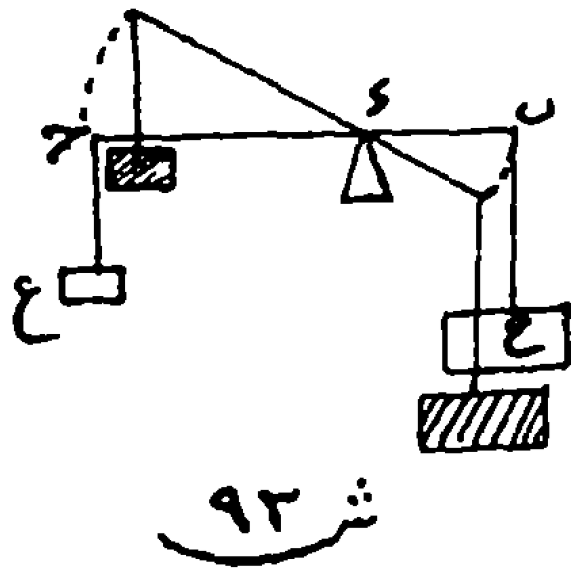
والشغل اللازم لقلب اى جسم هو مقاس ثباته

الرافعة

الالآت البسيطة يمكنها توزيع الشغل بانتظام وتغيير الاتجاه ولكن لايمكنها ان تزيد قيمة الشغل

س - اذا كان فى الرافعة كما فى شكل ٩٣ حء = ١٫٠ متر ، ء ب = ٠٫٢٠٠ متر والثقل ع = ٣ كيلوجرام

فما مقدار الثقل ح



ومعلوم أنه اذا رفع ع خمسة أمتار فان ح ينزل ٠٫٠١ لأن -

حء = ٥ امثال ء ب فعلى ذلك الشغل المعمول بالثقل ع = ٣×٥

والشغل المعمول بالثقل ح = ح×١ أو ٣×٥ = ح×١ ومنه

ح = ١٥ كيلوجرام وهذه هى قاعدة الشغل المتبعة فى الرافعة فى

رافعة صمام الامن لأى ماكنة .

ولتكن ب ج كما فى شكل ٩٤ رافعة نقطة ارتكازها ج ، ل

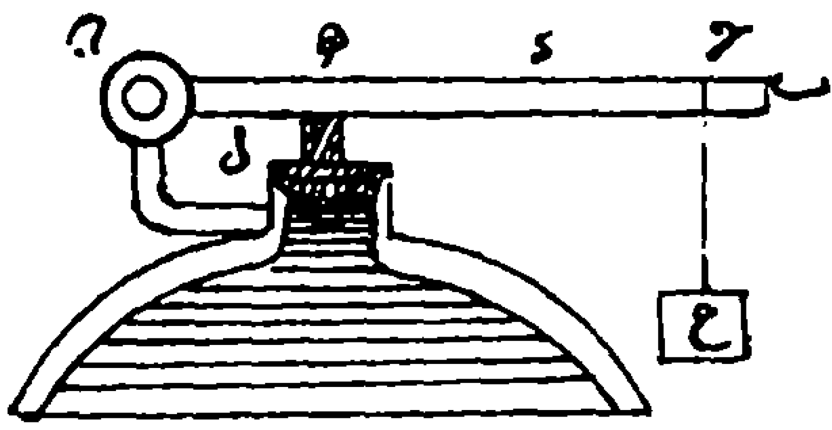
صمام الأمن والرافعة ج ب موضوعة على العمود هـ ل للصمام ل

والثقل ح يتحرك أفقيا على الرافعة والمطلوب اولا معرفة

النقطة من الرافعة التى اذا وضع فيها الثقل ح يقابل

أعظم ضغط للبخار بالأمن ثانيا معرفة مقدار الثقل ح اذا

علم طول الرافعة



تمرين واحد وعشرين - س - طول الرافعة ب ج = ٠٫٨٢ متر

والمسافة هـ ج = ٠٫٠٤ متر وثقل الصمام أو البلف مع العمود

= ٣ كيلوجرام وثقل الرافعة نفسها يساوى ٤ كيلوجرام وسطح قطاع الصمام = ٢٤ سنتيمتر مربع

فما يكون مقدار الثقل ح الذى اذا وضع فى نهاية الرافعة يكون معادلا لضغط البخار الذى قوته

٣ كيلوجرام على السنتيمتر المربع علاوة عن ضغط الجو

ج - ضغط البخار على البلف = ٣ × ٢٤ = ٧٢ كيلوجرام

والضغط الصافى على الرافعة = ٧٢ - ٣ = ٦٩ كيلوجرام

وبسبب ان ثقل الرافعة هو فى وسطها يكون

$$(ح \times ٢٨) + ٤ \times \frac{٢٨}{٢} = ٦٩ \times ٤ \quad أو$$

$$ح = \frac{٢٧٦ - ٥٦}{٢٨} = ٨ \text{ كيلوجرام}$$

تمرين اثنين وعشرين - س - اذا كان حبل ب هـ كما فى شكل ٩٥ شادا للعمود ج هـ المرتكز على الارض

ف

في نقطة ٥ وحاملا للثقل ح المعلق في نقطة ‍ـح والمطلوب معرفة مقدار شد الحبل حينما يكون

ـب ح = ١٧٫٥ متر ، ٥ب = ٤٠٫٠٠ متر ، ٥ ـه = ١٤٫٠٥ متر ، ح = ٥٠٠ كيلوجرام وثقل العمود ٥ ـه = ١٠٠ كيلوجرام

ج – نتصور أن ٥ ـه كرافعة تتحرك حول نقطة الارتكاز ٥ ونمد ٥ ء عمودا على ـب ح ، م ل خطا رأسيا من مركز ثقل العمود م وحينئذ عزم القوى الشادة للحبل يساوى عزم الثقل ح زائدا عزم ثقل العمود وبهذا السبب قوة شد الحبل مضروبة في ٥ ء = ح × ٥ ـه + ثقل العمود × ٥ ل

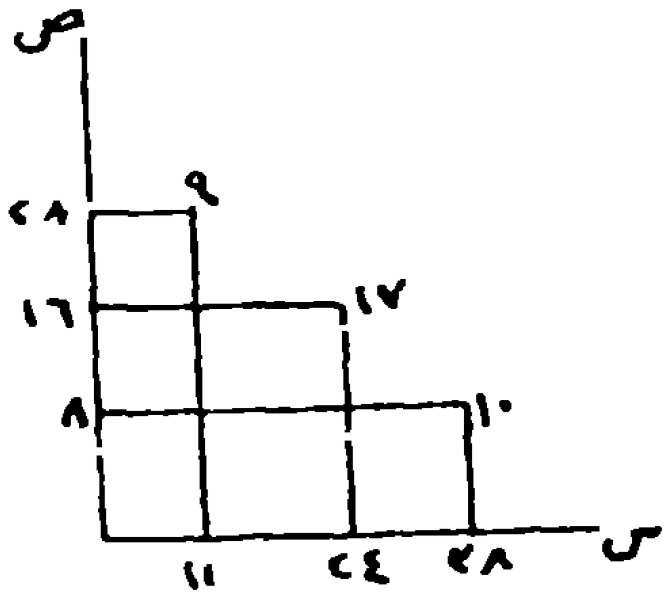
فلو عمل هذا الرسم بالعمل بالضبط لأمكن مقاس هذه الأبعاد بالبرجل أو يمكن ايجادها بطريقة حساب المثلثات فنجد أن

٥ ء = ٢٫٤٠ متر ، ٥ ـه = ١٠٫٠٠ متر ، ٥ ل = ٥٫٠٠ متر

وعلى ذلك فالشد × ٢٫٤٠ = ٥٠٠ × ١٠ + ١٠٠ × ٥ أو

الشد = $\frac{٥٥٠٠}{٢٫٤٠}$ = ٢٢٩١٫٧ كيلوجرام

تمرين ثلاثة وعشرين – س – ثقل ثلاثة اجسام يساوى على التوالى ١٠ كيلوجرام ، ١٧ كيلوجرام ، ٩ كيلوجرام كما في شكل ٩٦



ش ٩٦

وابعاد مراكز ثقلها عن محور افقى = ٨ ، ١٦ ، ٢٨ سنتيمتر

وابعاد مراكز ثقلها عن محور رأسى = ٣٨ ، ٢٤ ، ١١ سنتيمتر

فما يكون بعد مركز ثقل الثلاثة أجسام بالنسبة للمحورين

ج – نرمز بالحرف ص لبعد مركز ثقل الجميع عن المحور الافقى ، س لبعد مركز ثقل الجميع عن المحور الرأسى فعلى ذلك يكون

(١٠+١٧+٩) ص = (١٠×٢٨) + (١٧×٢٤) + (٩×١١) ومنها

ص = ٢٤٫٠٦ سنتيمتر

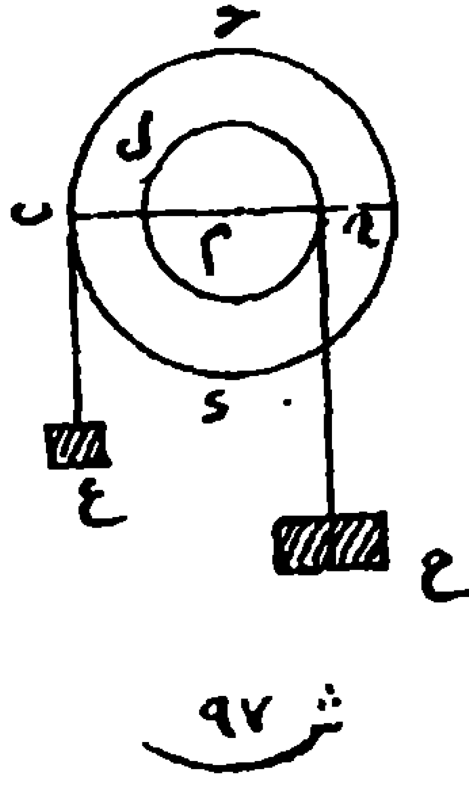
(١٠+١٧+٩) س = (١٠×٨) + (١٧×١٦) + (٩×٢٨) ومنها

س = ١٦٫٨٠ سنتيمتر

الملفاف ذى الطارة

هذه الآلة البسيطة هى من جنس الرافعة ولكن طارة كبيرة ـب ـه ومِلفاف صغير ل ٥ يدوران معا على محور م فاذا دارت الطارة الكبيرة بقوة ع فالملفاف ل ٥ شكل ٩٧ يرفع الحبل المربوط فيه الثقل ح لفا وذراع رافعة ع هو ـب م وذراع رافعة ح هو م ٥ ومتى كان هناك توازن بين القوة والثقل يكون ع × ـب م = ح × م ٥

فأذا وضع لهذه الآلة يد أى منويلة فانها تسمى ارغاط واذا كانت جملة طارات تدور كل منها على الأخرى تسمى ونش وعلى حسب قاعدة الشغل اذا دارت الطارة الكبيرة مرة واحدة يدور الملفاف مرة واحدة ومتى نزلت ع مسافة ٢ × ب م × ١٤ ر٣ فأن ح ترتفع مسافة ٢ × م ٢ × ١٤ ر٣



ش ٩٧

والشغل المعمول بواسطة ع = الشغل المعمول بواسطة ح وعليه يكون

ع × ٢ × ب م × ١٤ ر٣ = ح × ٢ × م ٢ × ١٤ ر٣

أو ع × ب م = ح × م ٢ وهو عين الموضح سابقا

تمرين اربعة وعشرين - س - طول الملاوينة = ٣٦ ر. متر ونصف قطر الملفاف = ٠٦ ر. والقوة على الطارة = ٦٠ كيلوجرام فما مقدار الثقل الممكن رفعه بصرف النظر عن الاحتكاك

ج - شغل ع فى لفة واحدة = ٦٠ × ٢ × ٣٦ ر. × ١٤ ر٣

وشغل ح فى لفة واحدة = ح × ٢ × ٠٦ ر. × ١٤ ر٣

وحينئذ يكون ٦٠ × ٢ × ٣٦ ر. × ١٤ ر٣ = ح × ٢ × ٠٦ ر. × ١٤ ر٣ أو

ح = ٣٦٠ كيلوجرام

تمرين خمسة وعشرين - س المطلوب ايجاد ح الموضحة فى التمرين السابق متى كان قطر الحبل الذى يمر على الملفاف ٠٢ ر. متر ٢ ⅛ الشغل معدوم بسبب الاحتكاك ويبوسة الحبل

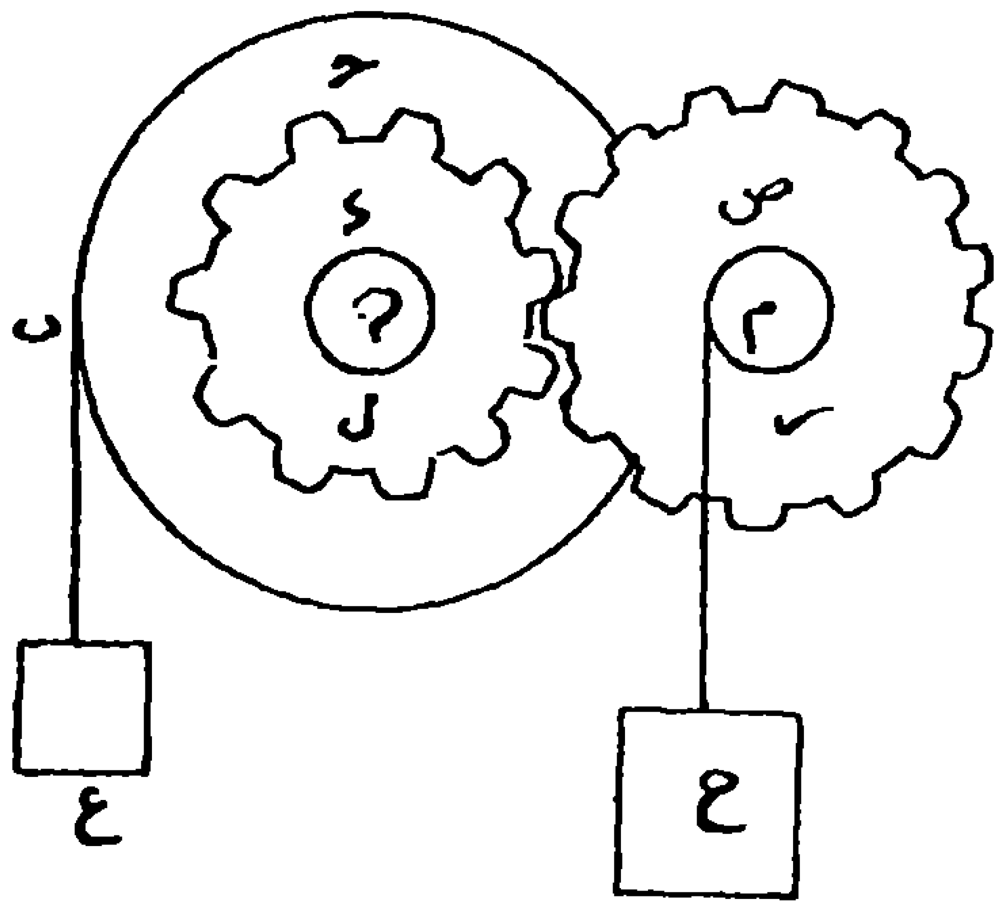
ج - بما أن الحبل يزود نصف قطر الملفاف بقدر اسنتمتر فيصير ٠٧ ر. فيكون شغل

ح = ح × ٢ × ٠٧ ر. × ١٤ ر٣

والشغل المفيد للثقل ع = $\frac{٧}{٨}$ × ٦٠ × ٣٦ ر. × ١٤ ر٣ × ٢

ومن حيث أن شغل ح = شغل ع فيكون ح = ٢٧٠ كيلوجرام

المطارات المسننة - لنفرض ان الترس ء ل شكل ٩٨ والطارة حـ يدوران معا على المحور ٢ ص ر ترس آخر يدور بالترس الأول وهو يدور مع الملفاف على المحور م والثقل ع معلق فى الطارة حـ والثقل ح معلق فى الملفاف فمتى نزل الثقل ع تدور الطارة حـ والترس ء ل من اليمين الى الشمال وكل سن من الترس ء ل يدور من اليمين الى الشمال وكل سن من الترس ص ر يدور من الشمال الى اليمين فعلى ذلك الحبل ل ح



ش ٩٨

الموجود

الموجود على الملفاف يلتف والثقل ح يرتفع

تمرين ستة وعشرين - س - لنفرض أن ع = ١٢٠ كيلوجرام وقطر الطارة حـ = ١ر٠٠ متر وعدد اسنان الترس ءل = ١١ وعدد أسنان الترس صر = ١٤ وقطر الملفاف م = ٠١٥ر٠ متر فما هو مقدار ح بصرف النظر عن الاحتكاك

ج - في كل دورة للطارة حـ تدور الاحدى عشر سنا للترس ءل وعلى ذلك اذا قسمنا عدد أسنان الترس صر على عدد اسنان الترس ءل ينتج عدد دورات الترس ءل متى دار الترس صر مرة واحدة وبفرض أن الملفاف م والترس صر يدوران معا دورة واحدة فعليه يدور الترس ءل والطارة حـ بقدر $\frac{١٤}{١١}$

والمسافة التي يطلعها ح = ٠١٥ر٠ × ١٤ر٣

والمسافة التي ينزلها ع = $\frac{١٤}{١١}$ × ١ × ١٤ر٣

والشغل المعمول بالثقل ح = ح × ٠١٥ر٠ × ١٤ر٣

والشغل المعمول بالثقل ع = ١٢٠ × $\frac{١٤}{١١}$ × ١ر٠٠ × ١٤ر٣

وبما ان شغل ح = شغل ع فعليه يكون

ح = ١٠١٨ كيلوجرام

تمرين سبعة وعشرين - اذا كان طول اليد ءب للونش الذي في الشكل (٩٨) = ٣٨ر٠ متر وعدد أسنان الترس ءل = ١٢ وعدد اسنان الترس صر = ٦٠ وقطر الملفاف م = ٠٩٥ر٠ متر وبالتجربة علم ان ١٠٠ كيلوجرام في اليد يمكنها ان ترفع ٢٥٠٠ كيلوجرام فما يكون مقدار الاحتكاك

ج - المسافة التي يطلعها ح في دورة واحدة من دوران الترس صر = ٠٩٥ر٠ × ١٤ر٣

والمسافة التي ينزلها ع في دورة واحدة من دورات الترس صر = $\frac{٦٠}{١٢}$ × ٢ × ٣٨ر٠ × ١٤ر٣

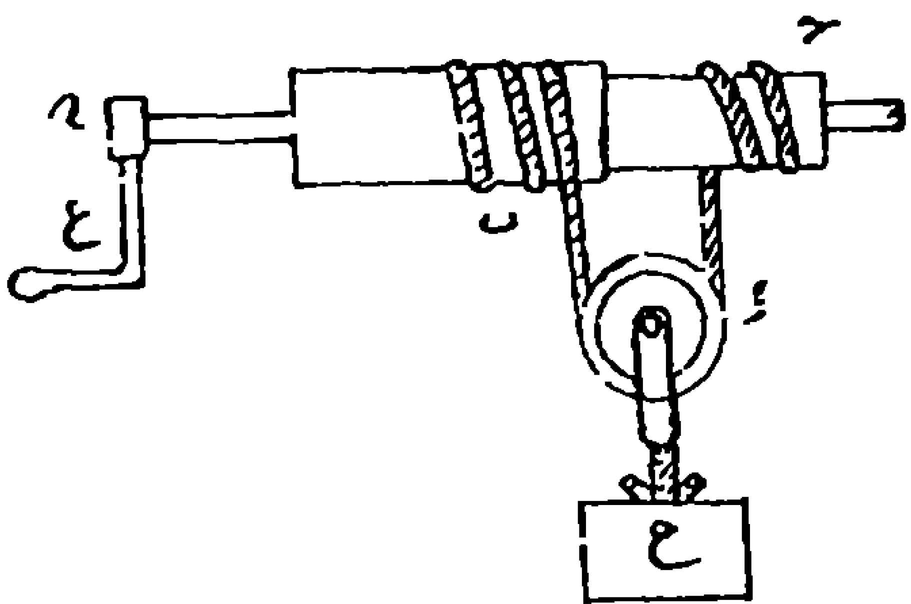
والشغل المعمول بالثقل ح = ح × ٠٩٥ر٠ × ١٤ر٣ = شغل ع = ١٠٠ × $\frac{٦٠}{١٢}$ × ٢ × ٣٨ر٠ × ١٤ر٣

ومنه ح = ٤٠٠٠ كيلوجرام

لكن الذي وجد بالتجربة هو ٢٥٠٠ فالعادم حينئذ بسبب الاحتكاك = ٤٠٠٠ - ٢٥٠٠ = ١٥٠٠

أو $\frac{١٥٠٠}{٤٠٠٠}$ = $\frac{٣}{٨}$ وهو مقدار العادم بسبب الاحتكاك

٢ الملفاف الفرقي - يوجد ارتباط على قوة الملفاف البسيط ذي الطارة لا يمكن تجاوزه بمعنى أنه يمكن تكبير القوة بازدياد قطر الطارة أو تصغير قطر الملفاف بدون ان يتجاوز الحد المعلوم وأما في الملفاف الفرقي فيمكن زيادة القوة بكثرة والآلة الموضحة في الشكل ٩٩ لها ملفاف واحد بقطرين مختلفين ب، حـ وحبل



ش ٩٩

يلف على احدهما بكيفية ويلف على الثانى بعكس الكيفية الأولى وجزء الحبل بين الاثنين يمر على بكرة متحركة ء حاملة للثقل ح والقوة ع موجودة على يد المنويلة

ومتى دارت اليد فأحد الحبلين يلف على ب والثانى يحل من ح وبسبب ذلك فمسافة طلوع ح هى متعلقة بالفرق بين قطرى الملفاف ولهذا السبب لايكون لهذه الآلة حد لأنه يمكن تزويد الفرق بين قطرى الملفاف أو تنقيصه بحسب الارادة دون احتياج لتغيير اليد

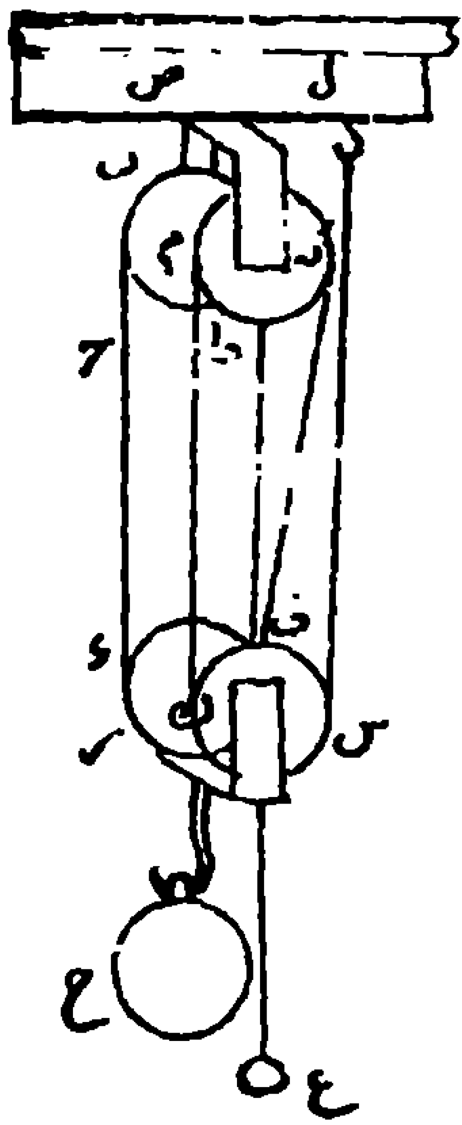
تمرين ثمانية وعشرين ـ س ـ اذا كان قطر الملفاف فى ب = ٠٫٢٥ متر وفى ح = ٠٫٢٠ متر وطول اليد = ١٫٠٠ متر و ح = ٣٠٠ كيلوجرام فما مقدار القوة ع بصرف النظر عن الاحتكاك

ج ـ متى دارت اليد ء ع مرة واحدة يرتفع الحبل فى ب مسافة مساوية لمحيط الملفاف ب والحبل فى ح ينزل بقدر محيط الملفاف ح وبذلك يقصر الحبل مسافة تساوى الفرق بين المحيطين وبما أن الحبل يلف على البكرة ح فأنها ترتفع مقدارا مساويا لنصف الفرق بين محيطى الملفاف وحينئذ يعادل شغل ح فى دورة واحدة لليد ء ع = ٣٠٠ × $\frac{٣٫١٤ \times ٠٫٢٥ - ٣٫١٤ \times ٠٫٢٠}{٢}$

ووحدات شغل ع فى دورة واحدة لليد ء ع = ع × ٢ × ١ × ٣٫١٤ وعليه يكون

ع × ٢ × ١ × ٣٫١٤ = ٣٠٠ × $\frac{٣٫١٤ \times ٠٫٠٥}{٢}$ ومنها

ع = ٣٫٨ كيلوجرام



ش ١٠٠

العيار ـ تمرين تسعة وعشرين ـ س ـ اذا كان حبل ل س م ء ف ٧ ء ح ب ط ع شكل ١٠٠ هو مربوط فى خطاف ل ويلف على البكرتين المتحركتين ء ، ر وعلى البكرتين الثابتتين ء ، ب وقوة قدرها ٢٠٠ كيلوجرام فى ع وظهر بالتجربة أن القوة المذكورة ترفع الثقل ح الذى قدره ٥٦٥ كيلوجرام فما مقدار العادم من القوة بسبب الاحتكاك ويبوسة الحبل وثقل البكرتين المتحركتين

ج ـ متى ارتفع ح بمقدار ١٫٠٠ متر فكل من الأحبال ل س ، س م ء ٧ ، ، ا ب ينقص بمقدار ١٫٠٠ متر فبسبب ذلك وبفرض عدم وجود احتكاك فالشغل المحمول بالثقل ح = ح × ١ ويلزم أن يكون مساويا لثقل ع الذى يلزم أن ينزل ٤٫٠٠ متر أعنى يساوى ٤ × ع وعلى ذلك

ع = $\frac{ح}{٤}$ = $\frac{٥٦٥}{٤}$ = ١٤١ كيلوجرام

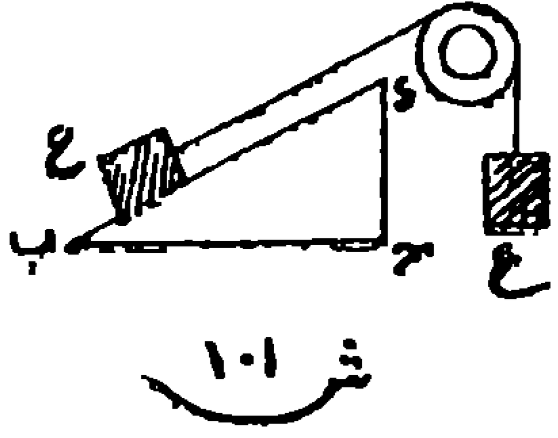
وكنا وجدنا بالتجربة أنه يلزم ٢٠٠ كيلوجرام لعمل هذا الشغل فالقوة العادمة حينئذ تساوى

٢٠٠ ـ ١٤١ = ٥٩ أو

$\frac{٣}{١٠}$ القوة الاصلية تقريبا

المستوى المائل

المستوى المائل ـ ليكن المطلوب جر الجسم ح على مستوى مائل ب ء بالقوة ع كما فى شكل ١٠١ بواسطة حبل مواز لميل المستوى بفرض عدم وجود احتكاك فحتى مر الجسم ح من ب الى ء فالقوة ح تنزل مسافة مساوية الى ب ء وعلى حسب قاعدة الشغل يكون وحدات الشغل اللازمة لطلوع ح من ب الى ء = الرأسى حـ ء × ح



ش ١٠١

والشغل اللازم عمله بالقوة ع فى النزول = ع × ب ء = ح × حـ ء أو

$$ع = \frac{حـ ء}{ب ء} \times ح$$

تمرين ثلاثين ـ س ـ طول مستوى مائل = ٢٠٠٠ متر وارتفاعه = ٤٠ متر وثقل الجسم الموضوع عليه = ٥٠٠ كيلوجرام ومعامل الاحتكاك = $\frac{١}{٣٠٠}$

فما هى القوة اللازمة لجر هذا الجسم على المستوى المائل المذكور

ج ـ بسبب ضعف الميل فأن الضغط العمودى للجسم على المستوى المائل يساوى ثقل الجسم نفسه وشغل الاحتكاك الناشئ عن جر الجسم على المستوى المائل بطول ٢٠٠٠ متر = $\frac{٥٠٠}{٣٠٠}$ × ٢٠٠٠ = ٣٣٣٣ كيلوجرام متر

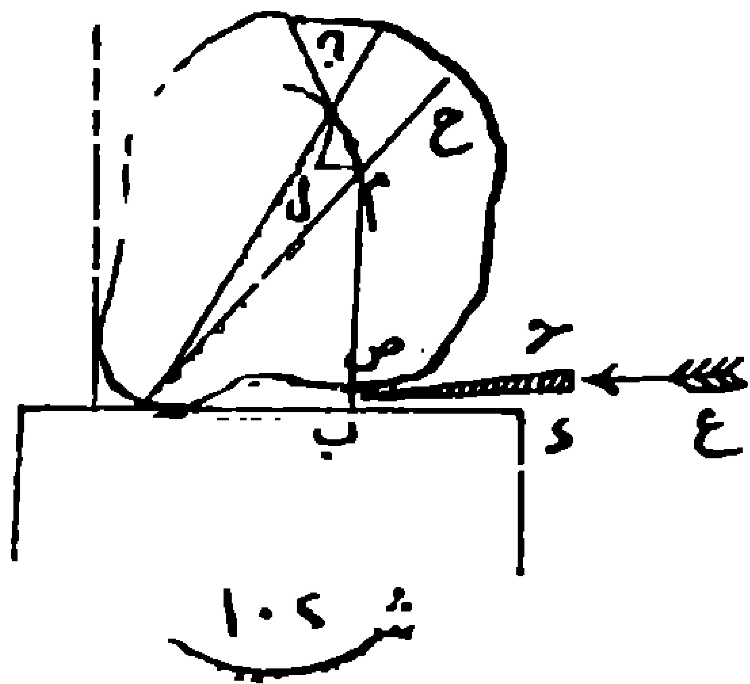
والشغل اللازم لرفع الجسم الى ارتفاع ٤٠ متر = ٥٠٠ × ٤٠ = ٢٠٠٠٠

فاذا رمز بالحرف ع للقوة بالكيلوجرام اللازمة لجر الجسم على مسافة ٢٠٠٠ متر فشغل ع = ع × ٢٠٠٠ وعلى ذلك يكون

ع × ٢٠٠٠ = ٣٣٣٣ + ٢٠٠٠٠ = ٢٣٣٣٣

أو ع = ١١٫٦٧ كيلوجرام

الخابور ـ ليكن ب حـ ء كما فى شكل ١٠٢ خابور يتحرك على مستوى افقى ب ء و ع هو ضغط افقى واقع على الوجه ء حـ للخابور فمتى ابتدأ الخابور فى الدخول بين الجسم ح والمستوى الأفقى فيبقى هذا الجسم مرتكزا على المستوى الأفقى لكن متى دخل الخابور مسافة مساوية لطوله ب ء ففى هذه الحالة ترتفع نقطة ص بمقدار ارتفاع الخابور ء حـ ومركز ثقل الجسم م يرتفع بمسافة رأسية تساوى ل ٢



ش ١٠٢

اذا كان ب ء = ٠٫٢٤ متر ، ء حـ = ٠٫٠٥ متر والضغط فى نقطة ص = ٦٠ كيلوجرام وصرف النظر عن الاحتكاك

فالشغل المعمول بالضغط ع = ع × ٠٫٢٤

والشغل المعمول فى نقطة ص = ٦٠ × ٠٫٠٥ وعليه

ع × ٠٫٢٤ = ٦٠ × ٠٫٠٥ ومنه

ع = ١٠ كيلوجرام ومن هذا الحساب يرى ان شغل الخابور هو متعلق بتخانته بالنسبة لطوله وأن أكبر قوة له تحصل من الدق عليه بالقوة والسرعة

تمرين واحد وثلاثين — س — اذا كان بسرعة ١٢ متر فى الثانية يحصل على عشرين دقة بجاكوش كبير وزنه = ١٥ كيلوجرام على الوجه ءحـ للخابور ومقدار دخوله تحت الجسم يساوى ٠٫٠٠٨ فى الاتجاه ءب / ح = ٣٠٠٠٠٠ كيلوجرام ويرتفع مركز ثقله من م الى ؟ على مسافة رأسية ل ؟ المساوية الى ١ سنتيمتر متى ارتفعت ص بمقدار ٢ سنتيمتر

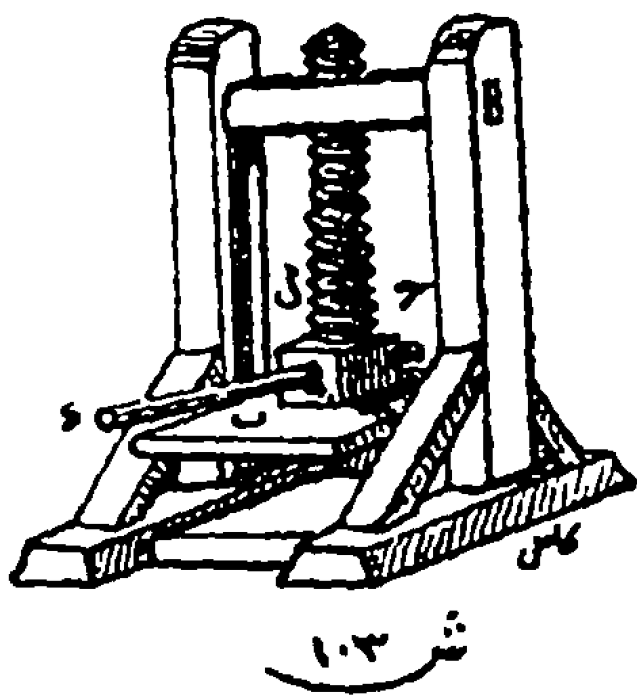
فما هو جزء القوة ع المفقود بسبب الاحتكاك اذا كان ب ء = ٨ مرات ء حـ

ج — عندما يدخل الخابور ٠٫٠٠٨ متر فنقطة ص ترتفع ١ سنتيمتر ومركز الثقل يرتفع ½ سنتيمتر وسعوى فى تمرين خمسين — أن جاكوش وزنه ١٥ كيلوجرام يعمل عشرين دقة بسرعة ١٢ متر فى الثانية وحدات شغله ٢١٩٠ وهو مقدار شغل ع وهذا الشغل يرفع مركز ثقل الجسم بقدر ½ سنتيمتر وحدات الشغل المعمولة على الجسم لرفع مركز ثقله ½ سنتيمتر = ح × ٠٫٠٠٥ = شغل ع = ٢١٩٠ ومنه

ح = ٤٣٨٠٠٠ كيلوجرام

فحينئذ يكون العادم ٣٠٠٠٠٠ — ٤٣٨٠٠٠ = ١٣٨٠٠٠ أعنى ثلاثين فى المائة وهو مقدار العادم بالاحتكاك

البريمة — فى هذه الآلة القوة المؤثرة هى على دائرة نصف قطرها اليد حـ ء شكل ١٠٣ ويسير الشغل الناتج منها يكون على خط مستقيم


ش ١٠٣

تمرين اثنين وثلاثين — اذا كان طول اليد حـ ء لبريمة بسيطة = ١٫٥ متر والخطوة ل للبريمة = ٠٫٠١ متر وكانت القوة ع المؤثرة على اليد = ١٠٠ كيلوجرام فما يكون مقدار الضغط ح للوحة البريمة ب

ج — المسافة التى تقطعها ع فى لفة واحدة = ٢ × ١٫٥ × ٣٫١٤

والمسافة التى تقطعها ح = ٠٫٠١ متر

وشغل ع فى لفة واحدة = ١٠٠ × ٢ × ١٫٥ × ٣٫١٤١٦

وشغل ح فى لفة واحدة = ح × ٠٫٠١

وبما أن شغل ح = شغل ع فيكون

ح × ٠٫٠١ = ١٠٠ × ٢ × ١٫٥ × ٣٫١٤١٦

أو ح = ٩٤٢٤٨ كيلوجرام

ويظهر من ذلك أنه يمكن تزويد قوة البريمة اما بتطويل اليد أو بتقصير الخطوة

س — طول يد بريمة بسيطة = ٠٫٢ متر والقوة المؤثرة عليها = ٤٠ كيلوجرام والضغط على لوحة البريمه = ٢٠٠٠ كيلوجرام فما مقدار الخطوة

البريمة المركبة - هذه الآلة تشتمل على بريمتين احدهما داخل الأخرى متى نزلت البريمة الكبيرة فالبريمة الصغيرة التي داخلها ترتفع وبسبب ذلك فالدورة الواحدة لليد تنزل لوحة البريمة بمقدار الفرق بين خطوتى البريمتين

تمرين ثلاثة وثلاثين - س - اذا كان طول يد بريمة مركبة = ٠٠ر١ متر والقوة المؤثرة على اليد المذكورة ٦٠ كيلوجرام وخطوة البريمة الكبيرة ٠١٥ر٠ متر وخطوة الصغيرة ٠١ر٠ متر فما هو الضغط على اللوحة

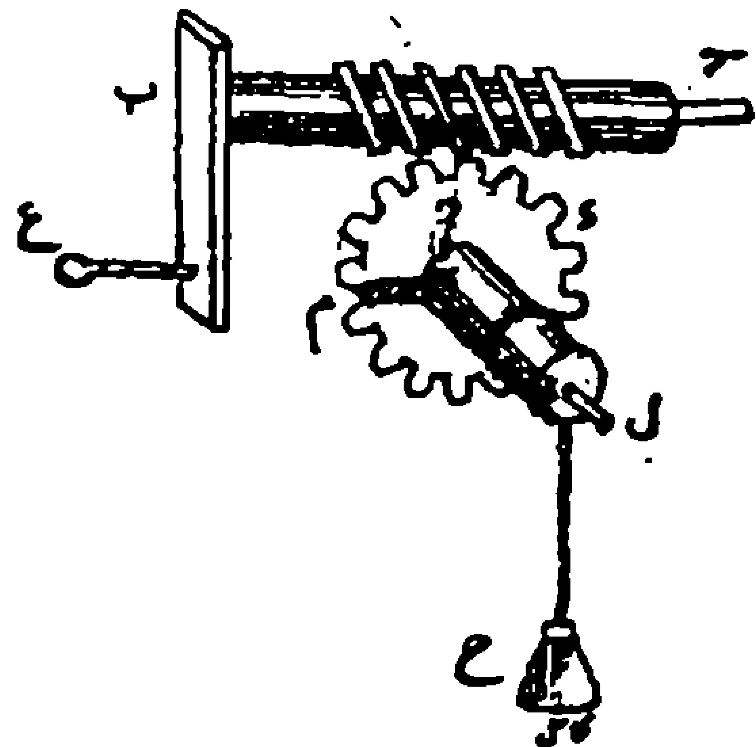
ج - فى دورة واحدة لليد البريمة الكبيرة تنزل ٠١٥ر٠ متر والصغيرة ترتفع ٠١ر٠ متر فلهذا السبب تنزل البريمة على اللوحة بمقدار ٠١٥ر٠ - ٠١ر٠ = ٠٠٥ر٠ ويكون الشغل المعمول فى لفة واحدة = ح × ٠٠٥ر٠ وشغل القوة المؤثرة على اليد فى لفة واحدة = ٦٠ × ٢ × ١ × ١٤ر٣ = ٣٧٧

وعليه فيكون ح × ٠٠٥ر٠ = ٣٧٧ ومنه

ح = ٧٥٤٠٠ كيلوجرام

البريمة الغير المنتهية

فى هذه الآلة كما فى شكل ١٠٤ خطوات البريمة هى على اسطوانة وتنقل الحركة الى ترس ءم مثبت فيه ملفاف ل ٯ ملفوف عليه حبل مربوط فيه الثقل ح وهذه الآلة تعطى حركة بطيئة للثقل ح



تمرين اربعة وثلاثين - س - طول يد سع لبريمة غير منتهية = ٠٠ر١ متر والقوة المؤثرة عليها ع = ٢٦ كيلوجرام وعدد اسنان الترس ءم = ٢٤ ونصف قطر الملفاف ل ٯ = ٠٢٥ر٠ متر فما مقدار الثقل ح الممكن رفعه بصرف النظر عن الاحتكاك

ج - الدورة الواحدة من اليد تدور خطوة فى البريمة وسن واحد من الترس ءم فعلى ذلك اذا دارت اليد ٢٤ مرة فالترس والملفاف يدوران مرة واحدة لان عدد اسنان الترس ٢٤ والشغل المعمول فى دورة من الملفاف = ح × ٢ × ٠٢٥ر٠ × ١٤ر٣

لان ح يرتفع بمقدار ٢ × ٠٢٥ر٠ × ١٤ر٣

وشغل القوة المؤثرة على اليد فى دورة واحدة للترس = ٢٦ × ٢ × ١ × ١٤ر٣ × ٢٤ وعلى ذلك يكون

ح × ٢ × ٠٢٥ر٠ × ١٤ر٣ = ٢٦ × ٢ × ١ × ١٤ر٣ × ٢٤ ومنه

ح = ٣٤٥٦ كيلوجرام

سقوط الأجسام

المسافة التى يقطعها اى جسم سائر بحركة منتظمة تساوى الزمن مضروبا فى السرعة أعنى اذا كان سير جسم فى الثانية ٠٠ر٣ متر فالمسافة التى يقطعها فى خمس ثوانى من الزمن = ٥ × ٣ = ١٥

اذا ابتدا جسم فى المسير بسرعة قدرها ٢٫٠٠ متر فى الثانية الواحدة وكانت سرعته تتزايد بالتدريج الى ان تصل فى آخر الخمس ثوانى الى ٤٫٠٠ متر فى الثانية

فالمسافة التى يقطعها الجسم فى خمسة ثوانى هى

$$٥ \times \frac{٢+٤}{٢} = ٥ \times ٣ = ١٥$$

اذا سقط جسم بدون مانع من ارتفاع قريب من سطح الارض فمقدار قوة الجذب هو ثابت وهو يزيد سرعة الجسم فى كل ثانية بكمية ثابتة علمت بالتجربة

مثلا السرعة فى انتهاء الثانية الأولى من السقوط هى ٩٫٧٩ × ١

والسرعة فى انتهاء الثانية الثانية من السقوط هى ٩٫٧٩ × ٢

والسرعة فى انتهاء الثانية الثالثة من السقوط هى ٩٫٧٩ × ٣

فاذا رمزنا بالحرف س للسرعة ، ز للزمن مقدرا بالثوانى ، ح لعجلة التثاقل يكون

س = ز × ح (٢)

والمسافة التى يقطعها الجسم فى ثانية واحدة بسبب ان يبتدئ بصفر وينتهى فى آخر الثانية الى ٩٫٧٩ هى $\frac{٩٫٧٩}{٢} \times ١$

والمسافة التى يقطعها الجسم فى أربعة ثوانى = ٤ × ٢ × ٩٫٧٩

وبسبب أن الجسم يبتدئ بصفر وينتهى بعد اربعة ثوانى الى ٤ × ٩٫٧٩

فالسرعة المتوسطة فى اربعة ثوانى = ٩٫٧٩ × ٢

لكن المسافة = ٤ × ٢ × ٩٫٧٩ = $٤ \times ٤ \times \frac{٩٫٧٩}{٢} = ٤^{٢} \times \frac{٩٫٧٩}{٢}$ أو

$$هـ = \frac{ح}{٢} ز^{٢} \quad .... \quad (٣)$$

بفرض هـ رمز للمسافة بالمتر

تمرين خمسة وثلاثين — س — ما هى سرعة الجسم الذى يسقط فى مدة خمسة ثوانى فى انتهاء الثانية الخامسة

ج — س = ٥ × ٩٫٧٩ = ٤٨٫٩٥ متر فى الثانية الأخيرة

تمرين ستة وثلاثين — س — ما مقدار الثوانى التى يحصل فيها جسم ساقط على سرعة قدرها ٥٨٫٧٤ متر فى الثانية

ج — ٥٨٫٧٤ = ز × ٩٫٧٩ أو ز = ٦ وهو المطلوب

تمرين سبعة وثلاثين — س ما هى المسافة التى يقطعها الجسم فى السقوط فى زمن قدره ٥

ج — بفرض هـ = المسافة يكون

$$هـ = \frac{ح}{٢} ز^{٢} = \frac{٩٫٧٩}{٢} \times ٥^{٢} = ١٢٢٫٣٧ \text{ متر وهو المطلوب}$$

تمرين ثمانية وثلاثين — س — اذا سقط جسم بقوة تكسبه سرعة ٣٫٠٠ متر فى الثانية فما هى المسافة

المسافة التي يقطعها الجسم المذكور في زمن قدره ٦ً بتأثير التثاقل

ج ـ من المعلوم ان الجسم يحفظ سرعته الأصلية بدون تأثير التثاقل وحينئذ فالمسافة التي يقطعها الجسم بقوة السقوط هي

$$٦ \times ٣ = ١٨$$

والمسافة التي يقطعها الجسم بتأثير التثاقل في الزمن المذكور $= \frac{٩٫٧٩}{٢} \times ٦^{٢} = ١٧٦٫٢٠$ متر

ومجموع المسافتين = ١٨ + ١٧٦٫٢٠ = ١٩٤٫٢٠ متر وهي المسافة التي يقطعها الجسم في الزمن المذكور بقوتي السقوط والتثاقل

س ـ ماهو الزمن الذي يستغرقه الجسم في السقوط من مسافة قدرها ٦٦ متر

تمرين تسعة وثلاثين ـ س ـ اذا كانت سرعة جسم ٣٠٫ متر في الثانية فما تكون المسافة التي يقطعها الجسم في السقوط للحصول على هذه السرعة

ج ـ س = ح × ز أو ٣٠ = ٩٫٧٩ × ز أو $ز = \frac{٣٠}{٩٫٧٩}$

والمسافة $هـ = \frac{ح}{٢} ز^{٢} = \frac{٩٫٧٩}{٢} \left(\frac{٣٠}{٩٫٧٩}\right)^{٢} = \frac{٤٥٠}{٩٫٧٩} = ٤٦٫$ متر

شغل التثاقل ـ يمكن جعل سرعة الجسم في الثانية ٩٫٧٩ متى كان ثقله = ١ كيلوجرام ورفع بقدر $\frac{٩٫٧٩}{٢}$ أو سقط من ارتفاع ٤٫٨٩٥

ووحدات الشغل المعمول بالجسم المذكور تكون ١ × ٤٫٩٠ = ٤٫٩٠ وحدات شغل

ملحوظة ـ مقدار ح الموضح هنا وهو ٩٫٧٩ هو مقدار العجلة في المحروسة

ولحساب وحدات شغل اي جسم متحرك يبحث عن المسافة الساقط منها الجسم المذكور بتأثير التثاقل بالمتر وتضرب في ثقل الجسم بالكيلوجرام

تمرين أربعين ـ س ـ وزن مندالة ٦٠٠ كيلوجرام وسرعتها في لحظة الدق على الخازوق ٩٫٧٩ متر في الثانية فما هي وحدات شغل المندالة

ج ـ حسب ما تقدم تكون المندالة ساقطة من ارتفاع ٤٫٩٠ متر للحصول على هذه السرعة وعلى ذلك فوحدات شغل المندالة هي ٦٠٠ × ٤٫٩٠ = ٢٩٤٠ وحدات شغل

تمرين واحد واربعين ـ س ـ ماهي وحدات الشغل لجسم ثقله ٥٠ كيلوجرام وسرعته في نهاية زمن السقوط = ٦٠ متر

ج ـ س = ح ز ومنها $ز = \frac{س}{ح}$

والمسافة $هـ = \frac{ح}{٢} ز^{٢} = \frac{ح}{٢} \left(\frac{س}{ح}\right)^{٢} = \frac{س^{٢}}{٢ح}$ أو $هـ = \frac{٦٠ \times ٦٠}{٢ \times ٩٫٧٩} = ١٨٤$ متر

وحينئذ فوحدات الشغل = ٥٠ × ١٨٤ = ٩٢٠٠

وينتج من التمرين المذكور أن

$$هـ = \frac{س^{٢}}{٢ح} \quad \ldots \ldots (٤)$$

فاذا رمز بالحرف ش لوحدات الشغل ، ح لثقل الجسم بالكيلوجرام يكون

ش = ح هـ = ح × ع٢ / ٢ء ... (٥)

تمرين اثنين واربعين – س – اذا رميت كوره وزنها ١٠ كيلوجرام بسرعة ٢٠ متر في الثانية على أرض افقية فما هي المسافة التي تقطعها الكورة الى ان تقف بنفسها إذا كان معامل الاحتكاك ١/٣

ج – وحدات شغل الكوره = ١٠ × ٢٠×٢٠ / ٩٫٧٩×٢ = ٢٠٤٫٣٠٢

واذا رمز بحرف ص للمسافة التي تقطعها الكورة الى أن تقف بنفسها فوحدات شغل الكورة على الأرض الافقية = ١٠/٣ × ص

وعلى ذلك يكون ١٠/٣ × ص = ٢٠٤٫٢ ومنها

ص = ٦١٫٠٠ متر

تمرين ثلاثة واربعين – س – ثقل وابور بعرباته ٢٠٠٠٠٠ كيلوجرام وسرعته ٥٠ كيلومتر في الساعة فما تكون المسافة التي يقطعها الوابور بعد حجز قوة البخار عنه حتى يقف من نفسه اذا كانت السكة الحديد افقية ومعامل الاحتكاك فيها = ١/٤٠٠

ج – السرعة ٥٠ كيلومتر في الساعة ففي الثانية الواحدة تكون ٥٠٠٠٠ / ٦٠×٦٠ = ١٣٫٩٠ متر في الثانية

ووحدات شغل الوابور = ٢٠٠٠٠٠ × ١٣٫٩ × ١٣٫٩ / ٩٫٧٩×٢ = ١٩٧٤٠٠٠ وحدات شغل

ووحدات شغل الاحتكاك لحد وقوف الوابور بفرض ص = المسافة بالمتر هو ٢٠٠٠٠٠ / ٤٠٠ × ص = ٥٠٠ ص

وعليه ٥٠٠ ص = ١٩٧٤٠٠٠ ومنه

ص = ٣٩٤٨ متر وهي المسافة المطلوبة

س – وابور بعرباته يزن ٦٠٠٠٠ كيلوجرام يسير بسرعة ٦٤ كيلومتر في الساعة فما هي المسافة التي يقطعها الوابور صعودا على مستو ميله ١/١٠٠ بعد منع قوة البخار عنه الى ان يقف بنفسه اذا كان معامل الاحتكاك = ١/٢٠٠

س – عربة وزنها ١٠٠٠ كيلوجرام تسير على سكة حديدية افقية بسرعة ٧٫٢٠ في الثانية الواحدة فما هي المسافة التي تقطعها العربة الى ان تكون سرعتها ٦٫٠٠ في الثانية اذا كان معامل الاحتكاك ١/٢٠٠

تمرين اربعه واربعين – س – جسمين وزن احدهما = ٧ كيلوجرام ووزن الثاني = ٤ كيلوجرام مربوطين في طرفي حبل مار على بكرة مثبتة في نقطة فما تكون المسافة التي يقطعها الجسم الأول للحصول على سرعة ١٫٠٠ متر في الثانية بصرف النظر عن الاحتكاك

ج – بسبب ان سرعة صعود الجسم الذي وزنه ٤ كيلوجرام هي كسرعة نزول الجسم الذي وزنه ٧ كيلوجرام في الزمن الذي فيه سرعة ١٫٠٠ متر في الثانية

فوحدات شغل الجسم الاكبر = ٧ × ١٢ / ٩٫٧٩ × ٢ = ٠٫٣٥٧ وحدات شغل

ووحدات شغل الجسم الاصغر = ٤ × ١٢ / ٩٫٧٩ × ٢ = ٠٫٢٠٤ وحدات شغل

ومجموع

ومجموع الشغل فى الجسمين = ١٦٥ر٠ وحدات شغل

فاذا افرض أن ص = المسافة المقطوعة بكل من الجسمين للحصول على سرعة ٠٠ر١ متر فى الثانية يكون

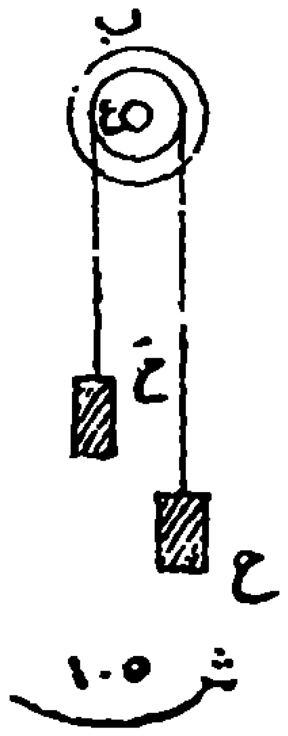
شغل التثاقل بالنسبة للجسم الاكبر = ٧ ص

وشغل التثاقل بالنسبة للجسم الأصغر = ٤ ص

ومن حيث ان اصغر الجسمين صاعد والآخر نازل فيكون شغل التثاقل = ٧ ص ـ ٤ ص = ٣ ص

أو ٣ ص = ١٦٥ر٠ ومنه ص = ١٤ر٠ وهو المطلوب

تمرين خمسة واربعين ـ س ـ جسمان ح ، حَ ثقل احدهما ح = ٥٠ر٠ كيلوجرام شكل ١٠٥



وثقل الثانى ٠٤٠ر٠ كيلوجرام مربوطين بحبل حرير رفيع جدا مارا على بكرة ب من ظهر مثبتة فى نقطة فما هو الزمن الذى فيه ح ينزل مسافة ٠٠ر٦ متر وما مقدار سرعته فى آخر الزمن المذكور اذا كان المحور ع للبكرة من نحاس ومحيطه = ٢ سنتيمتر ومحيط البكره = ٢٠ سنتيمتر

ج ـ متى قطع ح مسافة ٠٠ر٦ متر فكل نقطة من محيط المحور تقطع $6\times\frac{\text{٠٢ر٠}}{\text{٢٠ر٠}}$ = ٦٠ر٠ بفرض ان معامل احتكاك النحاس على الظهر النظيف المدهون بالزيت = ٠٤٥ر٠ وثقل الجسمين = ٥٠ر٠ + ٤٠ر٠ = ٩٠ر٠ كيلوجرام

فوحدات الشغل المفقوده بسبب الاحتكاك = ٩٠ر٠ × ٤٠ر٠ × ٠٤٥ر٠ = ٠١٦٢ر٠

وشغل التثاقل = ٦ (٥٠ر٠ ـ ٤٠ر٠) = ٦٠ر٠

فاذا طرح منه الشغل المفقود بسبب الاحتكاك الذى مقداره ٠١٦٢ر٠

فالباقى هو الشغل المفيد وهو ٠٥٨٢٨ر٠

وبفرض ان س = سرعة الجسم ح

فوحدات شغل الجسمين = $(\text{٥٠ر٠} + \text{٤٠ر٠})\frac{\text{س}^{2}}{\text{٢} \times \text{٩ر٧٩}}$ أو

$\frac{\text{س}^{2} \times \text{٩٠ر٠}}{\text{٢} \times \text{٩ر٧٩}} = \text{٠٥٨٢٨ر٠}$ ومنه

$\text{س}^{2} = \frac{\text{٩ر٧٩} \times \text{٢} \times \text{٠٥٨٢٨ر٠}}{\text{٩٠ر٠}} = \text{١٢ر٧٠}$

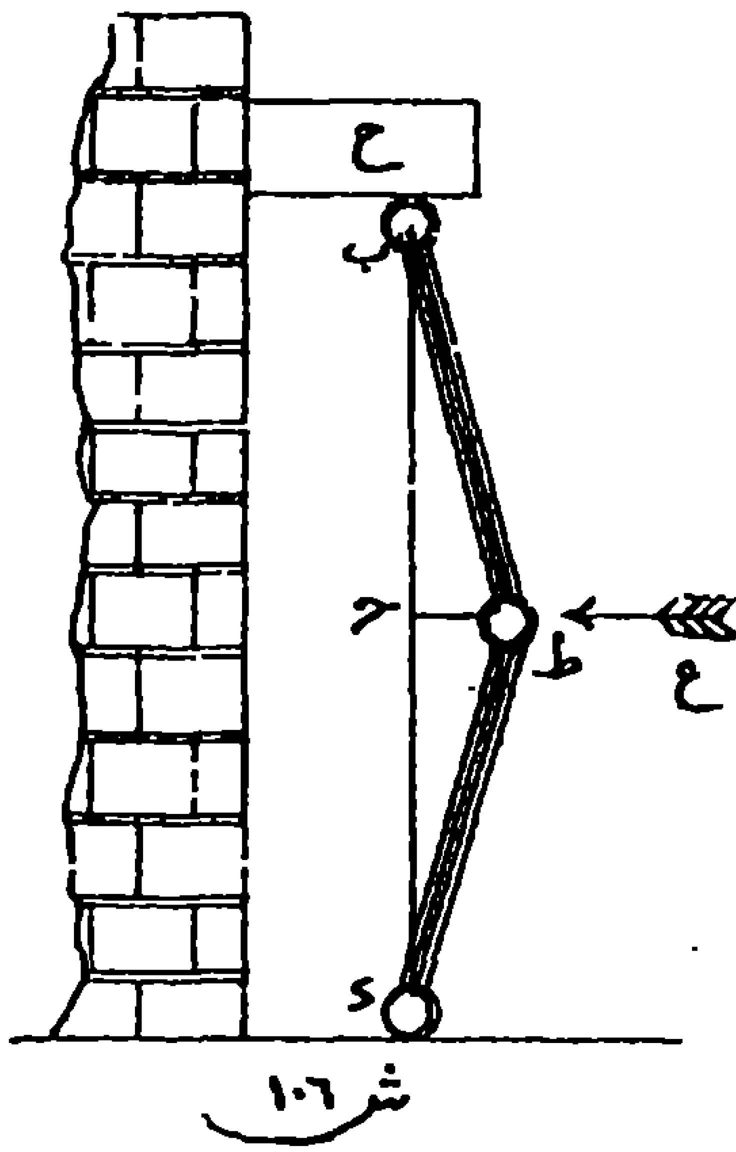
أو س = ٦ر٢ متر فى الثانية أعنى أن السرعة فى آخر الزمن = ٦٠ر٣ متر لكن من حيث أن السرعة ابتدأت من صفر وانتهت الى ٦٠ر٣ متر فيكون متوسط السرعة $\frac{\text{٣ر٦٠}}{\text{٢}}$ = ٨ر١ متر

وبما ان هـ = س × ز أعنى أن المسافة تساوى السرعة فى الزمن وعليه يكون

$\text{ز} = \frac{\text{٦}}{\text{١ر٨٠}} = \text{٣ر٣٠ ثانية}$

تمرين ستة واربعين ـ س ـ اذا كان ط ء = ط ء = ٢ سنتيمتر شكل ١٠٦ اللذان هما ذراعان معشقان فى الركبة ط الواقع عليها ضغط ٢٠ر٠ كيلوجرام فى الاتجاه ط هـ المساوى ١ سنتيمتر حتى يصيرا على خط مستقيم رأسى بفرض ان الطرف ء ثابت فما هو الثقل الممكن

رفعه بالطرف ب



ج – ب جـ = $\sqrt{٢٠^{٢}-١}$ = $\sqrt{٣٩٩}$ = ١٩٫٩٧٥ سنتيمتر

و ب ء = ٢ ب جـ = ٣٩٫٩٥ سنتيمتر

ويرتفع الثقل ح بمسافة الفرق بين ءط + ط ب ، ب ء

أعنى ٢٠ + ٢٠ ، ٣٩٫٩٥ سنتيمتر = ٠٫٠٥ سنتيمتر أعنى ٠٫٠٠٠٥ متر

وفى هذا الوقت تحرك القوة ع من ط الى جـ أعنى ١ سنتيمتر

أو ٠٫٠١ متر وشغل ع = ٢٠٠ × ٠٫٠١ = ٢

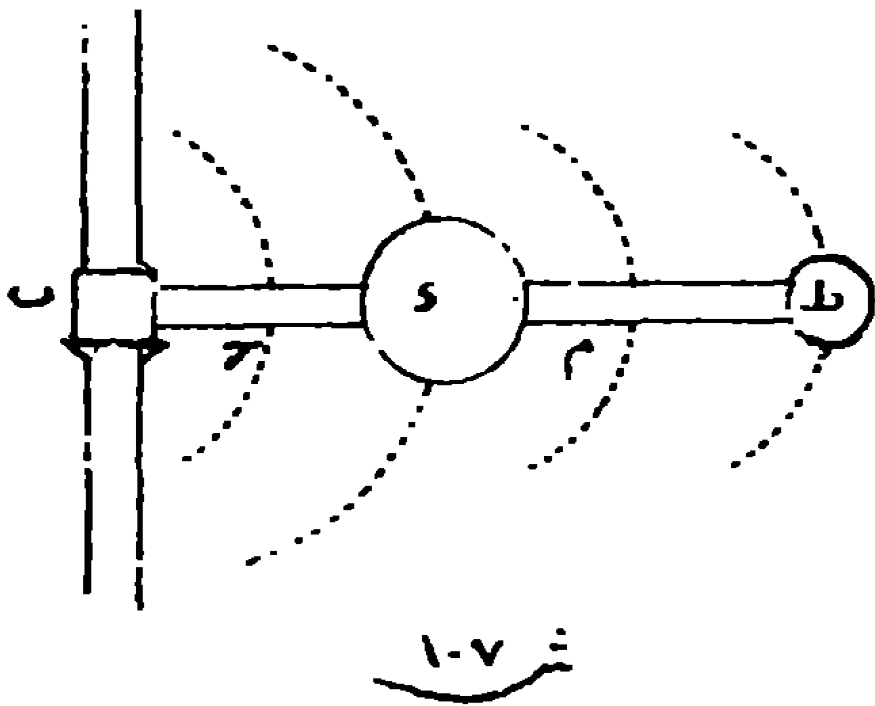
والشغل المحمول بالثقل ح = ٠٫٠٠٠٥ × ح وعلى ذلك يكون

٢ = ٠٫٠٠٠٥ × ح ومنه

ح = ٤٠٠٠ كيلوجرام

كيفية حساب وحدات الشغل بالنسبة لجسم دائر حول محور

اذا كانت ء ، ط كرتين مثبتتين فى يد ب ط كما فى شكل ١٠٧ تدور حول عمود ب وان ثقل ء = ٥٠ كيلوجرام وثقل ط = ٢٠ كيلوجرام ب ء = ٤ متر



، ب ط = ٩ متر فما هى وحدات شغل الكرتين المذكورتين عندما تكون سرعة النقط جـ المتباعدة عن محور الدوران ب بمسافة ١٠٠ متر هى ٦٫٠٠ متر فى الثانية وما هو بعد النقطة التى يعتبر تجمع مادة الجملة فيها عن محور الدوران أى نصف قطر المقصور أعنى ما هى النقطة م على اليد التى يمكن اعتبار ثقلى الكرتين مربوطين فيها بدون تغيير فى وحدات شغل بالنسبة لوضعها الأصلى

ج – سرعة ء = ٦ × $\frac{٤}{١}$ = ٢٤ متر فى الثانية وسرعة ط = ٦ $\frac{٩}{١}$ = ٥٤ متر فى الثانية

وحدات شغل ء = $\frac{٢٤^{٢} \times ٥٠}{٢ \times ٩٫٧٩}$ = ١٤٧١

وحدات شغل ط = $\frac{٥٤^{٢} \times ٢٠}{٢ \times ٩٫٧٩}$ = ٢٩٧٩

ومجموع الوحدات = ٤٤٥٠

اذا فرض ان ص = المسافة ب م أعنى المسافة من المحور ب الى النقطة م التى يعتبر تجمع مادة الجملة فيها

فوحدات الشغل = $\frac{(٥٠+٢٠)(٦ ص)^{٢}}{٢ \times ٩٫٧٩}$ = ١٢٨ ص^{٢} وعلى ذلك يكون

١٢٨ ص^{٢} = ٤٤٥٠ أو ص^{٢} = ٣٥ ومنه

ص = ٥٫٩ متر وهو المطلوب

فاذا ربطت

فاذا ربطت الكرتين معا فى نقطة م وكان س م = ٥١٩ متر فوحدات شغل الكرتين فى هذه النقطة كوحدات شغلها فى موضعها الأصلى

ويظهر من هذا التمرين أنه يلزم لايجاد مركز دوران جملة اجسام متفرقة اجراء الحساب بالتفاضل والتكامل (وهذه الحسابات موجودة فى الكتب) وللسهولة قد استعملنا هنا الحسابات فى الاشغال الاعتيادية بدون دخل للتفاضل والتكامل

المسافة بين مركز دوران سطح دائرة منتظم ومركز هذا السطح = نصف القطر × $\sqrt{\frac{1}{2}}$ وهذا المثال ينطبق على حجر الطاحون

المسافة بين مركز الدوران ومركز دائرة العجلات التى سمك محيطها رفيع جدا = نصف قطرها وفى الطارات الكبيرة للوابورات والعجلات التى محيطها سميك

وبفرض ان $ر'$ = نصف قطر المحيط الخارجى للطاره ، $ر''$ = نصف قطر المحيط الداخلى لها فالمسافة بين مركز الدوران ومركز العجلة أو الطارة = $\sqrt{\frac{ر'^2 + ر''^2}{2}}$

وفى الكرة المجسمة التى تدور حول قطرها المسافة بين مركز الدوران ومركز الكرة = نصف القطر × ٠٫٦٣

مركز دوران كرة مربوطة بحبل ودائرة على محور خارج عنها بفرض ل هى المسافة بين مركز الكرة ومحور الدوران ، ر نصف قطر الكرة فالمسافة بين مركز الدوران والمحور = $\sqrt{ل^2 + ٠٫٤ ر^2}$

اذا كان قضيب يدور على أحد طرفيه فى مستويه فالمسافة بين مركز دورانه والطرف المثبت = طول القضيب × $\sqrt{\frac{1}{3}}$

واذا كان محور القضيب فى وسطه فالمسافة بينه وبين مركز دوران القضيب = طوله فى $\sqrt{\frac{1}{12}}$

تمرين سبعه واربعين – س – اذا كان وزن طارة وابور = ٤٠٠٠ كيلوجرام والمسافة بين مركز الطارة ومركز الدوران = ٢٫٠٠ متر وقطر عمود الطارة = ٠٫٢٤ متر وعدد لفات الطارة فى الدقيقة = ٢٧ فما مقدار عدد اللفات التى تقطعها الطارة الى ان تقف بنفسها بعد منع القوة عنها اذا كان معامل الاحتكاك = $\frac{1}{5}$

ج – سرعة مركز الدوران = $\frac{٢ \times ٣٫١٤ \times ٢ \times ٢٧}{٦٠}$ = ٥٫٦٥٢ متر فى الثانية

ووحدات شغل الطارة = $\frac{٥٫٦٥٢^2 \times ٤٠٠٠}{٩٫٨١ \times ٢}$ = ١٤٦٩٠ وحدات شغل

ومحيط عمود الطارة = ٠٫٢٤ × ٣٫١٤ = ٠٫٧٥٤ متر

فاذا فرض ان ص = عدد لفات الطارة فالشغل المفقود بالاحتكاك فى ص لفات =

٠٫٧٥٤ × ص × $\frac{٤٠٠٠}{٥}$ = ٦٠٣ ص وعليه يكون

٦٠٣ ص = ١٤٦٩٠ أو

ص = ٢٤٫٣٦ لفات

تمرين ثمانيه واربعين – س – وزن طارة = ١٥٠٠ كيلوجرام والمسافة بين العمود ومركز الدوران

تساوي ٢٫٠٠ وعدد لفات الطارة في الدقيقة = ٢٧
فما مقدار عدد الدقات التي يمكن للطارة المذكورة أن تعطيها لمرزبتين وزن كل منهما ١٢٥ كيلوجرام وترتفع وتنزل على مسافة ١٫٠٠ متر بصرف النظر عن الاحتكاك

ج - سرعة مركز الدوران = $\frac{٢ \times ٢ \times ٣٫١٤ \times ٢٧}{٦٠}$ = ٨٫٤٨ متر في الثانية ووحدات شغل الطارة
= $\frac{٨٫٤٨^{٢} \times ١٥٠٠}{٩٫٧٩ \times ٢}$ = ٥٥٠٩ وحدات شغل

إذا رمز بالحرف ص لعدد مرات دق المرزبتين فوحدات شغل المرزبتين = ٢ × ١٢٥ × ١ × ص = ٢٥٠ ص وحدات شغل

وحينئذ ٢٥٠ ص = ٥٥٠٩ ومنه ص = ٢٢ مرات دق

تمرين تسعة وأربعين - س - قطر حجر طاحونة = ١٫٨ متر ووزنه = ١٧٠ كيلوجرام ومحيطه يلف بسرعة ٢٫٠٠ متر في الثانية ومحيط العمود = ٠٫٢٠ متر ومعامل الاحتكاك = $\frac{١}{٧}$ فما مقدار عدد اللفات حتى يقف الحجر بنفسه متى منعت عنه القوة

ج - المسافة بين مركز الدوران والمحيط = نصف القطر × $\sqrt{\frac{١}{٢}}$ = ٠٫٩ × $\sqrt{\frac{١}{٢}}$ = $\frac{٠٫٩٠}{\sqrt{٢}}$
ولإيجاد سرعة مركز الدوران نقول من المعلوم أنها مناسبة لسرعة دوران المحيط الذي نصف قطره = ٠٫٩٠ فإذا رمز لسرعة مركز الدوران بحرف س يحدث التناسب الآتي

٠٫٩ : ٢ :: $\frac{٠٫٩}{\sqrt{٢}}$: س ومنه

س = $\sqrt{٢}$

ووحدات شغل الحجر = $\frac{(\sqrt{٢})^{٢} \times ١٧٠}{٩٫٧٩ \times ٢}$ = ١٧٫٤ وحدات شغل

إذا كان ص عدد اللفات لحد وقوف الحجر بنفسه فالشغل المفقود بالاحتكاك في ص لفات = $\frac{١٧٠}{٧}$ × ٠٫٢٠ × ص وحدات شغل وعلى هذا يكون

$\frac{١٧٠}{٧}$ × ٠٫٢٠ × ص = ١٧٫٤ ومنه

ص = ٤ لفات وهو المطلوب

تمرين خمسين - س - ما هي وحدات شغل المرزبة المذكورة سابقا بتمرين ٤٢

ج - وزن المرزبة = ١٥ كيلوجرام وسرعتها = ١٢ متر في الثانية
فوحدات الشغل = $\frac{١٤٤ \times ١٥}{٩٫٧٩ \times ٢}$ = ١١٠٫٣ وحدات شغل في الدقة الواحدة بالمندالة ووحدات الشغل في عشرين دقة بالمندالة المذكورة = ٢٠ × ١١٠٫٣ = ٢٢٠٦٫٠ وهو عين الناتج في تمرين ٣١ السابق ذكره

دفع القوة وكمية التحرك

— معلوم بالتجربة وبالبداهة أنه إذا تصادم جسمان فالقوة تكون متعلقة بدرجة سرعة التصادم وزمن التصاق الجسمين ببعض

مثلا جاكوش يضرب كورة من صلب فزمن الالتصاق هو قليل والجسم يقطع مسافة بعيدة وإذا

ضرب

ضرب هذا الجاكوش كورة من صوف فزمن الالتصاق يكون اكبر والجسم يقطع مسافة قليلة

اذا كان قوتين ع ، عَ يؤثران بالدق على جسم بالمتعاقب ويكسبان الجسم سرعتين س ، سَ في الزمن ز يكون

ع : عَ :: س : سَ ..... (٦)

ويكفي لحل هذا التناسب ان نعلم احدى القوتين مع سرعتها

وبسبب معلومية قوانين سقوط الاجسام يمكن ايجاد القوة الأخرى وسرعتها اذا كانت سَ هي سرعة التثاقل في الزمن ز يكون

سَ = ز ج من قانون (٢)

فاذا وضعنا في (٦) الوزن ح للجسم بدلا عن القوة عَ ، ز ج بدلا عن سَ يكون

ع : ح :: س : ز ج

ومنه   ع = ح × س / ز ج = ح / ج × س / ز ... (٧)

وبسبب ان التثاقل متغير وان ح / ج التي هي بجسم الجسم هي كمية ثابتة في جميع الجهات فلو رمزنا لهذه النسبة بالحرف ك ووضع بدلها في قانون (٧) يكون

ع = ك × س / ز   (٨)   أو

ع × ز = ك × س   (٨)

ويظهر من هذا أنه اذا نقص مقدار ز بالتدريج فمقدار ع يكبر بكثير

تمرين واحد وخمسين — س — ما هي كمية التحرك المعطية من بارود سرعته في الثانية ٥٠٠ متر لجلة مدفع وزنها ١٥ كيلوجرام

ج — من قانون (٨)   ع ز = ك س

ك = ح / ج = ١٥ / ٩٫٧٩ = ١٫٥٢   فبهذا السبب يكون

ع ز = ١٫٥٢٦ × ٥٠٠ = ٧٦٥ كيلوجرام

ثم نجعل ز على التوالي مساويا ١ ، ٠٫٥ ، ٠٫١ ، ٠٫٠١

فمقدار ع = ٧٦٥ ، ١٥٢٠ ، ٧٦٥٠ ، ٧٦٥٠٠ كيلوجرام

أعني كلما قصر الزمن كبرت القوة أي أن القوة في المبدأ تكون كبيرة جدا وتنقص بالتدريج كلما زاد الزمن

تمرين اثنين وخمسين — س — اذا كان حصانان يبتدئان بشد عربة وزنها ٣٩٢٢ كيلوجرام بسرعة ١٠ كيلومتر في الساعة فما هي القوة المطلوبة من الخيل لاجل ان تبتدئ بالشد في زمن قدره ثانيتين

ج —   ك = ح / ج = ٣٩٢٢ / ٩٫٧٩ = ٤٠٢ كيلوجرام

، ١٠ كيلومتر في الساعة = ٢٫٨٠ متر في الثانية

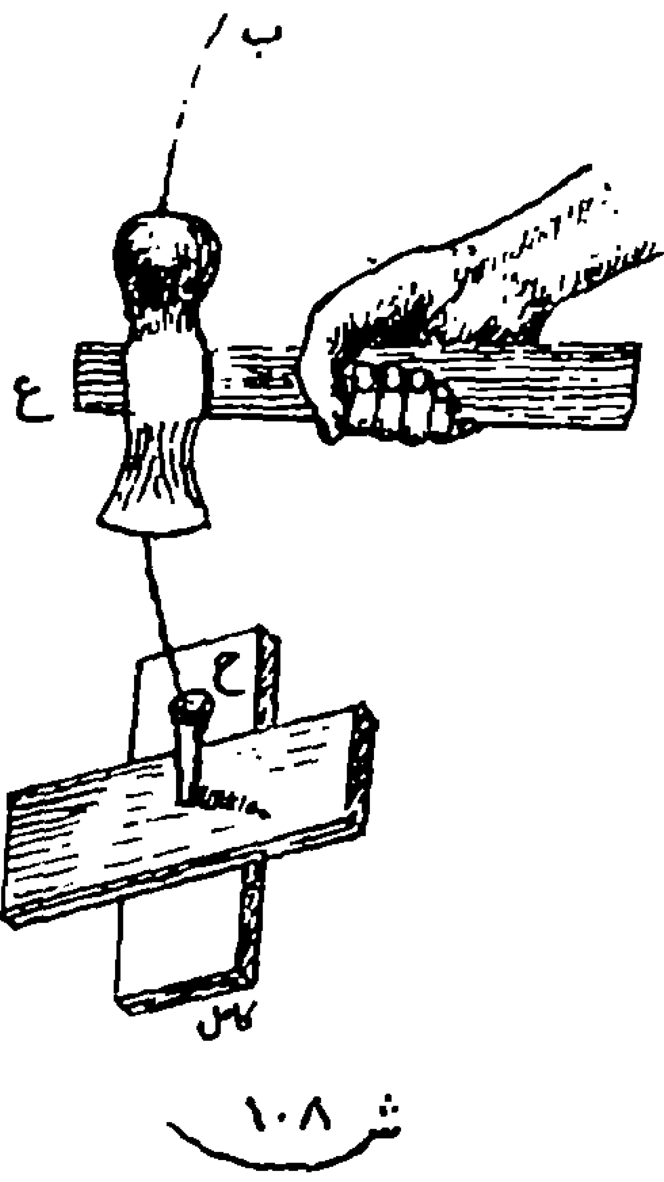
ومن قانون (٨) نجد ان ع = ك × س²/٢ = ٤٠٢ × (٢٫٨)²/٢ = ٥٤٧ كيلوجرام وهذا بصرف النظر عن احتكاك العجل على الأرض وبما أن معامل الاحتكاك فى السكة المعمولة بالمكدام = ١/٢٠ فيكون مقدار الاحتكاك ٢٩٤٢/٢٠ = ١٤٧٫١

وعلى ذلك القوة المطلوبة من الحصانين لهذا العمل = ٥٤٧ + ١٤٧ = ٦٩٤

ولكل حصان ٣٤٧ كيلوجرام

ويظهر من هذا أنه لاجل اعطاء السرعة المطلوبة فى الثانيتين الأول من زمن الشد يلزم من كل حصان قوة قدرها ٣٤٧ كيلوجرام وهذه القوة = ١٨ مرة القوة المقدرة للحصان كما فى قانون (١) وهذا هو السبب فى حصول الخسائر التى تقع فى مبدأ سير العربات باتلاف الطقم أو ضرر الخيل خصوصا اذا جبرها السائق ان تسير بسرعة من مبدأ الأمر

تمرين ثلاثة وخمسين — س — چاكوش ع وزنه ٥ كيلوجرام وسرعته ٣ متر فى الثانية يدق على مسمار ح شكل ١٠٨ والدقة الواحدة تنزل المسمار فى الخشب بقدر ١/٢ سنتيمتر فما هى قوة الدق



ج — بسبب ان المسمار ينزل ١/٢ سنتيمتر فى المدة التى فيها الچاكوش يقطع ٣ متر يحدث

٣ متر : ١ :: ١/٢ سنتيمتر : ١/٦٠٠

فبهذا السبب الزمن اللازم لنزول المسمار لا يمكن ان يكون أقل من ١/٦٠٠

وبحسب ما تقدم ك = ح/ج = ٥/٩٫٧٩ = ٠٫٥١

ومن قانون (٨) ع = ك × س/ز = ٠٫٥١ × ٣/(١/٦٠٠) = ٩١٨ كيلوجرام

يظهر من ذلك ان القوة فى كل دقة هى مناسبة لزمن الالتصاق كما قلنا سابقا

تمرين اربعة وخمسين — س — ماهو عدد الانفار اللازمة لتشغيل طلمبة حريق اذا كان مقدار شغل النفر الواحد من وحدات الشغل = ٥٫٦٠ وكان فم الخرطوم = ٤ سنتيمتر مربع وتصرف المياه نصف متر مكعب فى الدقيقة

ج — التصرف فى الثانية = ٠٫٥/٦٠ متر مكعب

والسرعة فى الثانية = ٠٫٥/٦٠ × ١/٠٫٠٠٠٤ = ٢٠٫٨ متر فى الثانية

ووزن الماء فى الثانية = ٠٫٥/٦٠ × ١٠٠٠ = ٥٠/٦ كيلوجرام

ووحدات الشغل فى الثانية = ٥٠/٦ × (٢٠٫٨)²/(٩٫٧٩ × ٢) = ١٨٤٫٨

وعدد الانفار اللازمة = ١٨٤٫٨/٥٫٦ = ٣٣ نفرا

تمرين خمسة وخمسين — س — مندالة وزنها ٥٠٠ كيلوجرام تنزل من ارتفاع ٨ متر على رأس خازوق

خازوق وهو ينزل فى الارض ١٠ سنتيمتر فى الدقة الواحدة فما تكون القوة على رأس الخازوق

ج - اذا كان س = سرعة المندالة فى وقت الدق يكون

$$\frac{س^٢}{٢ \times ٩٫٧٩} = ٨ \text{ متر} \quad \text{أو} \quad س^٢ = ١٥٦٫٦٤$$

أو س = ١٢٫٥٠ متر فى الثانيه

وبسبب ان سرعة المندالة هى ١٢٫٥٠ فى الثانيه والمسافة التى ينزل بها الخازوق فى الدقة الواحدة = ١٠ سنتيمتر فالزمن الذى يقطعه الخازوق لنزول هذه المسافة لا يمكن ان يكون أقل من $\frac{٠٫١٠}{١٢٫٥} = \frac{١}{١٢٥}$

والجسم ك = $\frac{٥٠٠٠}{٩٫٧٩}$ = ٥١٠٫

ومن قانون (٨) نجد ع = ك × $\frac{س}{ز}$ = ٥١٠٫ × $\frac{١٢٫٥}{\frac{١}{١٢٥}}$ = ٥١٠٫ × ١٢٫٥ × ١٢٥ = ٧٩٦٨٧٫٥ كيلوجرام

تمرين ستة وخمسين - س - عربة تزن ٥٠٠٠ كيلوجرام تنزل على مستوى مائل طوله ١٢٠٠ متر وارتفاعه ١٧٠ متر فما مقدار سرعة نزول العربة عليه فى نهاية المستوى اذا كان معامل الاحتكاك = $\frac{١}{٢٥٠}$

ج - شغل التثاقل = ٥٠٠٠ × ١٧٠ = ٨٥٠٠٠٠ وحدات شغل

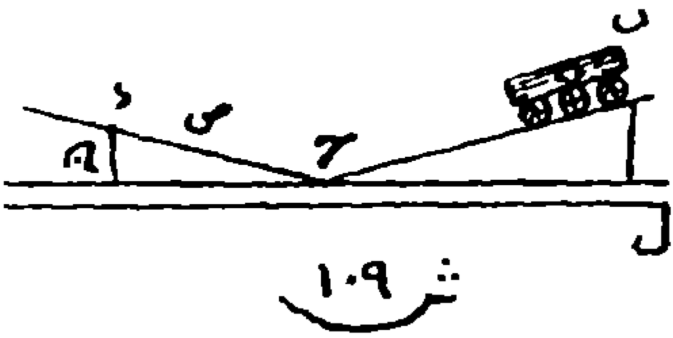
وشغل الاحتكاك = $\frac{٥٠٠٠}{٢٥٠}$ × ١٢٠٠ = ٢٤٠٠٠ وحدات شغل

ووحدات شغل العربة فى نهاية المستوى المائل = ٨٥٠٠٠٠ - ٢٤٠٠٠ = ٨٢٦٠٠٠ فاذا فرضنا أن س = السرعة يكون ٥٠٠٠ × $\frac{س^٢}{٢ \times ٩٫٧٩}$ = ٨٢٦٠٠٠ أو

س^٢ = ٣٢٥٠ ومنه

س = ٥٧ متر فى الثانيه وهو المطلوب {السرعة هنا هى سرعة العربة فى نهاية النزول}

تمرين سبعه وخمسين - س - عربات وزنها ٢٠٠٠٠ كيلوجرام تنزل على مستوى مائل م ح شكل ١٠٩ طوله ١٢٠ متر وارتفاع الميل م ل = ٢٠٫٠٠ متر ثم تطلع العربات



بنفسها على مستوى مائل آخر ح ء ميله $\frac{١}{٢٥}$ فما هى المسافة التى تقطعها العربات على الميل ح ء صعودا بقوتها بعد نزولها من المستوى الأول لحد وقوفها عليه قبل رجوعها ثانى مرة وما هى سرعة العربات حين رجوعها الى ح اذا كان معامل الاحتكاك = $\frac{١}{٢٥٠}$

ج - وحدات شغل العربات فى نزولها من م الى ح = وحدات شغل قوة التثاقل ناقص وحدات شغل الاحتكاك = ٢٠٠٠٠ × ٢٠ - $\frac{٢٠٠٠٠}{٢٥٠}$ × ١٢٠ = ٤٠٠٠٠٠ - ٩٦٠٠ = ٣٩٠٤٠٠ وحدات شغل

اذا فرض ص = ح ء = المسافة التى تقطعها العربات على المستوى الصاعد فالارتفاع ء ج = $\frac{ص}{٢٥}$ وفى صعود العربات التثاقل والاحتكاك يكونان معا مضادين للقوة

فحينئذ القوة المضادة = ٢٠٠٠٠ × $\frac{ص}{٢٥}$ + $\frac{٢٠٠٠٠}{٢٥٠}$ × ص وهذا = وحدات شغل العربات أعنى = ٣٩٠٤٠٠ أعنى ان ٨٨٠ ص = ٣٩٠٤٠٠ ومنه ص = ٤٤٣٫٦ متر $\frac{ص}{٢٥}$ = ١٧٫٧ متر

وحينئذ تنزل العربات مرة ثانية لحد ح فوحدات شغل العربات لرجوعها الى ح = وحدات شغل الجذب ناقصا وحدات شغل الاحتكاك = ٢٠٠٠٠ × ١ر٥ - $\frac{٢٠٠٠٠}{٢٠٠}$ × ٢٠ = ٢٨٠٠٠

واذا كان صَ = السرعة حالة رجوع العربات بالثانى الى ح يكون $\frac{٢٠٠٠٠ صَ^٢}{٢ × ٩ر٧٩}$ = ٢٨٠٠٠

أو صَ^٢ = ٢٧ر٤١ ومنه

صَ = ٥ر٢٠ متر فى الثانية

تمرين ثمانية وخمسين - س - وزن طارة وابور = ١٠٠٠ كيلوجرام ومركز دورانها يرسم دائرة محيطها ١٠ متر ومحيط عمود الطارة = ٣٠ر٠ متر ويلف ٣٠ مرة فى الدقيقة وبعد انقطاع البخار الطارة تلف ٤٨ لفة لحد وقوفها بنفسها فما هو مقدار معامل الاحتكاك

ج- نفرض أن س = سرعة مركز الدوران = $\frac{٣٠ × ١٠}{٦٠}$ = ٥ر٠٠ متر فى الثانية وحينئذ

وحدات شغل الطارة = $\frac{١٠٠٠ × ٥^٢}{٢ × ٩ر٧٩}$ = ١٢٧٧ وحدات شغل

ومحيط العمود = ٣٠ر٠

وطول مسافة التماس فى ٤٨ لفة للعمود = ٤٨ × ٣٠ر٠ = ١٤ر٤٠ متر

فاذا جعل ف معامل الاحتكاك فيكون ف × ١٠٠٠ × ١٤ر٤٠ = وحدات شغل القوة المضادة وهى تساوى وحدات شغل الطارة نفسها وعلى ذلك يكون

ف × ١٠٠٠ × ١٤ر٤٠ = ١٢٧٧ ومنه

ف = $\frac{١٢٧٧}{١٤٤٠٠}$ = $\frac{١}{١١}$ تقريبا وهو معامل الاحتكاك

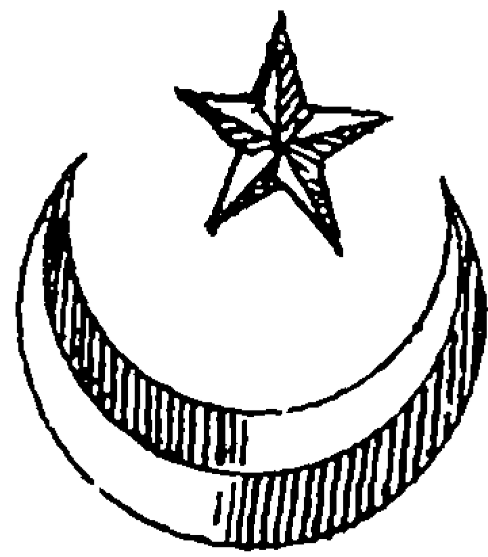


والى هنا تم بعون الله طبع الجزء الثانى من دروس مقاومة المواد الجارى تدريسه لتلامذة السنة الثالثة من مدرسة المهندسخانة الخديوية

وعلى الله حسن التوكل والختام







دروس الديناميك

الجارى تدريسها لتلامذة السنة الثانية من مدرسة المهندسخانه الخديويه
بمعرفة
حضرة أحمد بك ذهنى
ناظر المدرسة

Moh. Osman
2me Année
Polytechnique

على حسب الجداول التفصيلية للعلوم الجارى تدريسها بمدرسة المهندسخانه الخديوية الصادر عليها قرار نظارة المعارف العمومية فى ٣٠ اغسطس سنة ١٨٩٤ المجعولة ذيلا لقانون المدرسة المذكورة المصدق عليه من مجلس النظار فى ٨ يونية سنة ١٨٩٢

﴿ طبع ﴾
﴿ فى مدرسة المهندسخانه الخديوية بسراى درب الجماميز سنة ١٨٩٦ افرنكيه ﴾



بسم الله الرحمن الرحيم

في السينماتيك

الحركات المختلفة

تعاريف

السينماتيك هو دراسة الحركات بقطع النظر عن القوى التي تحدثها ويعتبر فيه الطريق الذي يتبعه المتحرك والمسافة التي يقطعها والزمن المستعمل لقطعها ويعتبر في هذا العلم الثانية وحدة للزمن

خط السير – يسمى خط السير الخط المرسوم بنقطة مادية متحركة

والحركة تكون مستقيمة اذا كان خط السير مستقيما ومنحنية اذا كان خط السير منحنيا ودائرية اذا كان خط السير محيط دائرة

ولأجل ان تكون حركة متحرك معينة يقتضي أولا معرفة خط السير وثانيا معرفة وضع المتحرك في كل لحظة على خط سيره

قانون الحركة – قانون الحركة هو الارتباط الواقع بين المسافة والزمن

وايضاح هذا القانون بالطريقة الجبرية عبارة عن معادلة الحركة وايضاحه بخط عبارة عن بيانه بالطريقة الرسمية

نقطة الأصل – تسمى نقطة أصل المسافات النقطة من خط السير التي يبتدأ منها بحساب المسافات الناتجة من قانون الحركة

ومبدأ الازمان هو اللحظة التي تبتدئ منها الازمان المعتبرة

مثال معادلة الحركة – لنفرض ان قانون حركة متحرك معين بالمعادلة

$$\text{م} = ٥\,\text{ز} - ٢\,\text{ز}^{٢}$$

وان خط السير هو ام (شكل ١) ونقطة و منه هي نقطة أصل المسافات فحينئذ للحصول على وضع المتحرك في نهاية

فى نهاية ثانية مثلا يجعل فى المعادلة السابقة ز = ١ فيحدث

ه = ٣

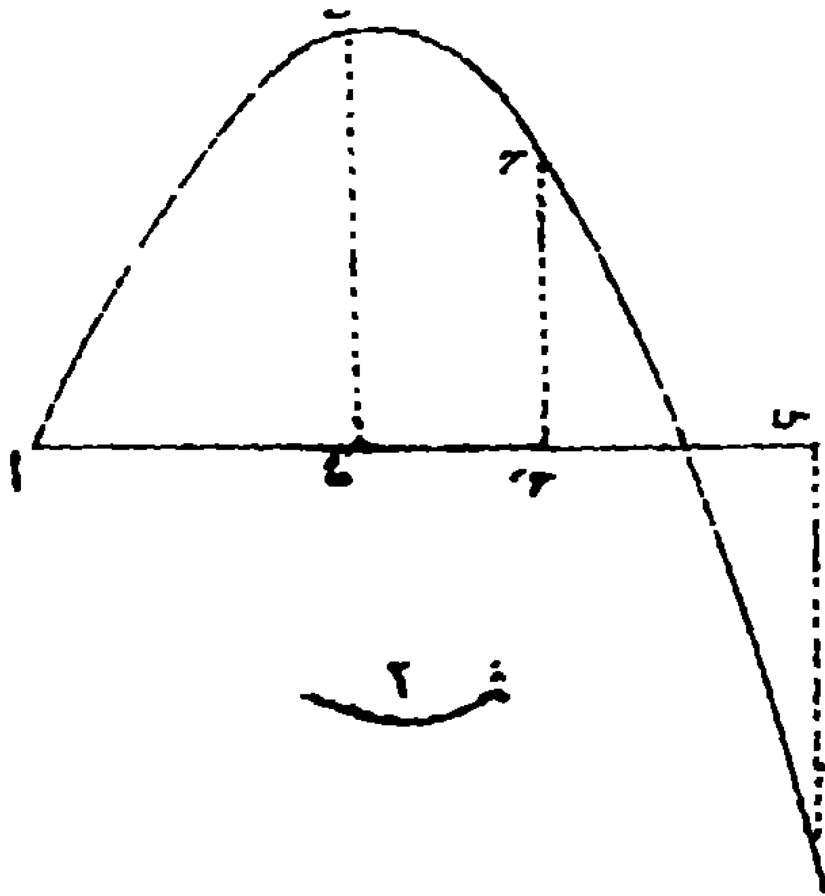


وحينئذ يؤخذ على ا ب بالابتدا من نقطة و طول مساو الى ثلاث وحدات فنجد نقطة م التى هى عبارة عن الوضع المطلوب ايجاده

وفى نهاية ٣ يكون ه = - ٣

فحينئذ يؤخذ بالابتدا من نقطه و فى الجهة المضادة للأولى ثلاث وحدات ويكون مَ هى وضع المتحرك ويمثل ذلك يمكن الحصول على وضع المتحرك فى لحظة ما حيثما اتفق

بيان الحركة بالطريقة الرسمية — للحصول على المنحنى البيانى لحركة يؤخذ على محور السينات المسمى ايضا بمحور الازمان اطوال مناسبة للازمان المعتبرة ثم يؤخذ على الاحداثيات الرأسية المقابلة لتلك الازمان اطوال مناسبة للمسافات التى قطعها المتحرك بالابتدا من نقطة الأصل فى اللحظات المختلفة ثم يجمع النقط المتحصلة بخط متصل فهذا الخط يكون هو الخط البيانى للحركة الذى يسمى أيضا بمنحنى المسافات



فالمنحنى المرسوم فى (ش ٢) المتحصل بناء على ما ذكر يدل على الحركة التى معادلتها هى المعادلة المذكورة فى المثال السابق وهى ه = ٥ز - ٢ز٢ فيشاهد أنه فى مبدأ الزمن كان المتحرك فى نقطة اصل المسافات وأنه متباعد عنها فى نهاية ثانية وربع ويكون فى هذه الحالة على بعد د ت وهو بعده الاعظم ما يمكن وبعد ذلك فالمتحرك يقرب من نقطة الأصل التى يأتى فيها فى نهاية ثانيتين ونصف ثم يبعد عنها الى ما لا نهاية فى الجهة العكسية

والحصول بواسطة المنحنى البيانى لحركة على وضع المتحرك فى لحظة معينة ولكن فى نهاية ٢ مثلا يؤخذ على محور الازمان ا ح = ٢ فمقدار الاحداثى الرأسى ح ح يكون هو بعد المتحرك عن نقطة الأصل ثم يؤخذ هذا البعد على خط السير بالابتداء من نقطة و فى الجهة الموجبة أو السالبة على حسب اشارة الاحداثى الرأسى فالنقطة المتحصلة حينئذ تكون هى وضع المتحرك فى اللحظة المعتبرة

تنبيهات

الأول — يجب الاحتراس من الالتباس بين خط السير وبين الخط البيانى للحركة اذ أن الخط البيانى لحركة يبقى بعينه سواء كانت مستقيمة أو منحنية

الثانى — يمكن الحصول على الخط البيانى لقانون الحركة بدون معلومية معادلتها بواسطة عمل عدة تجارب بها يعين وضع المتحرك فى ازمان محدودة وحينئذ يتحصل على عدة نقط تكفى لرسم المنحنى بضبط كاف كلما كانت الاوضاع المرصودة كثيرة ومختبة جيدا

الثالث أن مقياسى الازمان والمسافات اختياريان فحينئذ اذا اتفق على بيان وحدة الزمن ووحدة المسافات

بطول واحد فأن المقياسين يتحدان وتقاس اذن الاحداثيات الافقية والرأسية بواسطة مقياس مشترك ولكن اذا كان المتر والثانية مبينين بطولين مختلفين فالمقياسان يختلفان عن بعضهما

وحينئذ يلزم الأعتناء بتقدير الاحداثيات الافقية بمقياس الازمان والاحداثيات الرأسية بمقياس المسافات على التناظر

انواع الحركات

قد شاهدنا فيما تقدم أنه بناء على جنس خط السير قد تكون الحركات مستقيمة أو منحنية لكن هذه الحركات تكون منتظمة أو متغيرة بحسب الارتباط الواقع بين المسافة المقطوعة والزمن المستعمل لقطعها أعني بحسب قانون الحركة

فى التحرك المنتظم

تعريف ـ التحرك المنتظم ـ التحرك المنتظم هو الذى فيه يقطع المتحرك مسافات متساوية فى ازمان متساوية مهما كان صغر تلك الازمان أعنى أنه فى التحرك المنتظم تكون المسافات المقطوعة مناسبة للازمان المستعملة لقطعها

السرعة ـ السرعة فى التحرك المنتظم هى المسافة المقطوعة فى وحدة الزمن

معادلة التحرك المنتظم

يوجد فى هذا التحرك حالتان ـ الأولى ـ أن يكون الوضع الابتدائى للتحرك منطبقا على نقطة اصل المسافات وحينئذ اذا كان مبدأ الأزمان مطابقا لمبدأ المسافات ورمز بحرف هـ للمسافة المقطوعة فى مدة الزمن ن وبحرف ع للسرعة فأنه بناء على تعريف التحرك المنتظم يكون

$$هـ = ع ن \quad \ldots\ldots \quad (١)$$

الثانية ـ ان يكون الوضع الابتدائى مغايرا لنقطة اصل المسافات وفى هذه الحالة اذا كان المتحرك فى مبدأ الزمن على بعد ا من نقطة الأصل و ورمز بحرف هـ لبعده عن نقطة الاصل المذكورة فى نهاية الزمن ن يكون هـ ـ ا هى المسافة المقطوعة فى مدة الزمن ن وحينئذ اذا كانت السرعة هى ع فبناء على تعريف التحرك المنتظم يكون

$$هـ - ا = ع ن \quad \ldots\ldots \quad (٢)$$ ومنه يحدث

$$هـ = ا + ع ن \quad \ldots\ldots \quad (٣)$$

(تنبيهان) الأول ـ من القانون (٢) يحدث

$$ع = \frac{هـ - ا}{ن}$$

أعنى انه يمكن تعريف السرعة بتعريف آخر وهو أنه فى التحرك المنتظم تكون السرعة عبارة عن النسبة الكائنة بين المسافة المقطوعة والزمن المستعمل لقطعها

الثانى ـ انه فى التحرك المنتظم تكون السرعة ثابتة وأن المسافة هى الدالة بدرجة أولى بالنسبة للزمن

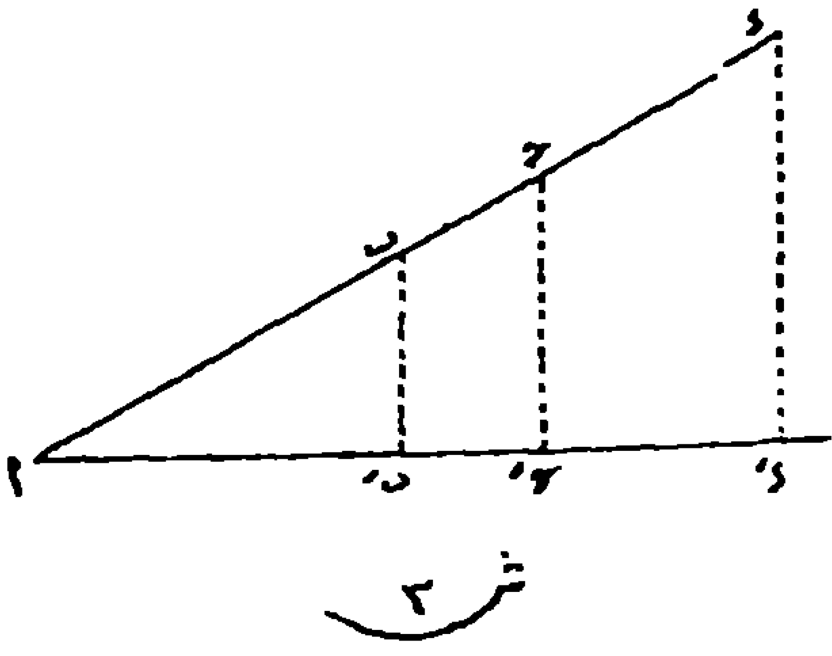
بيان التحرك المنتظم بالطريقة الرسمية

قانون التحرك المنتظم يمكن بيانه بخط مستقيم وفى ذلك حالتان

الأولى ـ ان يكون المتحرك فى نقطة أصل المسافات فى مبدأ الزمن وفى هذه الحالة يكون الخط الدال على قانون التحرك

المتحرك المنتظم هو خط مستقيم

لأنه بناء على التعريف الثاني للسرعة يكون (شـ ٣)

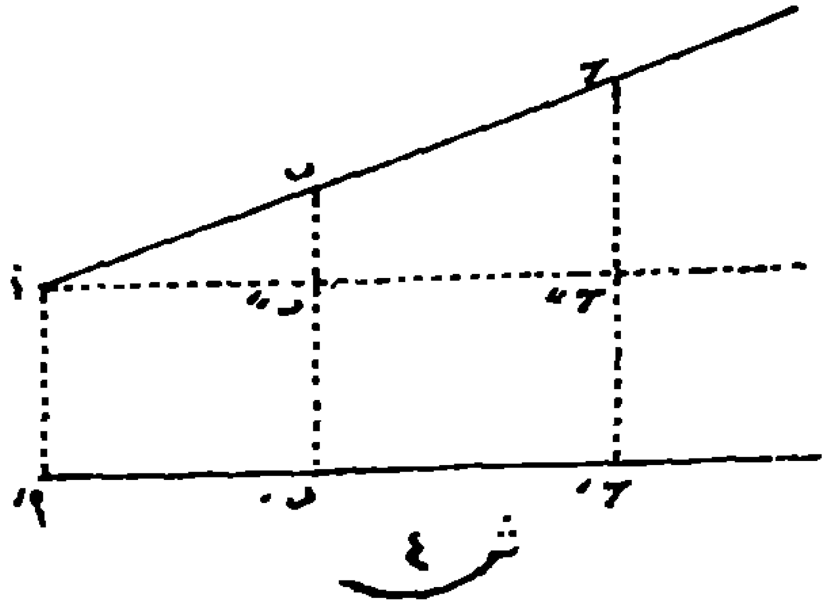


شـ ٣

$$\frac{\text{ب بَ}}{\text{ا بَ}} = \frac{\text{حـ حَ}}{\text{ا حَ}} = \frac{\text{ء ءَ}}{\text{ا ءَ}}$$

وحينئذ تكون المثلثات القائمة الزوايا ا ب بَ ، ا حـ حَ ، ا ء ءَ متشابهة وتكون الزوايا ب ا بَ ، حـ ا حَ ، ء ا ءَ متساوية وعليه فتكون النقط ب ، حـ ، ء .... الخ موجودة على مستقيم واحد يدل على قانون التحرك المنتظم

الثانية — ان لا يكون المتحرك في نقطة أصل المسافات في مبدأ الزمن وفي هذه الحالة نفرض أنه في مبدأ الزمن يكون المتحرك على بعد ا اَ (شـ ٤) من نقطة أصل المسافات وحينئذ



شـ ٤

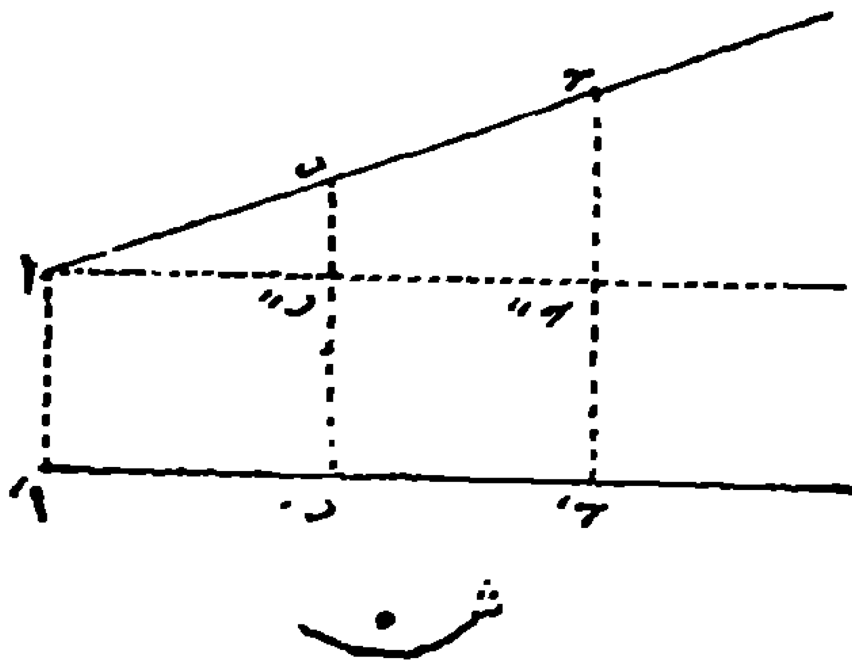
اذا امددنا من نقطة ا مستقيما موازيا لمحور الازمان يحدد على الأحداثيات الرأسية اجزاء بَ ب ، حَ حـ ، .... هـَ دالة على المسافات المقطوعة في الازمنة ا بَ ، ا حَ ، .... الخ

ويؤول الأمر حينئذ الى الحالة السابقة

وعلى ذلك فيكون الخط المستقيم ا ء دالا على تحرك منتظم فيه ا اَ هو المسافة الابتدائية

فاذا كانت الازمان والمسافات منسوبة الى مقياس واحد فسرعة التحرك المنتظم تتعين بظل الزاوية الواقعة بين المستقيم البياني للحركة ومحور الازمان فاذا كان المطلوب تعيين سرعة التحرك المنتظم المبين بالمستقيم ا حـ (شـ ٥)

فانه بناء على تشابه المثلثات يكون



شـ ٥

$$\frac{\text{ب بَ}}{\text{ا بَ}} = \frac{\text{حـ حَ}}{\text{ا حَ}} = \text{ع}$$

واذا رمزنا بحرف ا للزاوية الواقعة بين المستقيمين ا حـ ، ا حَ

يحدث $\frac{\text{ب بَ}}{\text{ا بَ}} = \text{طا ا}$ ومنها

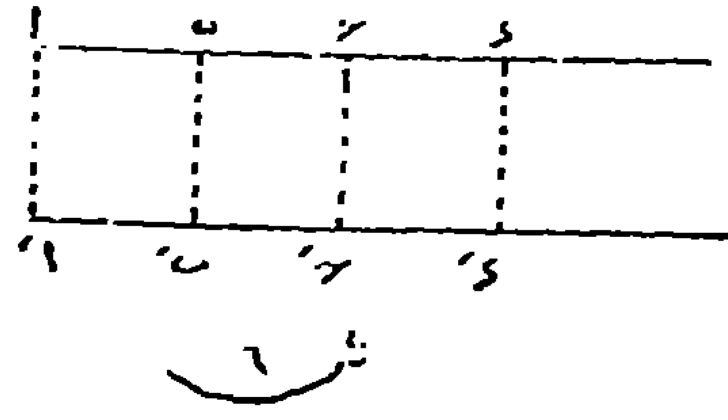
$$\text{ع} = \text{طا ا}$$

تنبيهات — الأول — لأجل الحصول على مقدار هذا الظل يؤخذ ا بَ مساو للوحدة ثم نقاس ب بَ فالعدد المتحصل يكون مساويا الى طا ا

الثاني — مهما كانت المقاييس المتخذة للازمان والمسافات فان سرعة التحرك المنتظم تكون مساوية للعامل الزاوي لمستقيمها البياني والعامل الزاوي لمستقيم منسوب لمحوري احداثيات هو خارج قسمة فرق احداثيين موازيين لمحور الصادات مقدرا بمقياس المسافات على فرق الاحداثيين الموجودين على محور السينات المقابلين لهما مقدرا بمقياس الازمان والعامل الزاوي لا يصير مساويا لظل الميل الا اذا كان المحوران متعامدين

وكان المقياسان متحدين

وقد يرسم أحيانا الخط البياني للسرعة بأن يؤخذ على محور الأحداثيات الافقية أبعاد مناسبة للأزمان وعلى الاحداثيات الرأسية أطوال مناسبة للسرع المقابلة لها



وحيث ان السرعة في التحرك المنتظم ثابتة فخطها البياني يكون موازيا الى محور الاحداثيات الافقية والطول اأ يكون دالا على مقدار السرعة (ش ٦)

الحركة المستقيمة المتغيرة

تعريف ـ التحرك المتغير هو الذى لاتكون فيه المسافات المقطوعة مناسبة للازمان المستعملة لقطعها

السرعة المتوسطة ـ السرعة المتوسطة هي سرعة الحركة المنتظمة التي يستعملها المتحرك في المدة المفروضة لقطع نفس المسافة التي قطعها بحركة متغيرة



فاذا فرض متحرك م (ش ٧) يتحرك على مستقيم اب بحركة متغيرة وفرض انه في أثناء الزمن ى قطع المسافة م مَ فسرعته المتوسطة تكون $\frac{مَم}{ى}$

السرعة في لحظة معينة ـ السرعة في لحظة معينة هي النهاية التي تميل اليها نسبة ازدياد المسافة الى ازدياد الزمن متى صغر ازدياد الزمن بلا نهاية

فاذا رمز بحرف هـ للمسافة المقطوعة في نهاية الزمن ز وبالحرف هَ للمسافة المقطوعة في نهاية الزمن ز + ى فالفرق هَ ـ هـ يكون هو ازدياد المسافة في مدة المسافة الزمنية ى وتكون النسبة $\frac{هَ-هـ}{ى}$ هي السرعة المتوسطة في هذه المسافة الزمنية ومتى نقص ازدياد الزمن ى ومال نحو الصفر فان ازدياد المسافة هَ ـ هـ ينقص ويميل ايضا نحو الصفر لكن النسبة $\frac{هَ-هـ}{ى}$ تميل نحو نهاية معينة وتسمى بالسرعة في نهاية الزمن ى بالضبط

وقد يمكن ان يقال أيضا ان السرعة في نهاية الزمن ز هي النهاية التي تميل اليها السرعة المتوسطة بالابتداء من الزمن ز حينما تنقص المدة الزمانية المفروضة بلا نهاية

تنبيه ـ واذا قسم الزمن الذى فيه حصلت الحركة المتغيرة الى عدد كبير من الاقسام المتساوية التي يقطع المتحرك في كل منها باستظام نفس المسافة التي قطعها بحركة متغيرة فان الحركة الجديدة تختلف قليلا عن الحركة المتغيرة كلما كانت اللحظات المذكورة كثيرة جدا واذا كانت تلك اللحظات صغيرة بقدر ما يراد فان الحركتين يكونان متساويتين وبناء على ذلك ينشأ هذا ان سرعة الحركة المتغيرة في لحظة معينة عبارة عن سرعة الحركة المنتظمة الجزئية المقابلة للحظة المذكورة

تعيين السرعة

سنشاهد كيفية الحصول على مقدار السرعة في لحظة ما بعد معرفة قانون الحركة اما بمعادلة أو بمنحنى

الاولى

الأول - اذا كان قانون الحركة معلوما بمعادلة وكان المطلوب تعيين السرعة فى نهاية الزمن ز لحركة معلومة بمعادلة ه = ك ز^{2} الذى فيها ه رمز للمسافة المقطوعة ، ك مقدار ثابت حيثما اتفق ، ز الزمن المفروض فانه فى نهاية الزمن ز + ى تكون المسافة المقطوعة هى

$$ه' = ك\ (ز + ى)^{2} = ك ز^{2} + ٢ ك ز ى + ك ى^{2}$$

وحينئذ تكون المسافة المقطوعة فى مدة الزمن ى هى

$$ه' - ه = ٢ ك ز ى + ك ى^{2}$$

واذا قسم طرفا المعادلة على ى يحصل على السرعة المتوسطة فى مدة الزمن ى هكذا

$$\frac{ه' - ه}{ى} = ٢ ك ز + ك ى$$

واذا فرض أن ى تنقص شيئا فشيئا وتميل نحو الصفر فالحد ك ى يميل نحو الصفر أيضا وعند النهاية يكون

$$نها\ \frac{ه' - ه}{ى} = ٢ ك ز$$

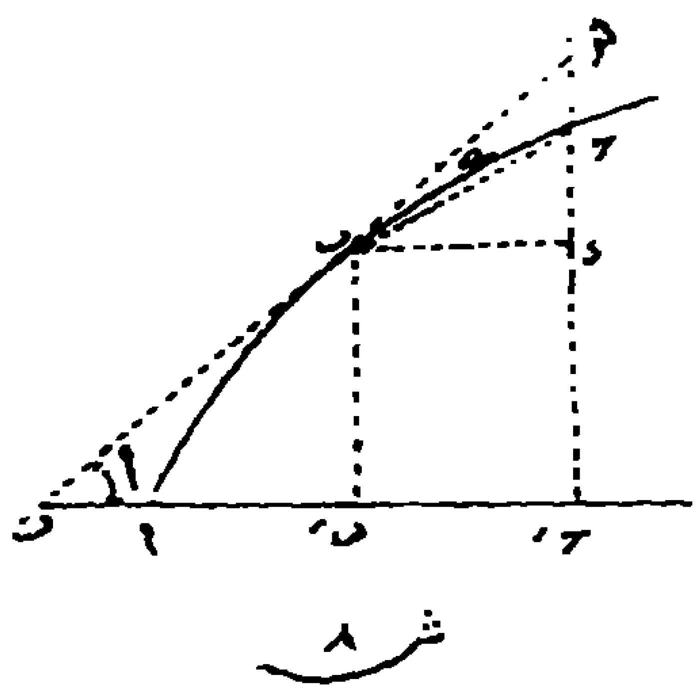
وهى السرعة فى نهاية الزمن ز وحينئذ اذا رمز لها بالحرف ع يكون

$$ع = ٢ ك ز$$

وثانيا اذا كان قانون الحركة معلوما بمنحن وكان المطلوب تعيين السرعة فى نهاية الزمن ز لحركة معلومة بمنحن احداثياته الرأسية والافقية منسوبة لمقياس واحد

يؤخذ على محور الافقيات البعد ا ت مساويا للزمن ز والبعد ا ت' مساويا لزمن أكبر من ز وحينئذ فالمتحرك يقطع المسافة حـ ء اثناء زيادة الزمن ت ت' وسرعته المتوسطة فى هذه المدة تكون (شكل ٨)

$$\frac{حـ ء}{ت ت'} = \frac{حـ ء}{ب ء} = طا\ حـ ب ء$$


شكل ٨

لكن اذا نقص الزمن ت ت' فان النقطة حـ تقرب شيئا فشيئا من النقطة ب والسرعة المتوسطة لاتزال مبينة بظل الزاوية المتكونة بين الوتر ب حـ والمستقيم ب ء وفى النهاية عند انطباق النقطة حـ على ب فالقاطع ب حـ يصير مماسا فى نقطة ب وتكون السرعة فى اللحظة المفروضة مبينة بظل زاوية هـ ب ء أو طا ٢*

(*) ملحوظة - ولأجل الحصول على مقدار هذا الظل يؤخذ ت ت' = الوحدة ويمد الاحداثى الرأسى ت' ء حـ الى نقطة هـ التى هى نقطة تقابله مع ت ب هـ فطول ء هـ يكون مساويا الى طا ٢

وحينئذ اذا كانت الأزمان والمسافات مبينة بمقياس واحد فالسرعة في لحظة معينة تكون مبينة بظل الزاوية الواقعة بين محور الازمان وبين المماس للمنحنى في النقطة المقابلة للحظة المذكورة

تنبيه - واذا لم تكن المسافات والازمان منسوبة لمقياس واحد فأن السرعة في اللحظة ز تكون متناسبة الى طا ؟ فقط لأنه اذا كان $\frac{1}{ل}$ هو العدد الذي يلزم ان تضرب فيه الاحداثيات الافقية كي تكون وحدة الازمان مبينة بمقياس كوحدة المسافات فأن السرعة المتوسطة اثناء ازدياد الزمن المبين بالمستقيم ت ح تكون هي

$$ح ء : \frac{ت ح}{ل} = ل \frac{ح ء}{ت ح} = ل طا ح ت ء$$

وحيث ان ل عدد ثابت فتكون السرعة في اللحظة ز هي

$$ع = ل طا ؟$$

وبالمثل في الازمان ز، ز ..... الخ تكون السرع هي ع = ل طا ؟، ع = ل طا ؟ ..... الخ

واذن يكون

$$ل = \frac{ع}{طا ؟} = \frac{ع}{طا ؟} = \frac{ع}{طا ؟}$$

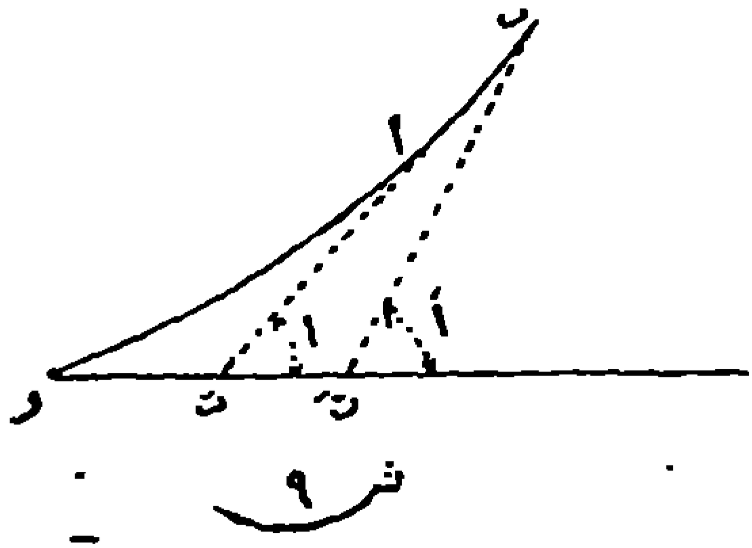
وعليه فالسرع تكون متناسبة للظلال المطابقة لها

ويمكن ان يقال أيضا انه في جميع الأحوال تكون السرعة مساوية الى المعامل الزاوى لمماس الخط البيانى لقانون الحركة

تنبيه - قد شاهدنا فيما تقدم أن الحركة المتغيرة يمكن اعتبارها مركبة من حركات منتظمة ازمانها صغيرة بقدر ما يراد وسرعها مختلفة وحينئذ فكل جزء من الاجزاء المستقيمة المكونة لمنحنى ا ح يكون هو المستقيم البيانى لاحد هذه الحركات الجزئية

والمماس ت ت يكون هو الخط البيانى للحركة الجزئية المقابلة للنقطة ت وعليه يكون طا ؟ يدل على سرعة الحركة الجزئية المذكورة

الحركة العجلية

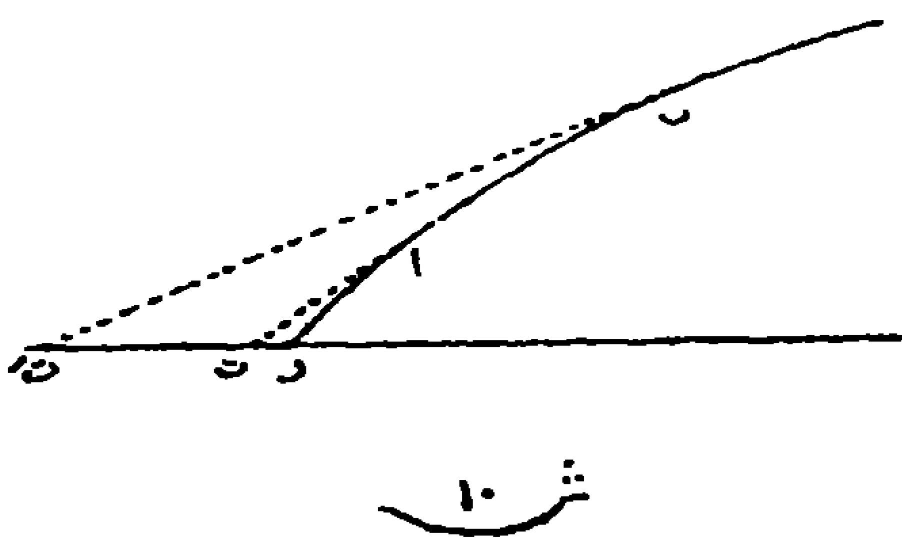


ش ٩

الحركة تكون عجلية متى اخذت السرعة في الازدياد

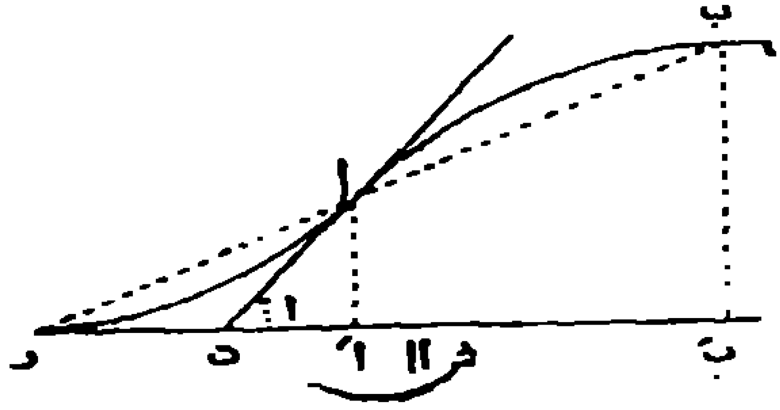
والمنحنى البيانى لهذه الحركة يكون محدبه متجها نحو الجهة الموجبة لمحور الازمان حيث أنه في هذه الحالة تكون الزاوية ؟ آخذة في الكبر بالاستمرار كما يشاهد من (ش ٩)

الحركة التقصيرية - الحركة تكون تقصيرية متى أخذت في النقص وفي هذه الحالة يكون تقعير المنحنى البيانى للمسافات متجها نحو الجهة الموجبة لمحور الازمان وأن الزاوية ؟ تأخذ في النقص بالاستمرار كما يشاهد من (ش ١٠)



ش ١٠

الحركة الدورية ـ الحركة تكون دورية اذا اخذت السرعة بعد مسافات زمنية متساوية نفس المقادير التى كانت اخذتها من قبل . والدور هو الزمن الذى يفصل اللحظات المتتالية التى فيها تأخذ السرعة نفس سلسلة المقادير والخط البيانى لقانون الحركة الدورية هو منحنٍ متماوج فى الحركة المبينة بالمنحنى وأن تكون السرعة ابتداء معدومة ثم تتزايد فى اثناء الزمن و أ ش ١١ الذى فى نهايته تصل الى النهاية الكبرى ثم تتناقص فى مدة الزمن أ ت الذى فى نهايته تصير معدومة ثم تأخذ بعد ذلك نفس المقادير التى كانت اخذتها من قبل وحينئذ يكون الزمن و ت هو دور والمستقيم و ب يدل على الحركة المنتظمة التى سرعتها هى السرعة المتوسطة فى مدة الدور وامثلة الحركات الدورية كثيرة منها حركة البندول وحركة مكبس آلة بخارية وحركة الارض حول الشمس و ..... الخ فى الحالتين الأوليين السرعة تنعدم مرتين فى الدور الواحد لتغيير اشارتها وفى الحالة الثالثة السرعة تتغير بين نهايات متقاربة جدا وهذا هو السبب فى عدم تساوى الأيام الشمسية ويستعاض عادة الزمن الحقيقى بزمن متوسط فيه تكون الازمان متساوية (راجع علم القسموغرافيا)



فى الحركة المنتظمة التغير وسقوط الأجسام

تعريف ـ الحركة المنتظمة التغير هى التى تتغير فيها السرعة بكميات متساوية فى أزمنة متساوية فاذا تزايدت السرعة فالحركة تكون منتظمة التعجيل واذا تناقصت السرعة فالحركة تكون منتظمة التقصير

العجلة ـ الكمية الثابتة التى تتغير فيها السرعة فى كل وحدة زمانية فى الحركة المنتظمة التغير تسمى بالعجلة والعجلة تكون موجبة فى الحركة التعجيلية وسالبة فى العجلة التقصيرية

قانون السرع

اذا رمز بالرمز ع للسرعة الابتدائية أعنى لسرعة فى مبدأ الزمن ز وبالرمز و للعجلة بحيث أن السرعة تزداد فى كل وحدة زمنية بالكمية و فانها تزداد بالمقدار و ز فى مدة الزمن ز وحينئذ اذا رمزنا بحرف ع للسرعة فى نهاية الزمن ز يكون قانون السرع هو

$$ع = ع + و ز$$

واذا كان الجسم خارجا من السكون فأن السرعة الأصلية تكون معدومة ويؤول قانون السرعة الى

$$ع = و ز$$

واذا كانت الحركة منتظمة التقصير فالعجلة تكون سالبة ويكون

$$ع = ع - و ز$$

قانون المسافات

اذا كان المطلوب ايجاد المسافة المقطوعة بحركة منتظمة العجلة فى مدة الزمن ز بمتحرك سرعته الابتدائية ع وعجلته و نقسم الزمن ز الى مسافات زمنية متساوية عددها ى وللاختصار نجعل $\frac{ز}{ى}$ = ى فيرى أن السرع

فى مبدأ كل من المسافات الزمانية المذكورة هى

$$\text{ع}_{١} = \text{ع}_{٠}$$
$$\text{ع}_{٢} = \text{ع}_{٠} + \text{و}\text{ى}$$
$$\text{ع}_{٣} = \text{ع}_{٠} + ٢\,\text{و}\text{ى}$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$\text{ع}_{\text{م}} = \text{ع}_{٠} + (\text{م} - ١)\,\text{و}\text{ى}$$

واذا اعتبرنا ان السرعة فى كل من هذه المسافات الزمنية ثابتة فالمسافات المقطوعة تكون

$$\text{ه}_{١} = \text{ع}_{١}\,\text{ى} = \text{ع}_{٠}\,\text{ى}$$
$$\text{ه}_{٢} = \text{ع}_{٢}\,\text{ى} = \text{ع}_{٠}\,\text{ى} + \text{و}\text{ى}^{٢}$$
$$\text{ه}_{٣} = \text{ع}_{٣}\,\text{ى} = \text{ع}_{٠}\,\text{ى} + ٢\,\text{و}\text{ى}^{٢}$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$\text{ه}_{\text{م}} = \text{ع}_{\text{م}}\,\text{ى} = \text{ع}_{٠}\,\text{ى} + (\text{م} - ١)\,\text{و}\text{ى}^{٢}$$

وحاصل جمع هذه المسافات وهو مجـ ه يكون مساويا الى

$$\text{مجـ}\,\text{ه} = \text{م}\,\text{ع}_{٠}\,\text{ى} + \left\{(١ + ٢ + ٣ + \cdots + (\text{م} - ١))\right\}\text{و}\text{ى}^{٢}$$

وبتعويض ى بمقدارها وهو $\frac{\text{ن}}{\text{م}}$ يحدث

$$\text{مجـ}\,\text{ه} = \text{ع}_{٠}\,\text{ن} + \frac{١ + ٢ + ٣ + \cdots + (\text{م} - ١)}{\text{م}^{٢}}\,\text{و}\text{ن}^{٢}$$

وحينئذ كلما تتزايد م فالمسافة الزمانية ى تنقص ومجموع الحركات الجزئية المفروضة يقرب دائما من الحركة المنتظمة العجلة المذكورة وعند النهاية تتحد معها

وحينئذ للحصول على المسافة ه المقطوعة بحركة منتظمة العجلة فى مدة الزمن ن يلزم أخذ نهاية المقدار السابق عند ازدياد م الى ما لا نهاية فيكون

$$\text{ه} = \text{نها}\left\{\text{ع}_{٠}\,\text{ن} + \frac{١ + ٢ + ٣ + \cdots + (\text{م} - ١)}{\text{م}^{٢}}\,\text{و}\text{ن}^{٢}\right\}$$

ومنه يحدث
$$\text{ه} = \text{ع}_{٠}\,\text{ن} + \tfrac{١}{٢}\,\text{و}\text{ن}^{٢}$$

تنبيهات

الأولى ـ فى حالة ما تكون الحركة منتظمة التقصير يكون

$$\text{ه} = \text{ع}_{٠}\,\text{ن} - \frac{\text{و}\text{ن}^{٢}}{٢}$$

الثانى ـ اذا كانت السرعة الابتدائية معدومة يكون $\text{ع}_{٠} = ٠$ وحينئذ يكون

$$\text{ه} = \frac{\text{و}\text{ن}^{٢}}{٢}$$

واذا رمزنا بحرفى ه و هَ للمسافتين المقطوعتين فى مدة الزمنين ن و نَ يكون

$$\text{ه} = \frac{\text{و}\text{ن}^{٢}}{٢} \quad , \quad \text{هَ} = \frac{\text{و}\text{نَ}^{٢}}{٢}$$

صحيفة ١٧ سطر

ومنها

ومنها يحدث $\frac{ه}{ه'} = \frac{ز^2}{ز'^2}$

وحينئذ حينما يخرج المتحرك من السكون فالمسافات المقطوعة تكون مناسبة لمربعات الازمان المستعملة لقطعها

الثالث ـ اذا كان فى القانون ($ه = \frac{و ز^2}{2}$) $ز = 1$ يكون

$ه = \frac{و}{2}$ ومنه يحدث $و = 2 ه$

أعنى أنه فى الحركة المنتظمة العجلة اذا خرج المتحرك من السكون فالعجلة تكون ضعف المسافة المقطوعة فى مدة الثانية الاولى

الرابع ـ يمكن وضع القانون

$ه = ع_0 ز + \frac{و ز^2}{2}$ بالصورة الآتية

$ه = (ع_0 + \frac{و ز}{2}) ز$ (م)

$ع = ع_0 + و ز$

$ع_0 \quad ع_0$

$ع + ع_0 = 2 ع_0 + و ز$

$\frac{ع + ع_0}{2} = ع_0 + \frac{و ز}{2}$ وعليه بالتعويض عن فى قانون (م)

$ه = \frac{ع + ع_0}{2} \times ز$

ولكن $ع_0 + \frac{و ز}{2}$ او $ع_0 + و \frac{ز}{2}$ عبارة عن السرعة فى منتصف الزمن $ز$ وحينئذ تكون المسافة المقطوعة بحركة منتظمة العجلة هى فى زمن معين عين المسافة التى يقطعها المتحرك بانتظام فى المدة المذكورة بسرعة مساوية للسرعة المقابلة لمنتصف الزمن $ز$

[illegible] ١٨ [illegible]

مسئلة

ما مقدار السرعة التى اكتسبها متحرك قطع المسافة $ه$ بحركة منتظمة العجلة

لذلك يقال اذا عوض فى القانون

$$ه = ع_0 ز + \frac{و ز^2}{2}$$

الزمن $ز$ بمقداره المستخرج من القانون

$ع = ع_0 + و ز$ أعنى بالمقدار

$ز = \frac{ع - ع_0}{و}$ يحصل

$$ه = \frac{ع_0 (ع - ع_0)}{و} + \frac{(ع - ع_0)^2}{2 و}$$

ومنه يحدث $ه = \frac{ع - ع_0}{و} \left(ع_0 + \frac{ع - ع_0}{2} \right) = \frac{ع - ع_0}{و} \times \frac{ع + ع_0}{2} = \frac{ع^2 - ع_0^2}{2 و}$

ومنه يحدث $ع = \sqrt{ع_0^2 + 2 و ه}$

فاذا كانت السرعة الابتدائية معدومة فالقانون يؤول الى

$$ع = \sqrt{2 و ه}$$

واذا كانت الحركة منتظمة التقصير يكون

$$ع = \sqrt{ع_0^2 - 2 و ه}$$

العجلة فى التحرك المستقيم الحيثما اتفق ـ العجلة المتوسطة ـ العجلة المتوسطة لحركة متغيرة حيثما اتفق فى زمن معين هى عجلة التحرك المنتظم المتغير الذى يستعمله المتحرك فى المدة المفروضة لقطع نفس المسافة التى قطعها بحركة متغيرة

فقياسا على كون مقدار العجلة و = (عَ - ع) / ن المستخرج ذلك من قانون

ع = ع٠ + و ن

تكون العجلة المتوسطة هى النسبة الكائنة بين ازدياد السرعة وبين ازدياد الزمن

اعنى اذا فرض أن متحركا يتحرك بحركة مستقيمة متغيرة حينما اتفقت ورمز برمزى ع ، عَ لسرعتيه فى الزمنين ن ، (ن + ى) تكون العجلة المتوسطة فى مدة الزمن ى هى (عَ - ع) / ى

العجلة فى لحظة معينة ـ العجلة فى لحظة معينة هى النهاية التى تميل اليها نسبة ازدياد السرعة الى ازدياد الزمن حينما يميل ازدياد الزمن نحو الصفر

فحينئذ اذا مال ى نحو الصفر فالكمية عَ - ع تميل نحو الصفر أيضا اما العجلة المتوسطة (عَ - ع) / ى تميل نحو نهاية معينة و وتكون هى بحسب التعريف عبارة عن العجلة فى اللحظة ن اعنى أن

و = نها (عَ - ع) / ى عندما تميل ى نحو الصفر

(الارتباطات الجبرية الواقعة بين المسافة والسرعة والعجلة فى الحركة المستقيمة المتغيرة)

النهاية التى تميل اليها النسبة الكائنة بين ازدياد دالة ما ص وازدياد متغيرها س حينما يميل هذا المتغير نحو الصفر تسمى مشتقة ص بالنسبة للكمية س

اعنى اذا كانت   ص = د (س)

لمشتقة الدالة تبين هكذا

صَ = دَ (س)

ففى حركة مستقيمة حينما اتفقت المسافة هـ والسرعة ع والعجلة حـ هى دوال للمتغير ن

وبناء على التعاريف السابقة تكون السرعة مشتقة المسافة والعجلة مشتقة السرعة

فاذا وضعنا هـ = د (ن) يكون

ع = هَ = دَ (ن) وتكون

و = عَ = هً = دً (ن)

ومعلوم فى علم الجبر أولا ان مشتقة حاصل الجمع تساوى مجموع مشتقات اجزائه

ثانيا ان مشتقة دالة صحيحة مثل عَ ن^م نحصل عليها بالقانون

م عَ ن^(م-١)

مثال ذلك اذا كانت   هـ = عَ + تَ ن + حَ ن^٢ + لَ ن^٣

فيكون   ع = تَ + ٢ حَ ن + ٣ لَ ن^٢ ،

و = ٢ حَ + ٦ لَ ن

سقوط الأجسام

من الامثلة المهمة للحركة المنتظمة العجلة سقوط الاجسام فى الفراغ وسقوط الاجسام يتبع هذه القوانين الثلاثة :

الثلاثة الآتيه

الاول ـ جميع الأجسام تسقط بسرعة واحدة فى الفراغ

الثانى ـ المسافات المقطوعة تكون مناسبة لمربعات الازمان المستعملة لقطعها

الثالث ـ السرعة تكون مناسبة لزمن السقوط

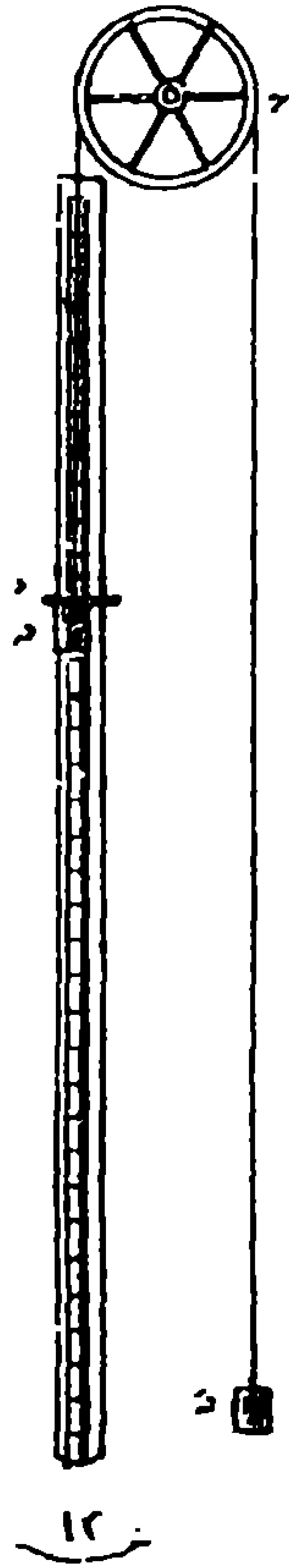
ويمكن تحقيق القانون الاول بواسطة انبوبة نيوتون والاثنان الآخران بالمستوى المائل لغليلى وبآلة آتود وجهاز موران وغير ذلك

تجارب غليلى

قد استعمل غليلى المستوى المائل لأجل ايجاد قوانين سقوط الاجسام وهذا المستوى عبارة عن خيط مشدود تتدحرج عليه بكرة معلق فى حاملها ثقل ويمكن ابطاء السرعة على حسب الاراده بتقليل زاوية المستوى المائل ثم تقاس المسافات المقطوعة بضبط تام تستنتج منها القوانين المطلوبة وقد شاهد غليلى ان المسافات المقطوعة فى المسافات الزمنية المتتالية المتساوية تكون مناسبة للأعداد الفردية

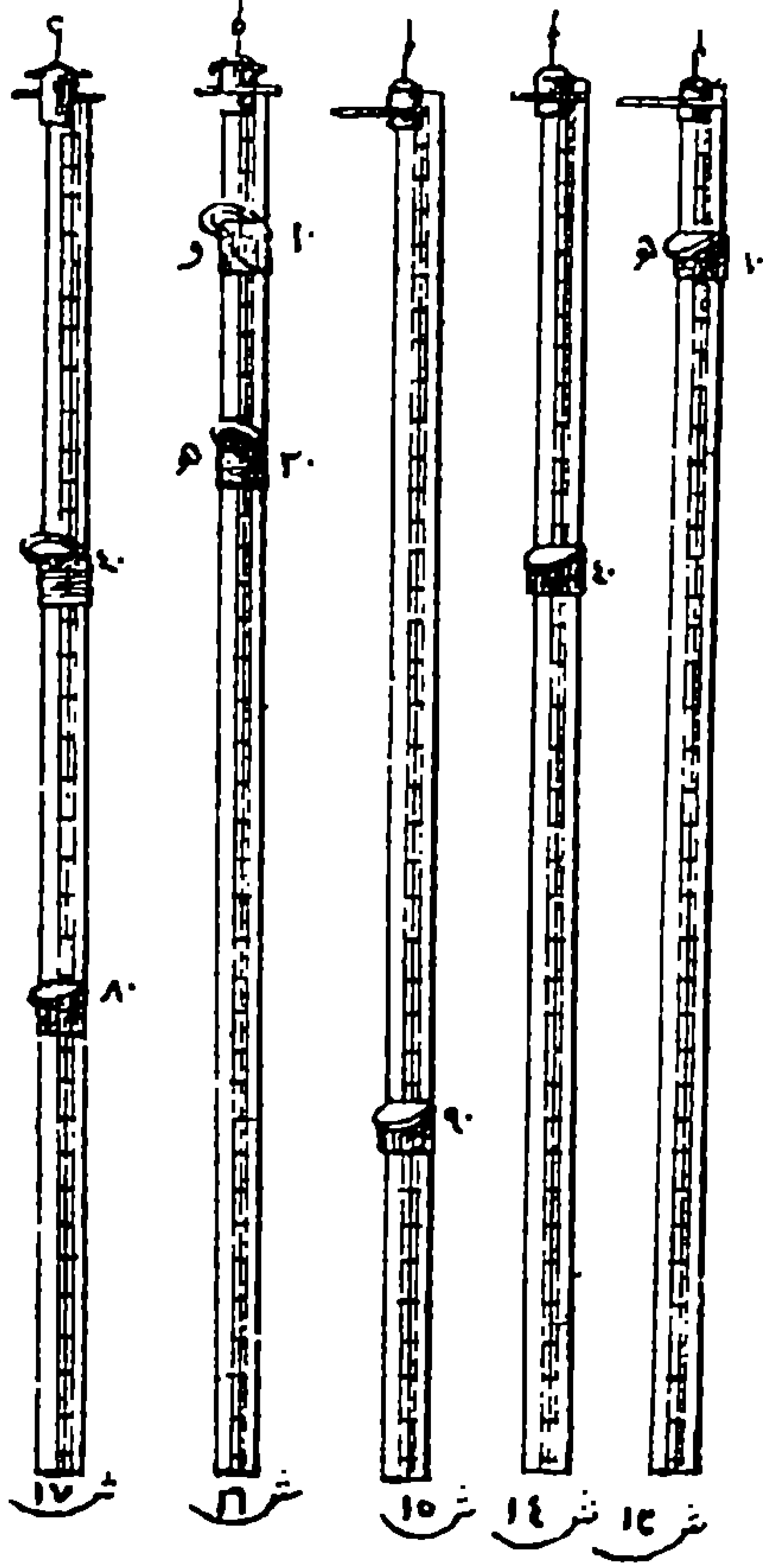
ولكن من المعلوم أن مجموع الأعداد الفردية الاولى التى عددها ح هى ح² فحينئذ المسافات المحسوبة من ابتداء اللحظة الابتدائية هى مناسبة لمربعات الأزمان

آلة آتود



تتركب آلة آتود من بكرة خفيفة ح ش ١٢ يمر على مقرها خيط رفيع من الحرير يحمل فى طرفيه ثقلين د ، د َ يحدثان مع بعضهما توازنا فاذا وضع على احد هذين الثقلين ثقل اضافى ء فيتحرك الثقلان والخيط فى الاتجاه الذى وضع فيه هذا الثقل وبما ان الثقل ء يحرك اثناء سقوطه الثقلين د ، د َ ينتج أن حركته تكون بطيئة عنها اذا سقط بمفرده فى الفراغ وبذا تكون هذه الحركة سهلة المشاهدة ومقاومة الهواء للجسم غير محسوسة

قانون المسافات ـ لأجل تعيين القانون الذى تتغير تبعا له المسافات التى يقطعها الجسم الساقط فى الازمنة المتتالية تستعمل مسطرة رأسية مقسمة يسقط أمامها الثقل د + ء فيوقف أولا هذا الثقل أمام صفر المسطرة الى اللحظة التى تبتدئ فيها ثانية معينة يعرف ابتدائها بدق ساعة ثم يبحث بالاستقراء أى باعادة التجربة عدة مرات عن النقطة من المسطرة التى يلزم ان يوضع فيها قرص افقى هـ ينزلق على المسطرة بواسطة فكين يمكن تثبيتها عليها بواسطة مسمار مقلوظ ش ١٣ حتى يسمع ملامسة الثقل الساقط له مع دق الساعة الدال على انتهاء الثانية فتعلم

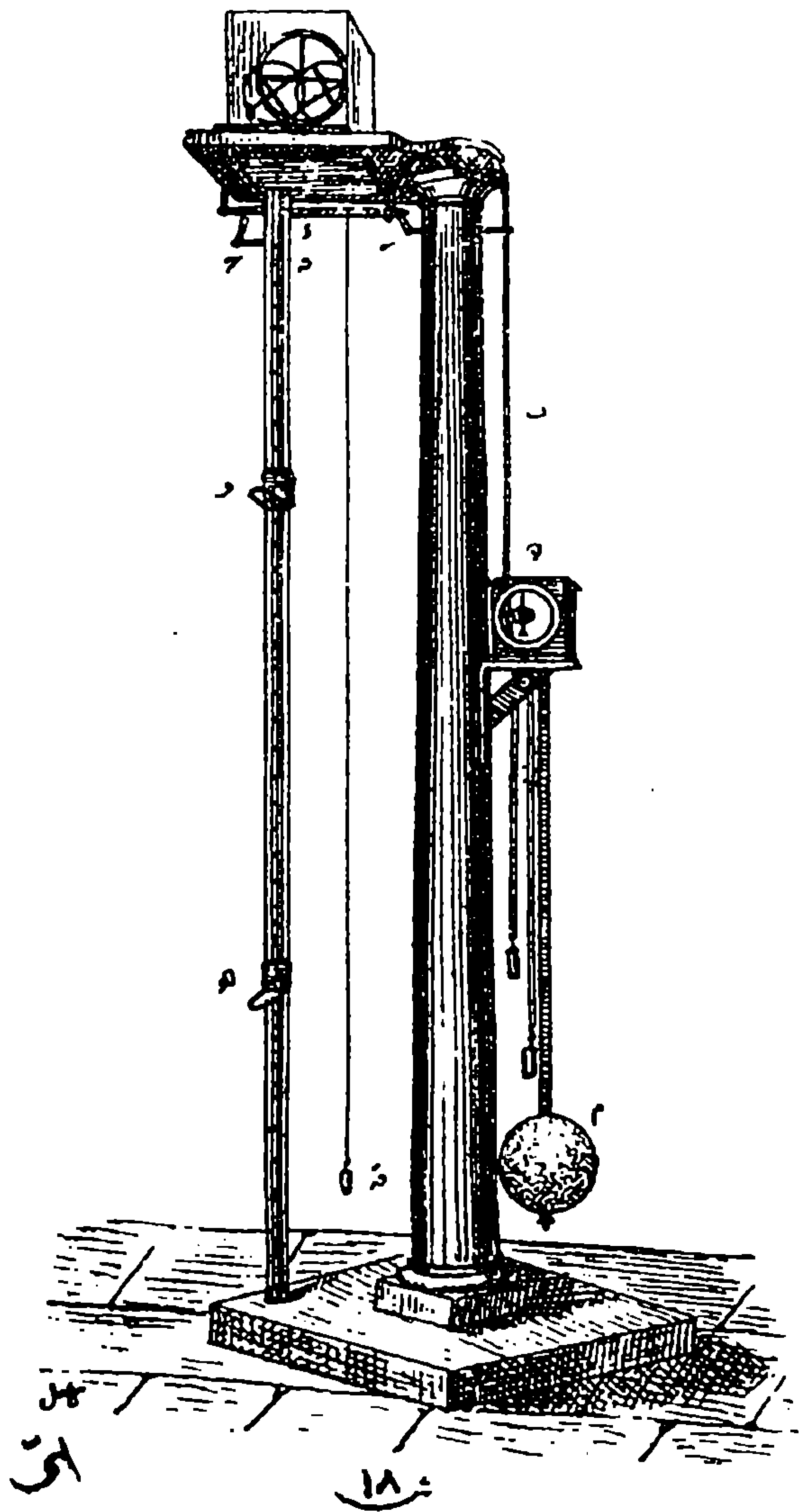


ش ١٧ ش ١٦ ش ١٥ ش ١٤ ش ١٣

حينئذ المسافة مَ التى تقطع فى ثانية ثم تعين بهذه الطريقة على التوالى المسافات مً ، مٌ التى تقطع فى ثانيتين ثم فى ثلاث ثوان وهكذا ش ١٤ ، ش ١٥ فبمقارنة هذه النتائج ببعضها يرى أن المسافات مَ ، مً ، مٌ مناسبة للأعداد ١ ، ٤ ، ٩ أعنى لمربعات الازمنة وهذا القانون هو ما يعبر عنه بقانون المسافات

قانون السرع

اذا أريد قياس السرع المكتسبة فى الاوقات المختلفة من الحركة تستعمل حلقة و تنزلق على المسطرة بنكين ش ١٦ وهذه الحلقة تسمح بمرور الثقل د منها من غير ان يلامسها وتعيق سير الثقل الاضافى ء لطول شكله فتوضع أولا الحلقة و على القسم مَ بحيث انها تمنع الثقل الأضافى ء من السقوط بعد الثانية الأولى فبعد هذه اللحظة يتحرك الثقل د حركة منتظمة بالسرعة التى كان عليها عند حذف الثقل الاضافى ء فيبحث حينئذ كما سبق عن النقطة من المسطرة اللازم وضع القرص هـ فيها حتى يسمع صوت مصادمة الثقل له فى انتهاء ثانية بعد ايقاف الثقل ء فالبعد بين النقطتين و ، هـ يكون عبارة عن المسافة التى تقطع فى ثانية اثناء هذه الحركة المنتظمة اعنى السرعة التى اكتسبها الجسم بوصوله الى نقطة و وحفظها اثناء تحركه من و الى هـ وليكن سَ هذه السرعة ثم تعين بهذه الطريقة السرع سً ، سٌ ، الخ التى اكتسبها الجسم بعد ثانيتين ثم ثلاث ثوان والخ فيوجد ان سَ ، سً ، سٌ ، الخ مناسبة للاعداد ١ ، ٢ ، ٣ ، الخ أعنى مناسبة للازمنة وهذا القانون هو ما يسمى بقانون السرع وآلة آتود المستعملة الآن لاثبات قانونى سقوط الاجسام مبينة بتمامها فى ش ١٨



ش ١٨

وتوجد معادلتان جبريتان لبيان قانونى سقوط الأجسام فى الفراغ وهما

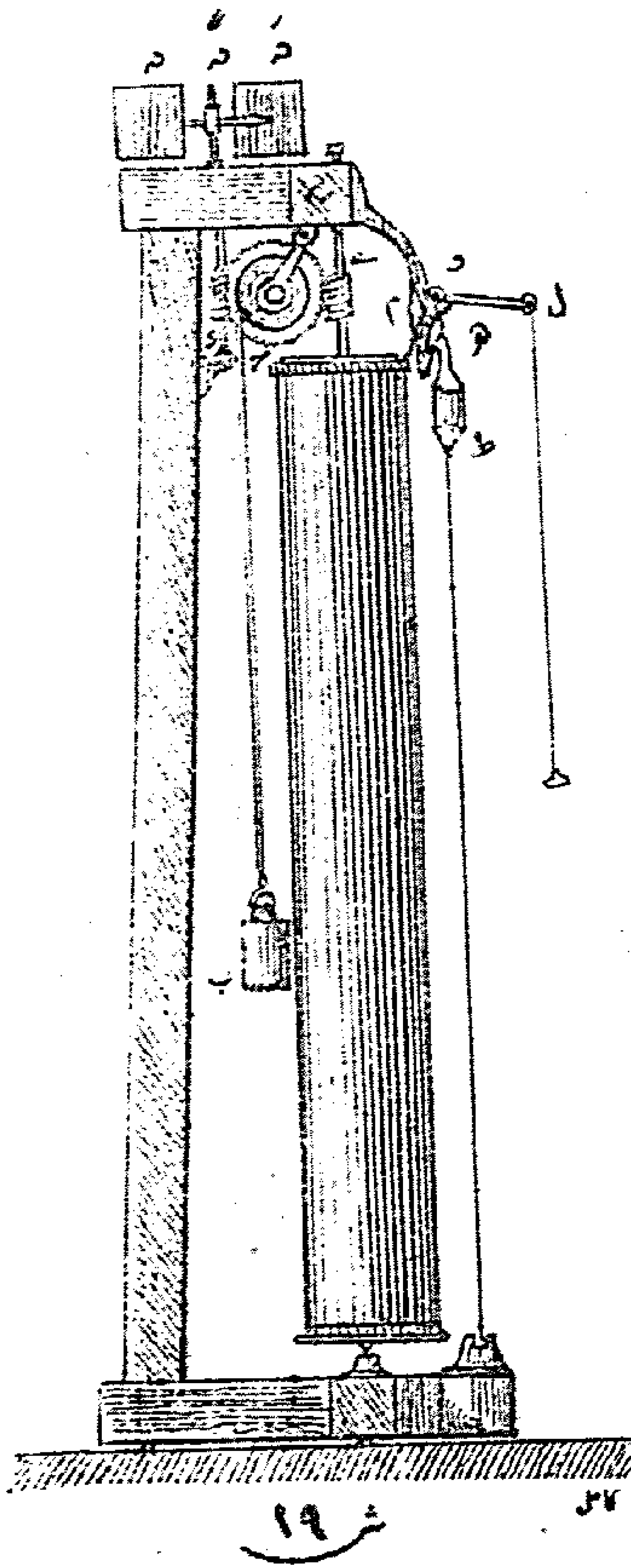
$$م = \frac{ج\,ز^{2}}{٢} \quad ، \quad س = ج\,ز$$

وفى هاتين المعادلتين م تدل على المسافة التى يقطعها الجسم ، ز الزمن المستعمل لقطع هذه المسافة ، س السرعة

التى يكتسبها الجسم بعد الزمن ز أما حـ فهو عدد ثابت يدل على المقدار الذى تزيد به سرعة الأجسام الساقطة فى الفراغ فى كل ثانية ويسمى بالعجلة وهو يختلف باختلاف العروض ومقداره فى مصر يساوى ١٢ ر٧٩ ر٩ متر

جهاز موران

هذا الجهاز يتركب كما فى شـ١٩ من اسطوانة رأسية ٢ مغطاة بفرخ من الورق وتحرك بواسطة ثقل ب يحرك الطارة حـ وهذه الطارة تتعشق من جهة مع بريمة غير منتهية سـ مصنوعة على محور الاسطوانة ومتعشقة من الجهة الثانية مع بريمة غير منتهية أيضا ء محورها الرأسى حامل لاجنحة د ، دَ ، دً تستعمل لتنظيم الحركة والثقل ط المحصور بين دليلين من المعدن يحمل قلما راسما هو يرتكز على جسم الاسطوانة بواسطة زنبلك

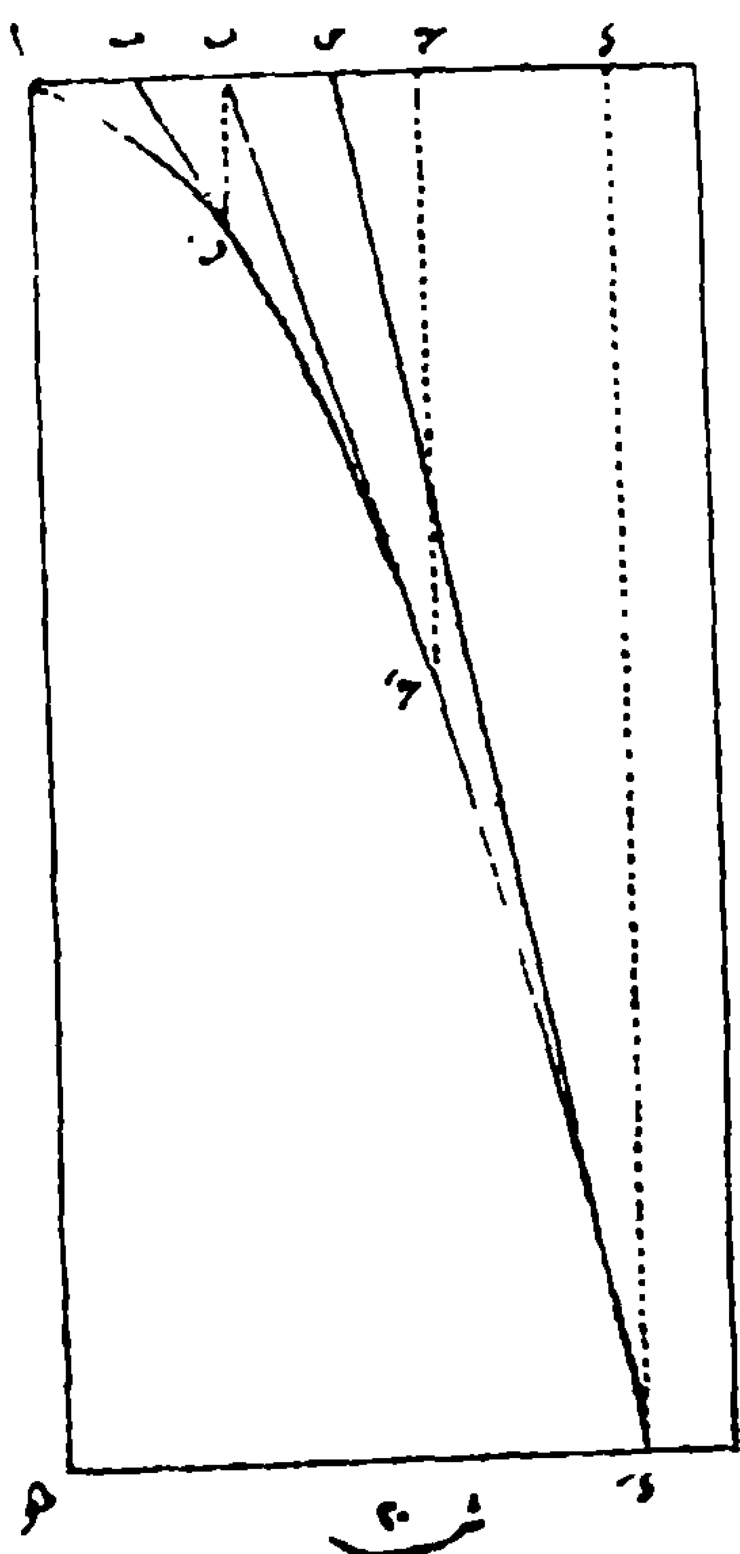

شـ ١٩

وحينما تصير حركة الاسطوانة منتظمة يترك الثقل ط ونفسه بواسطة سقاطة ل وم فالقلم يرسم على الاسطوانة الخط البيانى للحركة

وهذا الجهاز له أهمية عظيمة فيسمح لدراسة حركة الجسم فى سقوطه المطلق ولايجاد المسافة المقطوعة فى مدة زمن صغير بقدر ما يراد وزيادة على ذلك فان نتائج التجارب تتعين بنفس الجسم الساقط مباشرة ولا يحتاج لمهارة المجرب

قانون المسافات

لأجل تحقيق قوانين سقوط الاجسام بواسطة المنحنى المرسوم على سطح الاسطوانة نفرد الفرخ الورق السابق ذكره بقطعه على حسب الراسم او شـ٢٠ ثم يؤخذ على ا ء اطوال متساوية ا ب ، ب حـ ، .... الخ تدل على أزمان متساوية


شـ ٢٠

وفى نهاية الزمن ا ب يكون الثقل موجودا فى تَ ويكون قطع فى النزول المسافة الرأسية ب تَ وفى نهاية الزمن ا حـ الذى هو ضعف ا ب يكون قطع المسافة حـ حَ وباجراء المقياس نجد أن

حـ حَ = ٤ ب تَ = ب تَ × ٢^٢

ء ءَ = ٩ ب تَ = ب تَ × ٣^٢

. . . .

فحينئذ تكون المسافات المقطوعة فى السقوط المطلق لجسم خارج من السكون مناسبة لمربعات الازمان المستعملة لقطعها وهذا القانون يؤدى الى النسب الآتية

$$\frac{ب ب'}{أ ب^2} = \frac{ح ح'}{أ ح^2} = \frac{د د'}{أ د^2}$$

التي تدل على أن المنحنى هو منحنى القطع المكافئ

قانون السرع

ولاجل تحقيق قانون السرع نرسم مماسات للمنحنى من النقط ب ، ح ، د ، ..... الخ ومن المعلوم أن المماس في نقطة ب يمر بالنقطة ت التي هي منتصف المستقيم أ ب وبالمثل تكون المماسات في النقط ح ، د مارة على التناظر بالنقط ت ، س ، .... الخ التي هي منتصفات المستقيمات أ ح ، أ د ، ..... الخ بحيث أنه

اذا فرض ان ت ب = ف يكون ت ح = ٢ ف ، س د = ٣ ف .... الخ وعلى ذلك اذا كان

ب ب' = هـ يكون ح ح' = ٤ هـ ، د د' = ٩ هـ ، ..... الخ

وحينئذ اذا كان طول جزء المستقيم أ د الدال على زمن مساوٍ لثانية مقدار متر فان السرع $ع_1$ ، $ع_2$ ، .... الخ في النقط ب ، ح ، د ، .... الخ تتعين بظلال الزوايا ب' ت ب ، ح' ت ح ، د' س د ، .... الخ ولكن حيث ان الطول الدال على وحدة الازمان غير معلوم فنفرض ان $\frac{1}{ك}$ هو العدد المجهول الذي تقترب فيه جميع الأطوال أ ب ، أ ح ، أ د ، .... الخ لاجل ان يكون الطول الدال على ثانية واحدة مساويا للمتر حينئذ يكون

$$ع_1 = ب ب' : \frac{1}{ك} ب ت = ك \frac{ب ب'}{ت ب} = ك \frac{هـ}{ف}$$

وايضا

$$ع_2 = ك \frac{ح ح'}{ت ح} = ك \frac{٤ هـ}{٢ ف} = ٢ ع_1 ،$$

$$ع_3 = ك \frac{د د'}{س د} = ك \frac{٩ هـ}{٣ ف} = ٣ ع_1 ،$$

. . . .

ويرى من ذلك ان السرعة تكون متناسبة لزمن السقوط

وحينئذ فقوانين سقوط الأجسام تكون هي بالضبط قوانين الحركة المنتظمة المعجلة للأجسام الخارجة من السكون ويكفي حينئذ تحقيق أحد هذه القوانين حيث أن احدها يثبت الآخر

عجلة التثاقل

قد شاهدنا من جهاز موران ان الجسم قطع تقريبا ٤,٩٠ في الثانية الأولى من سقوطه وحينئذ فتكون عجلة التثاقل مساوية الى ٩,٨٠ ويرمز لها بالحرف حـ ولاجل الحصول على مقدار للعجلة أكثر ضبطا من السابق يجب الالتجاء الى البندول وهاك جدولا مشتملا على بعض النتائج التي صار الحصول عليها

اسماء البلدان	عروض شمالية		مقدار العجلة حـ
مصر	٣٠	٢	٩,٧٩١٢
باريس	٤٨	٥٠	٩,٨٠٨٨
سينتبرج	٧٩	٥٠	٩,٨٢٨٩
خط الاستوا	٠	٢	٩,٧٨٠٦
لندرا			٩,٨١٢

ويشاهد

ويشاهد من هذا الجدول ان مقدار حـ يأخذ فى الصغر من القطب الى خط الاستواء

قوانين خاصة بسقوط الأجسام فى الفراغ

أولا – فى حالة سقوط الجسم بدون سرعة ابتدائية تكون المسافة ء المقطوعة فى نهاية الزمن ز مقدرا بالثوانى هى

$$\text{ء} = \frac{\text{حـ ز}^2}{2}$$

والسرعة ع فى نهاية الزمن ز هى

$$\text{ع} = \text{حـ ز}$$

والسرعة بدلالة الارتفاع ء المقطوع هى

$$\text{ع} = \sqrt{2\,\text{حـ ء}}$$

ثانيا – فى حالة سقوط الجسم بسرعة ابتدائية ع_0 تكون المسافة المقطوعة فى نهاية الزمن ز هى

$$\text{ء} = \text{ع}_0\,\text{ز} + \frac{\text{حـ ز}^2}{2}$$

والسرعة فى نهاية الزمن ز هى

$$\text{ع} = \text{ع}_0 + \text{حـ ز}$$

والسرعة بدلالة الارتفاع ء هى

$$\text{ع} = \sqrt{\text{ع}_0^2 + 2\,\text{حـ ء}}$$

ثالثا – فى حالة قذف الجسم رأسيا من أسفل الى أعلا بسرعة ابتدائية ع_0 فالحركة تكون منتظمة التقصير وتكون المسافة المقطوعة فى نهاية الزمن ز هى

$$\text{ء} = \text{ع}_0\,\text{ز} - \frac{\text{حـ ز}^2}{2}$$

والسرعة فى نهاية الزمن ز هى

$$\text{ع} = \text{ع}_0 - \text{حـ ز}$$

والسرعة بدلالة الارتفاع ء هى

$$\text{ع} = \sqrt{\text{ع}_0^2 - 2\,\text{حـ ء}}$$

تنبيه – بناء على قانون $\text{ع} = \text{ع}_0 - \text{حـ ز}$ يرى ان الجسم يرتفع كلما كانت السرعة موجبة ويصل الى نهايته العظمى فى الارتفاع حينما يكون $\text{ع} = 0$ وحينئذ يكون $\text{ع}_0 = \text{حـ ز}$

ومنها $\text{ز} = \frac{\text{ع}_0}{\text{حـ}}$

أعنى ان زمن الصعود يساوى $\frac{\text{ع}_0}{\text{حـ}}$ وبوضع هذا المقدار فى القانون $\text{هـ} = \text{ع}_0\,\text{ز} - \frac{\text{حـ ز}^2}{2}$ نحصل على أعظم ارتفاع الجسم من القانون $\text{هـ} = \frac{\text{ع}_0^2}{\text{حـ}} - \frac{\text{ع}_0^2}{2\,\text{حـ}} = \frac{\text{ع}_0^2}{2\,\text{حـ}}$

وحينئذ يرتفع الجسم المقذوف رأسيا من أسفل الى اعلا بسرعة ع_0 ارتفاعا قدره $\frac{\text{ع}_0^2}{2\,\text{حـ}}$

الحركة المنحنية

اعلم ان سرعة حركة نقطة تتعلق فى آن واحد بمقدارها وباتجاهها وأن سرعة الحركة المستقيمة تكون دائما

متجهة جهة الحركة وفي اتجاه خط سير المتحرك لكن سرعة الحركة المنحنية الحيثما اتفق تتغير دائما اتجاهها وكذلك مقدارها وقد يصطلح على ما يأتي في الحركة المنحنية

أولا اذا فرض متحرك يرسم منحنيا حيثما اتفق م م َ على حسب قانون معلوم هـ = د (ز) وكان م ، م َ هما وضعاه في الزمنين ز ، ز + ى فأن الانتقال المتوسط في مسافة زمنية ى يكون هو الوتر م مَ للقوس المقطوع على خط السير في مدة هذه المسافة

وأن مقدار واتجاه وجهة الانتقال المذكور تكون هي مقدار واتجاه وجهة الجزء المستقيم م مَ

وثانيا تكون السرعة المتوسطة هي سرعة حركة مستقيمة منتظمة التي يستعملها المتحرك في المدة ى لقطع الوتر م مَ في المدة المذكورة ومقدارها هي نسبة $\frac{\text{الوتر م مَ}}{ى}$

واتجاهها هو اتجاه المستقيم م مَ

وثالثا تكون السرعة في اللحظة ز هي النهاية التي تميل اليها السرعة المتوسطة اثناء ازدياد الزمن ى حينما يميل هذا الازدياد نحو الصفر ومقدارها هو ع = نها $\frac{\text{الوتر م مَ}}{ى}$ عندما يميل ى نحو الصفر واتجاهها هو اتجاه مماس خط السير في نقطة م وجهتها هي جهة الحركة في هذه النقطة

رابعا — نظرية — مقدار السرعة في اللحظة ز هو مشتقة المسافة بدلالة الزمن

لأنه من المعلوم أن ع = نها $\frac{\text{الوتر م مَ}}{ى}$ واذا ضرب البسط والمقام في القوس م مَ يكون

$$ع = نها \frac{\text{قوس م مَ} \times \text{وتر م مَ}}{ى \times \text{قوس م مَ}} \quad \text{أعنى أن}$$

$$نها \frac{\text{الوتر م مَ}}{\text{قوس م مَ}} \times نها \frac{\text{قوس م مَ}}{ى}$$

وحيث ان نهاية النسبة الأولى مساوية للوحدة تكون

$$ع = نها \frac{\text{قوس م مَ}}{ى}$$

واذا رمزنا بالرمزين هـ ، هـَ للمسافتين المقطوعتين على خط السير في الزمنين ز ، ز + ى يكون

$$ع = نها \frac{هـَ - هـ}{ى}$$

أعنى أن ع = دَ (ز) وهو المطلوب

خامسا والعجلة المماسة في اللحظة ز هي مشتقة السرعة وهي متجهة على حسب اتجاه المماس للمنحنى فاذا صارت الحركة مستقيمة فأن العجلة المماسة تكون هي عين العجلة في التحرك المستقيم المنتظم التغير وقد وصفت بالعجلة المماسة بالنظر لاتجاهها ليس إلا لأنها ليست هي العجلة الوحيدة التي تعتبر في الحركة المنحنية

مبادئ على حركة جملة مادية غير متغيرة

تعريف — الجملة الغير متغيرة هي ما تكونت من جملة نقط ابعادها عن بعضها غير متغيرة

لأجل تعريف جملة غير متغيرة يلزم معرفة الأبعاد الكائنة بين ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة ا ، ب ، حـ من الجملة المذكورة ثم ابعاد كل من النقط الأخرى عن الثلاثة نقط المذكورة على التناظر

وضع

لوضع وحركة جملة مادية فى الفراغ تكونان مبينتين متى علم وضع وحركة المثلث ا ب ح
والحركات الأبسط ما يكون لجملة غير متغيرة هى الحركة الانتقالية والحركة الدورانية

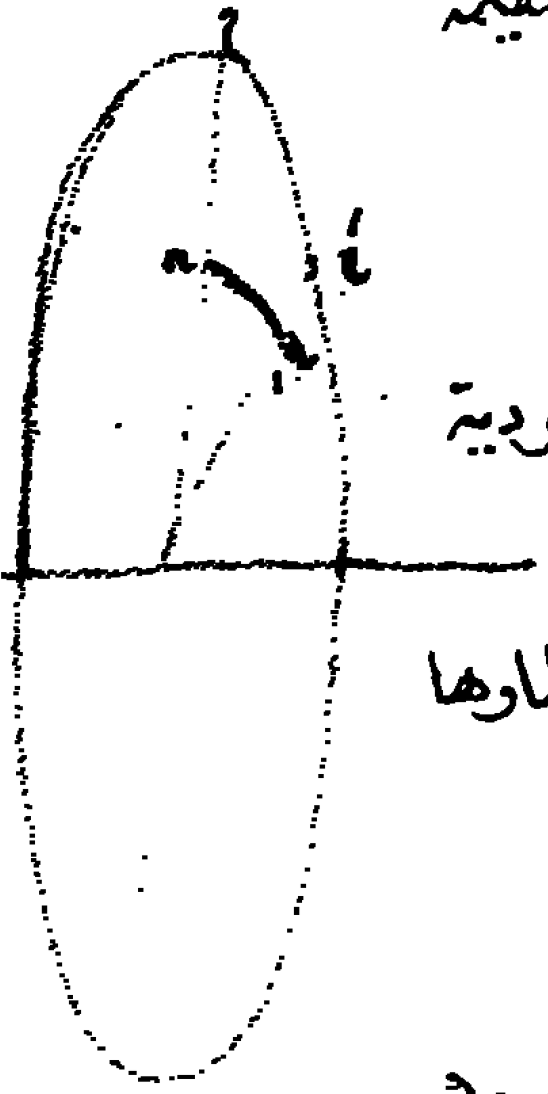
الحركة الانتقالية

تعريف ـ الجملة الغير متغيرة تكون حركتها انتقالية متى كانت اضلاع مثلث مثل ا ب ح المكون لجزء منها باقية على الدوام موازية لوضعها الأصلى

وفى هذه الحركة كل مستقيم مثل م د واصل بين نقطتين حيثما اتفق من الجملة يكون موازيا لوضعه الأصلى وجميع نقط الشكل ترسم فى آن واحد اقواسا متساوية ومتوازية بحيث تكون سرعها فى أى لحظة حيثما اتفق متساوية ومتوازية أيضا

وعليه فتكون السرعة المشتركة لجميع نقط الجملة المذكورة هى سرعة الحركة الانتقالية فى اللحظة المفروضة وتتعين كما اذا كان المعلوم حركة نقطة واحدة فقط فحركة المكبس داخل جسم الطلمبة من قبيل الحركة الانتقالية المستقيمة وحركة كفتى الميزان روبرفال من قبيل الحركة الانتقالية المنحنية

الحركة الدورانية حول محور



تعريف ـ الجسم يكون له حركة دورانية حول محور متى رسمت جميع نقطه محيطات دوائر مستوياتها عمودية على هذا المحور

وفى هذه الحركة جميع نقط الجسم ترسم فى آن واحد اقواسا متشابهة واطوالها مناسبة لانصاف اقطارها وحينئذ يكون

$$\frac{م م'}{و م} = \frac{د د'}{و د}$$

وعلى ذلك اذا رمزنا بالحروف ه ، ه' ، ه'' للمسافات المقطوعة فى آن واحد بالنقط التى ابعادها عن المحور هى نق ، نق' ، نق'' يحدث

$$\frac{ه}{نق} = \frac{ه'}{نق'} = \frac{ه''}{نق''}$$

السرعة الزاوية ـ السرعة الزاوية هى سرعة النقطة المتباعدة عن محور الدوران ببعد مساوٍ للوحدة فاذا رمز للسرعة المذكورة بالرمز ح ولسرعة نقطة حيثما اتفق بالرمز ع ولبعد تلك النقطة عن محور الدوران بالرمز نق فان سرعة النقطة المذكورة تكون مساوية لحاصل ضرب السرعة الزاوية فى بعدها عن محور الدوران أعنى يكون ع = ح نق

والبرهنة على ذلك يقال حيث أن المسافات المقطوعة فى آن واحد مناسبة لأبعاد النقط عن محور الدوران يكون

$$\frac{ع}{نق} = \frac{ح}{١} \quad \text{ومنه}$$

$$ع = ح\ نق$$

والحركة الدورانية تكون منتظمة أو متغيرة على حسب ما تكون السرعة الزاوية ح ثابتة أو متغيرة

ثم ان سرعة الحركة المنتظمة الدورانية تعين غالبا بعدد الدورات التى يصنعها الجسم فى مدة معينة ويسهل استخراج

السرعة الزاوية منها

فاذا رمزنا بحرف ن لعدد الدورات التي يصنعها الجسم في الدقيقة الواحدة فأن النقطة المتباعدة عن المحور ببعد مساوٍ لمتر ترسم في مدة ستين ثانية قوسا طوله ن × ٢ ط والسرعة الزاوية تكون حينئذ هي

$$ح = \frac{ن \times ٢ ط}{٦٠} = \frac{ن ط}{٣٠}$$

تمرينات

(١) المطلوب رسم الخط البياني لحركات معلومة بالمعادلات الآتية التي فيها ع، ع كميات موجبة

$$هـ = ع + ع ن$$
$$هـ = ع - ع ن$$
$$هـ = -ع + ع ن$$
$$هـ = -ع - ع ن$$

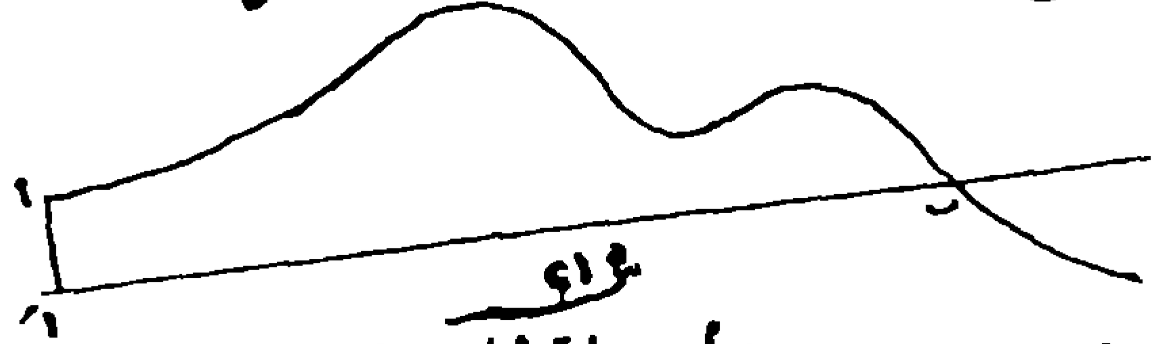
(٢) المطلوب البرهنة على ان المعادلة $هـ = ع ن + ك ن^٢$ تدل على حركة منتظمة العجلة

(٣) المعلوم حركة بمعادلتها $هـ = ن + ن^٢$ والمطلوب أولا رسم الخط البياني للحركة وثانيا رسم الخط البياني للسرعة

(٤) المعلوم حركة بمعادلتها $هـ = ك ن^٣$ والمطلوب أولا ايضاح قانون الحركة وثانيا قانون السرعة

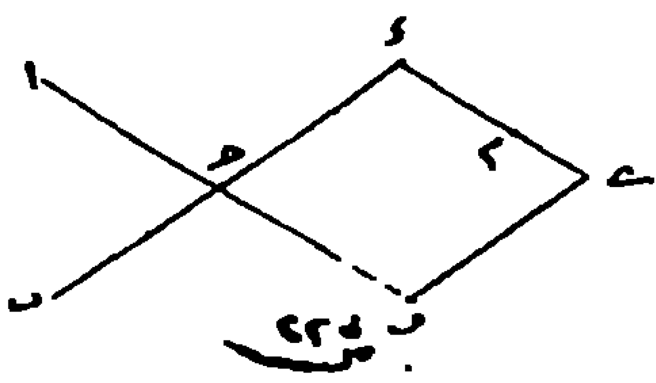
(٥) المطلوب ايجاد مقدار العجلة في نهاية الزمن ن لحركة متغيرة حينما تكون معلومة بالمعادلة $هـ = ك ن^٣$

(٦) المطلوب مناقشة الحركة المعلومة بالمنحنى البياني اب شكل



(٧) المعلوم المنحنى البياني لحركة ما والمطلوب ايجاد المنحنى البياني للسرع وبالعكس

(٨) المعلوم نقطة متحركة باستظام على محيط دائرة والمطلوب مناقشة حركة مسقطها على أحد اقطار الدائرة المذكورة ورسم المنحنيات البيانية .



(٩) المعلوم المعين المفصلي ح ء ب ف مثبت في نقطة ح والنقطتان ا ، ب يتحركان باستظام والمطلوب مناقشة حركتي النقطة ب والنقطة م شكل ٢٢

(١٠) المطلوب تعيين سرعة النقطة الارضية التي عرضها ل في الحركة اليومية

(١١) المطلوب رسم الخط البياني لقطارات السكة الحديد من بعد معلومية المعالم الناتجة من الأدلة الخاصة بالسكة الحديد ثم معرفة اللحظة والوضع اللذين فيهما يتقابل قطاران منها بفرض أن الحركات منتظمة

الحركة المنتظمة التغيير

(١٢) المطلوب ايجاد المسافة المقطوعة في الزمن ن بمعلومية الخط البياني للسرع

(١٣) المطلوب البرهنة على أن مجموع المسافات المقطوعة في لحظات متساوية البعد عن منتصف الزمن المفروض ثابت ومقدار هذا المجموع المذكور يكون بعينه كما لو كانت سرعة التحرك في هذه اللحظات هي سرعة منتصف

منتصف هذا الزمن ثم استنتاج معادلة المسافة المقطوعة في مدة الزمن ز

(١٤) المطلوب البرهنة على أن المسافات المقطوعة بجسم ساقط سقوطا مطلقا في أزمان متساوية متتالية تكون مناسبة للأعداد الفردية المتتالية على التناظر .

(١٥) المطلوب البرهنة على أن المسافة المقطوعة في مدة الزمن ز تكون مساوية لخارج قسمة فرق مربعي السرعتين في نهاية وابتداء الزمن المذكور على ضعف العجلة .

(١٦) السرعة المتوسطة في زمن معين هي المتوسط العددي للسرعتين المقطوعتين في ابتداء وانتهاء الزمن المذكور وهي مساوية للسرعة المقابلة لمنتصف هذا الزمن

(١٧) المطلوب البرهنة على أن منتصف ازدياد مربع السرعة يكون مساويا لحاصل ضرب العجلة في المسافة المقطوعة

(١٨) المطلوب معرفة الزمن الذي في نهايته يرتقي المقذوف الخارج بسرعة من أسفل الى ارتفاع ء ثم مناقشة القانون

(١٩) من بعد معلومية أن الجسم المقذوف رأسيا من اسفل الى أعلا يمر مرتين في نقطة معينة فما هو البرهان على أن سرعته في النقطة المذكورة في كل من المرتين تكون واحدة

تركيب الحركات

المتحرك لا يكون له سرعة حركة واحدة في الفراغ ولدراسة هذه الحركة تعتبر غالبا كأنها محصلة جملة حركات آنية فاذا تدحرجت كرة على ظهر سفينة سائرة في نهر فان مجموع الاوضاع التي تأخذها الكرة المذكورة على ظهر السفينة تكون هي الحركة النسبية لهذه الكرة بالنسبة للسفينة ولكن بالنسبة لراصد موجود على شاطئ النهر فان الكرة المذكورة لا تكون لها هذه الحركة النسبية فقط بل تكون لها حركة مشتركة أيضا مع السفينة وحينئذ فالحركة الحقيقية للكرة أو حركتها المطلقة يمكن اعتبارها كمحصلة حركتين آنيتين ومعرفة الحركات المركبة يوصل لتعيين الحركة المطلقة للمتحرك

ففي المثال السابق يمكن في كل لحظة معرفة وضع السفينة بالنسبة للشاطئ ووضع الكرة بالنسبة للسفينة ثم تعيين وضع الكرة في الفراغ

وعلى ذلك فيتحصل على خط السير الحقيقي للكرة وعلى النقطة التي توجد فيها على خط السير المذكور في لحظة ما وحينئذ فحركة الكرة تكون معينة تعيينا تاما والحركات المركبة يمكن تعددها فالنهر مثلا يشترك مع الارض في الحركة اليومية ويشترك معها أيضا في حركتها السنوية وهكذا

وعلى أي حال فان الحركة المطلقة للمتحرك يمكن استنتاجها دائما من الحركات المركبة وسنتكلم على بعض الحالات البسيطة لتركيب الحركات فنقول

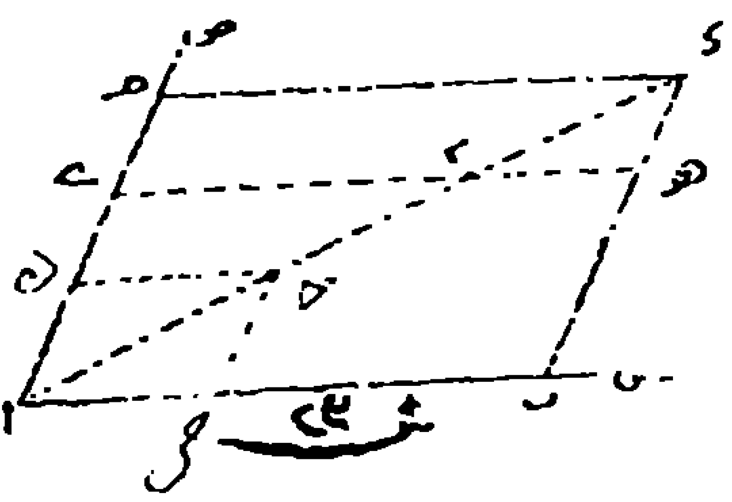
تركيب الحركات عبارة عن ايجاد حركة متحرك له جملة حركات آنية ويلزم لذلك أولا تعيين خط سير المتحرك وثانيا تعيين سرعته في كل لحظة من الحركة

الحركات المنتظمة

تركيب حركتين آنيتين مستقيمتين ومنتظمتين

متوازي أضلاع السرع

نظرية - متوازي أضلاع السرع - محصلة الحركتين الآنيتين المستقيمتين المنتظمتين هي حركة مستقيمة ومنتظمة وأن سرعة الحركة المحصلة تبين مقدارا واتجاها بقطر متوازي الأضلاع المنشأ على سرعتي الحركتين المركبتين



فاذا فرض ان نقطة مثل ا (شكل ٣) تتحرك بانتظام على المستقيم اس اثناء تحرك المستقيم المذكور بالتوازي لنفسه بحيث أنه عندما تأتي النقطة ا في نهاية الزمن ز في نقطة ب من المستقيم اس تكون النهاية ا من المستقيم المذكور قطعت بانتظام المسافة اج من المستقيم اص ويأتي المتحرك حينئذ في نقطة د ويكون $جد = اب$

فنبرهن أولا على أن المتحرك يسير من ا الى د على اتجاه القطر اد لمتوازي الأضلاع ولذلك نبحث عن وضع المتحرك في نهاية زمن ما زَ عندما يأتي المستقيم اب في الوضع حـ هـ وحينئذ يقال حيث أن الحركة منتظمة يكون

$$\frac{اح}{اج} = \frac{زَ}{ز}$$

ولكن في اثناء الزمن زَ تقطع النقطة ا المسافة س على الاتجاه اب ويكون

$$\frac{س}{اب} = \frac{زَ}{ز} \quad \text{ومنهما يحدث}$$

$$\frac{س}{اب} = \frac{اح}{اج}$$

لكن من تشابه المثلثين احم ، اجد وبناء على كون $جد = اب$ يكون

$$\frac{حم}{اب} = \frac{اح}{اج} \quad \text{وعليه يكون}$$

$$س = حم$$

وحينئذ فالنقطة ا تسير دائما على اد

وثانيا نبرهن على أن المتحرك يتحرك على القطر المذكور بانتظام

ولذلك يقال أنه من النسب $\frac{اح}{اج} = \frac{ام}{اد} = \frac{زَ}{ز}$ (شكل ٤) يرى ان نقطة ا تتحرك على اد بحركة منتظمة حيث ان المسافتين ام ، اد مناسبة لزمني قطعهما

وثالثا نبرهن على أن سرعة المتحرك تكون معينة بقطر متوازي الاضلاع المنشأ على سرعتي الحركتين المركبتين

ولذلك يقال انه اذا فرض ان اع ، اعَ يدلان على سرعتي الحركتين المركبتين فأن اع يدل على سرعة الحركة المحصلة حيث أنه عبارة عن المسافة المقطوعة في وحدة الزمن

وجميع القوانين الخاصة بمتوازي اضلاع القوى من علم الاستاتيك يمكن تطبيقها على متوازي أضلاع السرع

فحينئذ اذا

حينئذ اذا رمزنا بالرمزين ع١ ، ع٢ للسرعتين المركبتين وبالحرف ع للسرعة المحصلة يكون

$$ع^2 = ع_1^2 + ع_2^2 + ٢ ع_1 ع_2 \text{ جتا } ى$$

$$\frac{ع_1}{\text{حا } ب} = \frac{ع_2}{\text{حا } ا} = \frac{ع}{\text{حا}(ا+ب)} = \frac{ع}{\text{حا } ى}$$

نتيجة اذا كانت السرعتان على استقامة واحدة فان المحصلة تكون مساوية لمجموعها ان كانتا متجهتين في جهة واحدة ولفرقها ان كانتا متجهتين في جهتين متضادتين

كثير اضلاع السرع

اذا كان لنقطة مادية عدد حيثما اتفق من السرع الآنية فانه يمكن تعيين محصلتها بتكوين كثير اضلاع السرع كما في حالة القوى في الاستاتيك

متوازى سطوح السرع

محصلة ثلاث سرع آنية ليست موجودة في مستو واحد يمكن ايجادها بواسطة متوازى سطوح السرع كما في حالة القوى من علم الاستاتيك أيضا واذا كانت السرع المذكورة متعامدة يكون بناء على ما تقدم أيضا

$$ع^2 = ع_1^2 + ع_2^2 + ع_3^2$$

$$ع_1 = ع \text{ حتا } ا$$

$$ع_2 = ع \text{ حتا } ب$$

$$ع_3 = ع \text{ حتا } حـ$$

الحركات المنتظمة التغيير

نظرية – محصلة الحركتين الآنيتين المستقيمتين المنتظمتى العجلة الخاليتين من السرعتين الابتدائيتين هى حركة مستقيمة ومنتظمة التغيير وأن عجلة الحركة المحصلة هى قطر متوازى الاضلاع المنشأ على عجلتى الحركتين المركبتين

فاذا فرض ان نقطة ا ش٥ تتحرك على المستقيم اب بحركة منتظمة العجلة وبدون سرعة ابتدائية بحيث انها تأتى فى نقطة ب فى نهاية الزمن ز اثناء تحرك الخط اب بالتوازى لنفسه بحركة منتظمة العجلة أيضا ونهايته ا تقطع المسافة اهـ فى مدة الزمن ز المذكور فان النقطة ا تأتى فى نقطة ء فى نهاية هذا الزمن ويكون هـء = اب

فنبرهن أولا على أن المتحرك يسير من ا الى ء على القطر اء من متوازى الاضلاع ولذلك نفرض ان حـ هـ هو الوضع الذى يشغله المستقيم اب فى نهاية الزمن زَ فيكون

$$\frac{ا حـ}{ا هـ} = \frac{زَ^2}{ز^2} \quad \text{بموجب ما تقدم}$$

ولكن فى أثناء الزمن زَ المذكور يكون المتحرك قطع المسافة س على اتجاه المستقيم اب ويكون

$\frac{\text{س}}{\text{اب}} = \frac{\text{ن}^2}{\text{ن}'^2}$ ومنها يحدث

$$\frac{\text{س}}{\text{اب}} = \frac{\text{اـــ}}{\text{اح}}$$

ولكن حيث أن $\frac{\text{ـــم}}{\text{حء}}$ أو $\frac{\text{ـــم}}{\text{اب}} = \frac{\text{اـــ}}{\text{اح}}$ يكون

$$\text{س} = \text{ـــم}$$

وحينئذ فالنقطة ٢ تكون موجودة دائما على اء ويكون حينئذ خط سيرها مستقيما ومتجها فى اتجاه قطر متوازى الاضلاع ابءح

وثانيا نبرهن على أن المتحرك يتحرك بحركة منتظمة التغير

ولذلك يقال أنه من النسب $\frac{\text{ام}}{\text{اء}} = \frac{\text{اـــ}}{\text{اح}} = \frac{\text{ن}^2}{\text{ن}'^2}$ يتضح أن حركة النقطة ٢ منتظمة التغير

وثالثا نبرهن على أن عجلة المتحرك تكون مبينة بقطر متوازى الاضلاع المنشأ على عجلتى الحركتين المركبتين لانه اذا كان ن هى الوحدة الزمنية فيكون اب ، اح ، اء هى انصاف عجلات الحركتين المركبتين والحركة المحصلة

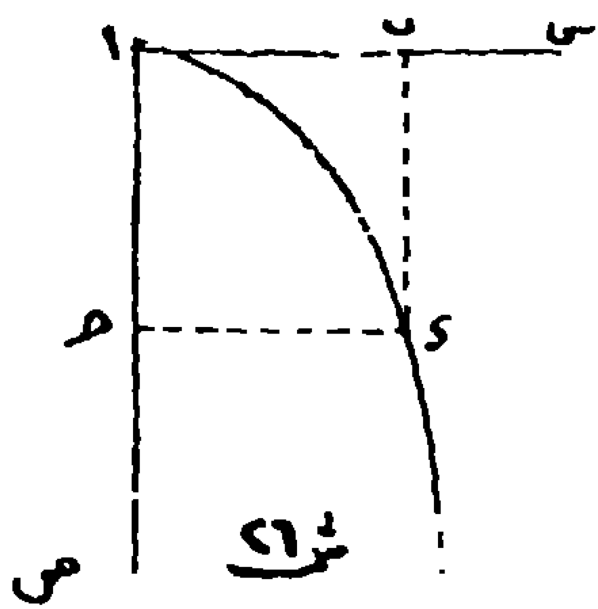
فاذا كان ب ، ب' هما عجلتا الحركتين المركبتين ، ب هى عجلة الحركة المحصلة فانه يحدث

$$\text{ث} = \text{ب}^2 + \text{ب}'^2 + 2\,\text{ب}\,\text{ب}'\ \text{جتا}\ \text{ا}$$

الحركة المنتظمة - الحركة المنتظمة التغير

حركة المقذوفات

الجسم المقذوف افقيا - اذا اعتبرت حركة متحرك محصلة حركتين آنيتين احداها منتظمة فى اتجاه الافقى اس سرعتها ع' والاخرى منتظمة العجلة فى اتجاه الرأسى اص عجلتها ح فأنه فى نهاية الزمن ن يكون المتحرك فى نقطة ء التى هى رأس المستطيل ابءح شكل ٢٦ الذى فيه



$$\text{اب} = \text{ع}'\ \text{ن} \qquad (1)$$

$$\text{اح} = \frac{\text{ح}\,\text{ن}^2}{2} \qquad (2)$$

وحينئذ من معادلة (١) يحدث

$$\text{ن} = \frac{\text{اب}}{\text{ع}'}$$

وعليه تؤول معادلة (٢) الى

$$\text{اح} = \frac{\text{ح}}{2} \times \frac{\text{اب}^2}{\text{ع}'^2}$$

ومنها يكون $\frac{\text{اب}^2}{\text{اح}} = \frac{2\,\text{ع}'^2}{\text{ح}}$ لكن $\frac{2\,\text{ع}'^2}{\text{ح}}$ كمية ثابتة

فحينئذ تكون الاحداثيات الرأسية لخط السير اء المقطوع بالمتحرك مناسبة لمربعات الاحداثيات الافقية وعليه فيكون قطعا مكافئا محوره اص ورأسه نقطة ا واذا جعل اب = ص ، اح = س ، $\frac{\text{ع}'^2}{\text{ح}} = \text{ه}$ فأن المعادلة السابقة تؤول الى $\text{ص}^2 = 2\,\text{ه}\,\text{س}$.

الجسم

الجسم المقذوف على زاوية حيثما اتفقت — اذا فرض جسم مقذوف على زاوية ى بسرعة ع وكان له حركتين آنيتين احداها منتظمة فى اتجاه اب والأخرى منتظمة التغير منسوبة للتثاقل ومتجهة من اعلاه الى اسفل بعجلتها حـ وكان المطلوب معرفة خط السير فأنه يلزم تعيين وضع المتحرك فى نهاية الزمن ن

خط السير — اذا لم يكن للمتحرك سوى السرعة ع فى نهاية الزمن ن فأنه يقطع المسافة (شكل ٢٧) الناتجة من المعادلة

$$\text{اب} = \text{ع ن}$$

ولكن فى هذه المدة يؤثر التثاقل عليه ويخفضه بكمية تعلم من القانون

$$\text{ب م} = \frac{\text{حـ ن}^2}{2}$$

وحينئذ فالمتحرك يكون موجودا فى نقطة م ويكون وضع النقطة م معينا اذا علم اء ، ءم

ولذلك نفرض أن اء = س ، ءم = ص مع ملاحظة أن ءم = ءب — بم وحينئذ يحدث

$$\text{س} = \text{ع ن جتا ى} \quad \ldots\ldots (1)$$

$$\text{ص} = \text{ع ن جا ى} - \frac{\text{حـ ن}^2}{2} \quad \ldots (2)$$ (تمثل معادلتين حدتين التسير للمتحرك)

شكل ٢٧

وبواسطة هاتين المعادلتين يمكن تعيين وضع المتحرك فى أى لحظة فاذا حذف الزمن ن من معادلتى (١) ، (٢) فانه يتحصل على معادلة خط السير هكذا :

$$\text{ص} = \text{س ظا ى} - \frac{\text{حـ س}^2}{\text{٢ع}^2\text{جتا}^2\text{ى}}$$

وهى معادلة القطع المكافئ

سعة الرمى — اذا فرض ان هـ هى النقطة التى فيها يأتى المتحرك ثانيا على الأفقى المار بنقطة الابتداء فان المسافة اهـ تسمى بسعة الرمى وفى هذه النقطة هـ يكون الاحداثى الرأسى معدوما وحينئذ يمكن ايجاد مقدار سعة الرمى بجعل ص = ٠ فى قانون (٢) والبحث فى معادلة (١) عن مقدار س المقابل له لكن متى كان ص = ٠ فيكون

$$\text{ع ن جا ى} - \frac{\text{حـ ن}^2}{2} = 0 \quad \text{أو}$$

$$\text{ن} \left(\text{ع جا ى} - \frac{\text{حـ ن}}{2}\right) = 0$$

وهذه المعادلة الاخيرة تتحقق بجعل ن = ٠

وفى هذه الحالة يكون المتحرك فى نقطة الابتداء ا التى فيها يكون الأحداثى الرأسى معدوما وتتحقق ايضا بجعل ع جا ى = $\frac{\text{حـ ن}}{2}$ الذى يكون مطابقا للنقطة هـ ولكن فى هذه الحالة

$$\text{ن} = \frac{\text{٢ع جا ى}}{\text{حـ}} \quad \ldots\ldots (3)$$

وعليه ايجاد سعة الرمى بفرض ص = ٠ فى معادلة (٢) ...

وبوضع مقدار ن هذا في معادلة (١) يتحصل

س = ع جتاى × ٢ع جاى / ج = ٢ع² جاى جتاى / ج أو

س = ع² جا٢ى / ج وهو مقدار السعة المطلوب (٤)

السعة الأعظم ما يمكن — اذا تغيرت الزاوية التي يقذف عليها المقذوف عليها بسرعة ثابتة ع فان سعة الرمي تتغير ولكن حيث أن المعامل جا٢ى يصل الى نهايته العظمى اذا كان جا٢ى = ١ وفي هذه الحالة يكون

٢ى = ٩٠° ، ى = ٤٥°

فحينئذ متى قذف المقذوف على زاوية قدرها ٤٥° فأن سعة رميه تكون أعظم ما يمكن وفي هذه الحالة قانون (٤) يؤول الى س = ع² / ج

وهي أكبر مسافة أفقية يقطعها جسم مقذوف بسرعة ع وتسمى بسعة الرمي الأعظم ما يمكن فاذا كان الجسم مقذوفا رأسيا بنفس السرعة ع فأنه يرتفع بناء على ما تقدم بالارتفاع ء = ع² / ٢ج وحينئذ فسعة الرمي الأعظم ما يمكن تكون ضعف الارتفاع الذي يرتقي اليه الجسم المذكور اذا قذف رأسيا بنفس السرعة

ارتفاع الرمي — أكبر مقدار للرأسي ص يسمى بارتفاع الرمي أو بسهم الرمي ولاجل الحصول عليه يلزم ان يبحث عن النهاية العظمى للاحداثي ص ولاجل ذلك نحل المعادلة (٢) بالنسبة للزمن ن فيحدث

ن = (ع جاى ± √(ع² جا²ى − ٢ج ص)) / ج ..... (٥)

ولكن حيث ان مقدار ن حقيقيا فيلزم أن يكون

ع² جا²ى − ٢ج ص ≥ ٠ ومنه يحدث

ص ≤ ع² جا²ى / ٢ج

وحينئذ فالنهاية العظمى لمقدار ص تكون

ص = ع² جا²ى / ٢ج .... (٦)

والمتحرك يصل الى النقطة الاعلى ما يكون في نهاية الزمن

ن = ع جاى / ج .... (٧)

ومقارنة معادلة (٧) بمعادلة (٣) يشاهد أن أكبر ارتفاع يطابق لنقطة ـ التي هي منتصف المستقيم اهـ وحينئذ فالزمن الذي يستعمله المتحرك في النزول يكون عين الزمن الذي يستعمله للصعود والمتحرك في مدتين متساويتي البعد عن الزمن المقابل للنقطة الأعلى ما يكون يكون على ارتفاع واحد لانه بناء على معادلة (٢) يرى ان الاحداثي الرأسي ص دالة بدرجة ثانية بالنسبة للزمن ن وعليه فخط السير يكون متماثلا بالنسبة الى المحور ـ ء ويكون قطعا مكافئا رأسه نقطة ء الارتفاع

الارتفاع الاعظم ما يمكن – حيث ان ارتفاع الرمى يتغير تبعا للزاوية ى فيكون نهايته عظمى اذا كان حاى = ١ أو ى = ٩٠°

وبوضع هذا المقدار فى معادلة (٦) يكون

ص أو ء = ع² / ٢ح

وحينئذ فالمقدار ع² / ٢ح يكون هو اعظم ارتفاع يرتقى اليه المقذوف بسرعة ع

تنبيه – فى حالة ما يكون ى = ٤٥° فأن جاى = ½ ويكون

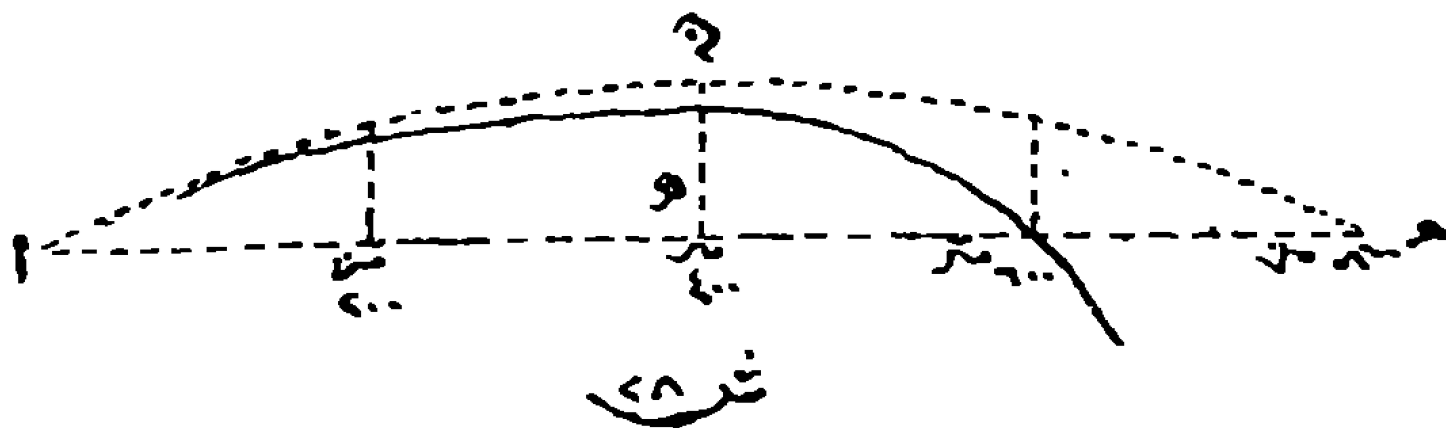
ء = ع² / ٤ح

وهو نصف مقدار الارتفاع السابق أعنى انه فى حالة ما يكون ى = ٤٥° تكون سعة الرمى أكبر من سمها بأربع مرات

حركات المقذوفات فى الهواء

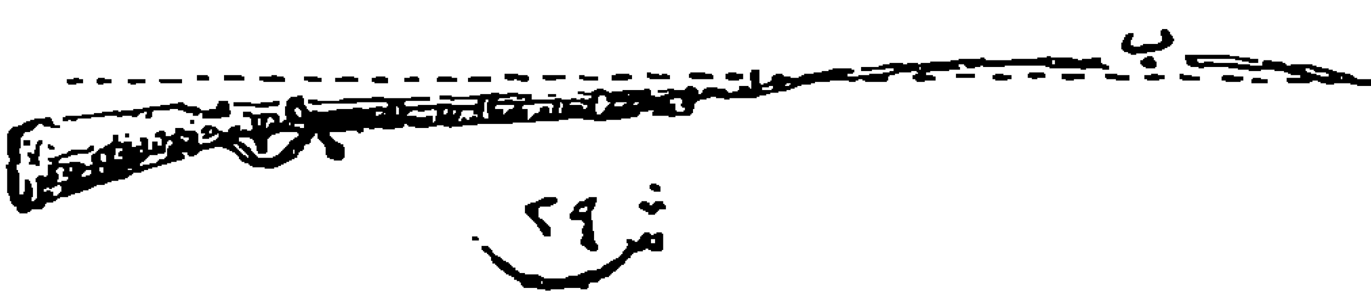
اعلم ان مقاومة الهواء تغير النتائج السابقة وتغير شكل خط السير بحدث تقليل ارتفاع الرمى وسعته والفروقات الحادثة محسوسة كما يرى من شكل ٢٨

حيث ان الخط المجزء فى الشكل المذكور يدل على خط السير النظرى والخط المتصل يدل على خط السير فى الهواء



ش ٢٨

ولاجل الوصول الى نقطة معينة ب يلزم قذف المقذوف على زاوية معينة ويتوصل لذلك بواسطة النشانجاه الذى به يمكن جعل ميل البندقية على الزاوية اللائقة



ش ٢٩

الحركات الظاهرية

تعريف – الحركة الظاهرية لنقطة ما بالنسبة لأخرى هى حركة النقطة الأولى مشاهدة لراصد واقف فى النقطة الثانية

ولأيجاد الحركة الظاهرية أو النسبية تستعمل القاعدة الآتية المنسوبة الى المعلم غليلى

قاعدة الحركات النسبية – الحركات النسبية لجملة نقط لا تتغير اذا اعطى للجملة المذكورة حركة انتقالية حيثما اتفقت

وهذه القاعدة المحققة بنتائجها تعتبر بديهية فى علم الميكانيكا

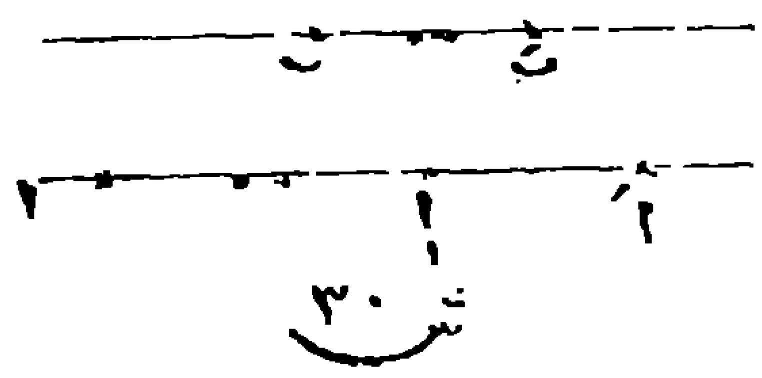
فاذا فرض ان ا ، ب نقطتان متحركتان وكان المطلوب ايجاد الحركة الظاهرية لنقطة ا بالنسبة لنقطة ب يعطى للمجموعة حركة انتقالية مساوية ومضادة لحركة نقطة ب وحينئذ فالحركة النسبية لا تتغير بناء على ما ذكر وعلى هذا فنقطة ب تبقى ساكنة وأما نقطة ا فتكون لها حركتان آنيتان

احداهما حركتها الخاصة والثانية الحركة الانتقالية وحينئذ محصلة هاتين الحركتين تكون هي الحركة الظاهرية المطلوبة

وقد تسمى حركة النقطة الموجود بها الراصد بالحركة الجاذبة

ولنبحث الآن بواسطة هذه الطريقة عن بعض حركات نسبية بسيطة جدا بفرض ان حركات النقط منتظمة

الحركة النسبية لنقطتين متحركتين على مستقيمين متوازيين - أولا متى كانت الحركتان متحدتي الجهة وفرض ان نقطة ا شكل ٣٠ قطعت في زمن ما المسافة اا َ بحركة منتظمة وأن ب نقطة أخرى قطعت في نفس الزمن بحركة منتظمة المسافة ب بَ وأن المستقيمين اا َ ، ب بَ متوازيان وكان المطلوب ايجاد الحركة النسبية لنقطة ا بالنسبة لنقطة ب فتثبت نقطة ب باعطاء المجموع حركة انتقالية مساوية ومضادة لحركة النقطة ب

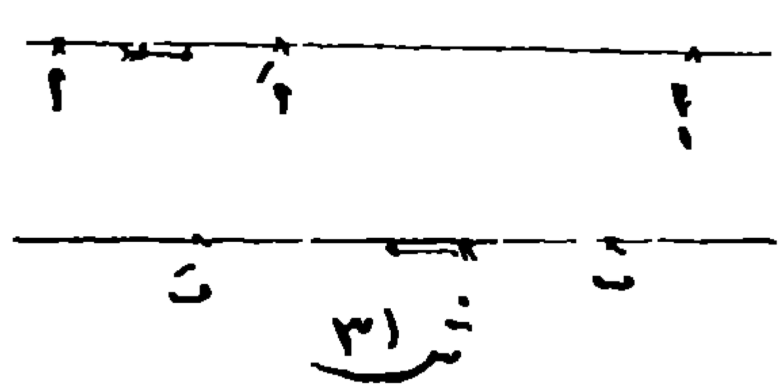


وحينئذ في نهاية الزمن ز المفروض تصل نقطة ا الى اَ بحركتها الخاصة ولكن بسبب الحركة الانتقالية تكون نقطة اَ قد انتقلت الى اً بحيث يكون اً اَ = ب بَ وحينئذ تكون نقطة ا قد قطعت المسافة اا ً واذا اعتبر أن الزمن مساوٍ لثانية واحدة فالطول اا ً يكون دالا على سرعة الحركة النسبية وعليه اذا رمز بحرف ع لسرعة الحركة النسبية المذكورة وبحرفي ع ، عَ لسرعتي نقطتي ا ، ب يكون

$$ع = ع - عَ$$

وحينئذ فحالة ما تكون الحركتان في جهة واحدة تكون السرعة النسبية مساوية للفرق بين السرعتين المطلقتين

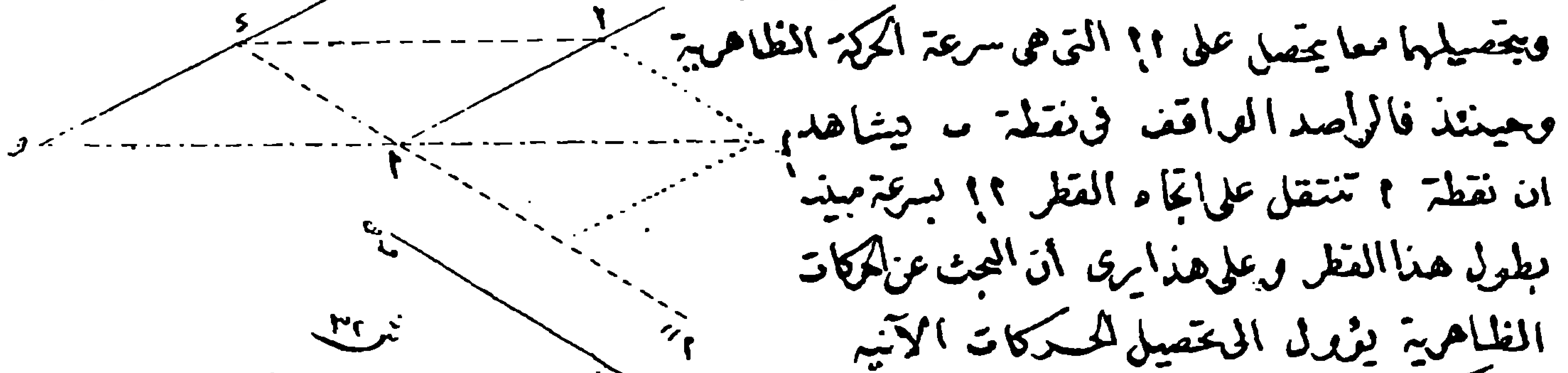
وثانيا - متى كانت الحركتان متضادتي الجهة وفرض ان اا َ ، ب بَ سرعتا المتحركين وكان المطلوب ايجاد السرعة الظاهرية لنقطة ا بالنسبة لنقطة ب فنعطي المجموع حركة انتقالية مساوية ومضادة لحركة النقطة ب وحينئذ فنقطة ب تصير ساكنة ونقطة ا تكون قد قطعت المسافة اا َ بحركتها الخاصة ، اَ اً = ب بَ بسبب الحركة الانتقالية وحينئذ تكون نقطة ا قد قطعت المسافة اا ً وعليه يكون



$$ع = ع + عَ$$

وينتج من ذلك أنه متى كانت الحركتان مختلفتي الجهة تكون السرعة النسبية مساوية لمجموع السرعتين المطلقتين وهذا ما يوضح السرعة العظيمة التي يشاهدها ركاب قطارين سائرين في جهتين متضادتين

الحركة الظاهرية لنقطتين متحركتين على مستقيمين حيثما اتفق — اذا فرض أن ٢٢ ، ب ب سرعتا الحركتين المطلقتين لنقطتي ٢ ، ب فتعطى المجموعة الحركة الانتقالية التي تثبت نقطة ب وحينئذ تكون نقطة ٢ لها سرعتان احداها ٢٢ وهي سرعتها الخاصة والثانية ٢٢ً وهي السرعة الانتقالية وبتحصيلهما معا يحصل على ٢؟ التي هي سرعة الحركة الظاهرية



وحينئذ فالراصد الواقف في نقطة ب يشاهد ان نقطة ٢ تنتقل على اتجاه القطر ٢؟ بسرعة مبينة بطول هذا القطر وعلى هذا يرى أن البحث عن الحركات الظاهرية يؤول الى تحصيل الحركات الآتية

ولنذكر الارتباطات الواقعة بين السرعة النسبية والسرعة المطلقة لنقطة مادية متحركة وبين سرعة نقطة الابتداء أى النقطة المنسوب اليها الحركة النسبية فنقول

أولا أن السرعة النسبية هي محصلة السرعة المطلقة للنقطة المادية المتحركة وسرعة نقطة الابتداء مأخوذة في الجهة المضادة

وثانيا — اذا مد ٢٢ً من جهة ٢ على استقامته وأخذ عليه ٢ء = ٢٢ً فأن ٢ء يكون عبارة عن سرعة نقطة الابتداء فاذا وصل ؟ء يكون ٢ء؟؟ متوازى اضلاع ويكون ٢؟ قطراً له وينتج ان السرعة المطلقة للنقطة المتحركة تكون محصلة السرعة النسبية وسرعة نقطة الابتداء مأخوذة في الجهة الأصلية لها

وثالثا — اذا مد ٢؟ على استقامته من جهة ٢ وأخذ عليه ٢و = ٢؟ ووصل مستقيم وء فأن ٢ء يكون قطرا لمتوازى الاضلاع ٢٢ ء و وتكون حينئذ سرعة نقطة الابتداء محصلة السرعة المطلقة للنقطة المتحركة والسرعة النسبية مأخوذة في الجهة المضادة

في انتقال الحركات

تنقسم الحركات الأصلية الى أربعة أقسام كالآتي

الأول الحركة المستقيمة المستمرة

الثاني الحركة المستقيمة المترددة

الثالث الحركة المستديرة المستمرة

الرابع الحركة المستديرة المترددة

وكل من الحركات المذكورة يمكن نقله الى حركة أخرى من جنسه اومغايرة له وهذا يؤدى الى ستة عشر انتقالا للحركة كل منها يحصل بطرق مختلفة بحسب النتيجة المطلوبة

ويمكن بيان الانتقالات الستة عشر كالآتي

حركة مستقيمة مستمرة ｛ الى حركة مستقيمة ｛ مستمرة / مترددة ؛ الى حركة مستديرة ｛ مستمرة / مترددة

حركة مستقيمة مترددة ｛ الى حركة مستقيمة ｛ مستمرة / مترددة ؛ الى حركة مستديرة ｛ مستمرة / مترددة

حركة مستديرة مستمرة ｛ الى حركة مستقيمة ｛ مستمرة / مترددة ؛ الى حركة مستديرة ｛ مستمرة / مترددة

حركة مستديرة مترددة ｛ الى حركة مستقيمة ｛ مستمرة / مترددة ؛ الى حركة مستديرة ｛ مستمرة / مترددة

وهذه الحركات تستعمل فى الآلات الميكانيكية وغيرها بحسب لزومها ويتخذ لها الاعضاء اللازمة لامكان حصولها فمثلا لنقل الحركة المستديرة المستمرة الى حركة مستديرة مستمرة تستعمل السيور والطنابير والطنابير المدرجة والاسطوانات المحتكة مع بعضها والتعاشيق الاسطوانية والمخروطية والتعاشيق ذات الفانوس وغير ذلك ولنقل الحركة المستقيمة المترددة الى حركة مستديرة مستمرة تستعمل الاذرعة والمنويلات ومتوازى اضلاع وات والبلانسيه

ولنقل الحركة المستديرة المستمرة الى حركة مستقيمة مترددة تستعمل الاكسنتريكات

ولنقل الحركة المستديرة المستمرة الى حركة مستقيمة مستمرة تستعمل البريمات والملاوفيف

ولنقل الحركة المستقيمة المستمرة الى حركة مستقيمة مستمرة يستعمل البكر والاحبال وهكذا

تمرينات

(١) المطلوب تحصيل حركتين منحنيتين

(٢) اذا قذف جسم على زاوية قدرها ى بسرعة قدرها ع فما هو اتجاهه ومقدار سرعته فى نهاية الزمن ز واجراء المناقشة

(٣) على اى زاوية يمكن قذف جسم بسرعة ع بحيث يصل نقطة احداثياها ده، ك وتحديد نقط المستوى الذى يمكن ان يصله المقذوف وتعيين القطع المكافئ المحقق للعمل

(٤) ما مقدار السرعة التى قذف بها مقذوف افقيا بعد معلومية أنه قطع افقيا مسافة قدرها ء ورأسيا مسافة قدرها هـ

(٥) المطلوب ايجاد الحركة النسبية لنقطة ا بالنسبة لنقطة ب فى الأحوال الآتية
أولا بفرض ان نقطة ا هى المتحركة فقط
ثانيا بفرض ان نقطة ا ثابتة ونقطة ب هى المتحركة
ثالثا بفرض ان نقطة ا تسقط رأسيا بحركة منتظمة العجلة ونقطة ب تتحرك افقيا بحركة منتظمة

(٦) سفينة تتقدم فى اتجاه ما بسرعة قدرها ع وأن الريح متجهة فى اتجاه آخر بسرعة عَ والمطلوب معرفة الاتجاه الذى يأخذه دليل الرياح

(٧) المطلوب معرفة الحركة الظاهرية لنقطة ثابتة بالنسبة لنقطة أخرى خط سيرها مضلع

(٨) المطلوب معرفة الحركة الظاهرية للشمس مشاهدة من سطح الأرض

(٩) اذا كان متحركان يتحركان على مضلعين مختلفين فما تكون الحركة النسبية لأحدهما بالنسبة للآخر

(١٠) المطلوب معرفة الحركة الظاهرية لكوكب مشاهد من سطح الأرض

الديناميك

القواعد الأساسية

الديناميك علم يبحث فيه عن الارتباطات الواقعة بين القوى وبين الحركات التى تحدثها
قوانين علم الديناميك مؤسسة على أربع قواعد اساسية ناتجة من مشاهدة الظواهر
وهذه القواعد لم تكن بديهية فى مبدأ الامر بل أن رجالا من العلماء مثل كيبلير وغليلى ونوتون هم الذين استكشفوها من بين الحركات المختلفة التى نشاهدها وتلك القواعد لا يمكن تحقيقها مباشرة بل انها تحقق بالمطابقة الحاصلة بين نتائجها وبين الحركات المشاهدة

القاعدة الاولى ـ القصور الذاتى
(كيبلير)

قاعدة القصور الذاتى ـ أولا أن النقطة المادية الساكنة لا يمكن ان تحرك من نفسها وثانيا أن النقطة المادية المتحركة لا يمكن من نفسها ان تغير سرعتها مقدارا واتجاها وحينئذ فتكون حركتها مستقيمة ومنتظمة ان لم تقاوم بتأثير خارجى

ويمكن التسليم بالجزء الأول من قاعدة القصور الذاتى وأما الجزء الثانى فيرى أنه مناقض لما هو مشاهد للعيان حيث ان سرعة جميع الأجسام التى يصير تحركها تتناقص الى ان تنعدم ولكن يلزم أن يفهم ان ذلك ناشئ عن الاحتكاك ومقاومة الاوساط وهكذا اذ أنه بمجرد تقليل تأثير هذه الأسباب المقاومة تطول مدة الحركة عما كانت قبلا ويعلم من ذلك حينئذ أنه اذا أمكن اعدام تلك المقاومات فأن السرعة تصير ثابتة

وينتج من قاعدة القصور الذاتى مباشرة امران

الأول أن حركة نقطة مادية يلزم ان تكون ناشئة عن اسباب خارجية مؤثرة على هذه النقطة أو سبق تأثيرها عليها

الثانى ان كل نقطة لا يقع عليها ادنى تأثير خارجى تكون ساكنة أو ذات حركة مستقيمة منتظمة

أما الانسان والحيوانات فتتحرك بالارادة لأنه يوجد فيهم أمر غير مادى وغير منقاد لقوانين القصور الذاتى

والقصور الذاتى للمادة يوضح ظواهر عديدة منها أن الأنسان الواقف فى عربة سارت فجأة يميل للوقوع فى الجهة العكسية لحركة العربة حيث ان قدميه مجذوبان بالعربة وجزءه العلوى مائل للبقاء فى محله ويحصل عكس ذلك اذا وقفت العربة دفعة واحدة

ومنها أنه اذا نقل بدون احتراس اناء مملوء بالماء فان الماء يندفق فى الجهة العكسية لحركة الأناء المذكور

ومنها حصول الخطر عند الوثوب بدون احتراس من عربة سائرة لأنه عندما تلامس الأرجل سطح الأرض يكون الجزء العلوى من الجسم مستمرا فى الحركة بالسرعة المكتسبة ويحصل تصادمه مع الأرض بقوة تكون عظيمة كلما كانت الحركة سريعة

ومنها لتثبيت القدوم فى نصابه يلزم طرق النصاب المذكور فى مانع ثابت وحينئذ فالقدوم يستمر فى الحركة مع زنق الياف خشب النصاب

واخيرا فالقصور الذاتى ايضا هو الذى يوضح لنا اسباب المصائب الجسيمة الناشئة عن تصادم سفينتين أو قطارين متحركين بسرعتين عظيمتين

القاعدة الثانية - الفعل ورد الفعل

(نوتون)

التساوى بين الفعل ورد الفعل - اذا أثرت نقطة مادية على نقطة مادية اخرى فأن النقطة الأخيرة تؤثر على الأولى بقوة مساوية ومضادة للتأثير الواقع عليها منها

وباستعمال نص منطوق نوتون يقال ان رد الفعل يكون دائما مساويا للفعل ومخالفا له فى الجهة فمثلا اذا ضغط باليد على طاولة فأنه يستشعر بحصول رد فعل من الطاولة المذكورة على اليد

واذا

واذا أوثق السفينة على شيئ ثابت فى الشاطئ بواسطة حبل فان السفينة المذكورة تقرب من الشيئ المذكور كما لو كان جذب تلك السفينة حاصلا من الشاطئ بقوة مساوية ومضادة للأولى فهذه القوة الأخيرة التى ترى أنها آتية من الشيئ الثابت هى عبارة عن رد الفعل

واذا لم تحدث الأرض رد فعل مائل فلا يتيسر السير عليها كما يتضح ذلك من الصعوبة التى تنشأ من السير على أرض رخوة أو على سطح أملس

والالتصاق الحاصل بين عجل وابور اللوكوموتيف وبين قضبان السكة الحديد هو السبب فى امكان سير اللوكوموتيف عليها وجذب القطر معه

تنبيه بناء على قاعدة القصور الذاتى تكون كل قوة مؤثرة على نقطة مادية مثل ا صادرة من نقطة مادية أخرى مثل ب وحينئذ بناء على القاعدة الحالية تكون نقطة ب متأثرة دائما بقوة صادرة من نقطة ا وعلى هذا فهاتان القوتان وهما تأثير نقطة ب على ا ورد فعل نقطة ا على ب تكونان متساويتين ومختلفتى الجهة ومتجهتين فى اتجاه المستقيم اب وزيادة على ذلك تكون هاتان القوتان قوتى جذب أو دفع على حسب كونهما تميلان لتنقيص المسافة اب أو لازديادها

القاعدة الثالثة - الحركة النسبية
(غليلى)

عدم تعلق حالة سكون أو حركة جسم بتأثير القوة الواقعة عليه - تأثير أى قوة على نقطة مادية لا يتعلق بالحركة المكتسبة من قبل بهذه النقطة وهذه القاعدة تسمى غالبا بقانون الحركة النسبية لانه بناء على هذه القاعدة متى كانت جملة غير متغيرة ونقطة غير مرتبطة بها متحركتين حركة واحدة انتقالية مستقيمة ومنتظمة ثم تأثرت النقطة المذكورة بقوة فالحركة التى تأخذها بالنسبة للجملة المذكورة اعنى حركتها النسبية تكون عين الحركة التى تأخذها تلك النقطة لو كانت النقطة والجملة المذكورتين ساكنتين فى الأصل

وبعبارة أخرى يقال ان الحركة النسبية غير متعلقة بحركة الجذب وسنشتغل بدراسة بعض أحوال مهمة مستنتجة من هذه القاعدة فنقول

الحركة الناشئة من قوة ثابتة

تعريف - القوة تكون ثابتة متى كان اتجاهها وشدتها ثابتين وقد توجد ثلاث حالات مختلفة بحسب ما تكون النقطة المادية خارجة من السكون أو لها سرعة ابتدائية فى اتجاه القوة او كان اتجاه السرعة الابتدائية المذكورة حيثما اتفق

ففى الحالتين الأوليين ينشأ عن القوة الثابتة حركة مستقيمة منتظمة التغير

الحالة الأولى - النقطة المادية خارجة من السكون - القوة الثابتة المؤثرة على نقطة مادية مطلقة خارجة من السكون تحدث لها حركة مستقيمة منتظمة الجملة

لأنه اذا فرض ان ع هي السرعة الناتجة من تأثير القوة الثابتة على النقطة المادية في نهاية الوحدة الأولى من الزمن ثم انعدم تأثير القوة في هذه اللحظة

فبناء على قاعدة القصور الذاتي تستمر النقطة المذكورة في التحرك بحركة منتظمة سرعتها ع ولكن بتأثير القوة في مدة الوحدة الثانية من الزمن يكون للمتحرك سرعة جديدة ع حيث أن القوة تؤثر على النقطة المادية كما لو كانت ساكنة وبضم هذه السرعة الجديدة الى السرعة المكتسبة تكون سرعة المتحرك في نهاية وحدتين من الزمن هي ٢ع وبالمثل في نهاية ثلاث وحدات من الزمن تكون السرعة مساوية الى ٣ع وحينئذ اذا رمزنا بالرمز عن للسرعة في نهاية ن وحدات من الزمن قدرها ن يكون

$$ع_ن = ن ع$$

أعني ان السرعة تكون مناسبة للزمن وعليه فتكون الحركة منتظمة العجلة وحيث ان القوة ثابتة الاتجاه فتكون الحركة مستقيمة

الحالة الثانية ـ النقطة المادية لها سرعة ابتدائية متجهة جهة القوة ـ متى كانت نقطة مادية لها سرعة ابتدائية واقع عليها قوة ثابتة في اتجاه السرعة المذكورة تكون حركة تلك النقطة مستقيمة ومنتظمة التغير وحيث ان هذه القوة يمكن ان تؤثر في جهة السرعة الابتدائية أو في الجهة المضادة فيقال

أولا ـ اذا كانت القوة متجهة في جهة السرعة الابتدائية تكون الحركة منتظمة العجلة

لانه اذا كانت ا هي السرعة الابتدائية ، ب السرعة التي يكتسبها المتحرك في نهاية ثانية واحدة بتأثير القوة المذكورة فبالبرهنة كما في الحالة الأولى يرى ان السرعة ع في نهاية الثانية الأولى تتركب من السرعة الابتدائية ا ومن السرعة ب ويكون

$$ع_١ = ا + ب \quad ،$$

$$ع_٢ = ا + ٢ب \quad ،$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots \quad ،$$

$$ع_ن = ا + ن ب$$

وعلى هذا فتكون الحركة منتظمة العجلة وعجلتها ب

وثانيا ـ اذا كانت القوة متجهة في جهة مضادة لجهة السرعة الابتدائية تكون الحركة منتظمة التقصير

لانه حيث كانت العجلة متجهة في جهة مضادة لجهة السرعة الابتدائية فيلزم تغيير ب بالمقدار ـ ب في القوانين السابقة وحينئذ يكون

$$ع_١ = ا - ب \quad ،$$

$$ع_٢ = ا - ٢ب \quad ،$$

$$\ldots\ldots\ldots \quad ،$$

$$ع_ن = ا - ن ب$$

وهذا

وهذا القانون الأخير هو قانون سرعة حركة منتظمة المتغير عجلتها ـ ب

وبالعكس اذا كان لنقطة مادية حركة مستقيمة ومنتظمة التغير تكون تلك النقطة متأثرة بقوة ثابتة متجهة في اتجاه الحركة المذكورة لأنه حيث كانت الحركة غير منتظمة فالمتحرك بناء على قاعدة القصور الذاتي يكون متأثرا على الدوام بقوة وهذه القوة تكون ثابتة والا فالعجلة تتزايد أو تتناقص تبعا للقوة المذكورة وتكون أيضا في اتجاه حركة المتحرك لأنه اذا كان للقوة في لحظة ما اتجاه مغاير لاتجاه الحركة المذكورة فالمتحرك يتبع محصلة الحركة الناشئة من القوة مع الحركة السابقة ولا يتبع حينئذ اتجاه حركته الأصلية وهذا مخالف للغرض

وعلى هذا متى كانت الحركة عجلية فالقوة تكون في جهة السرعة الابتدائية ومتى كانت تقصيرية فتكون القوة في الجهة المضادة

تنبيهان

الأول ـ التثاقل قوة ثابته ـ لأنه قد شوهد فيما تقدم ان حركة جسم ساقط في الفراغ بتأثير التثاقل منتظمة العجلة وحينئذ فثقل الجسم يؤثر في كل مكان كقوة ثابتة

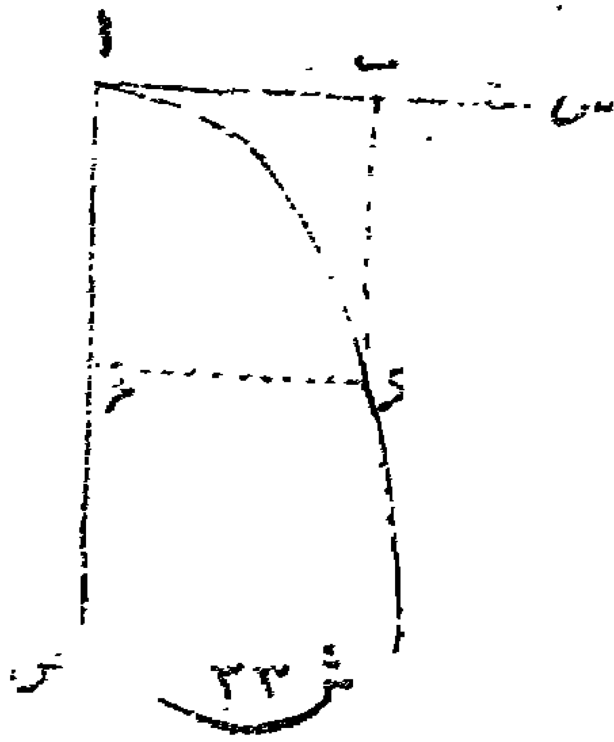
الثاني ـ كل قوة تؤثر بمفردها على جسم لا يمكن ان تحدث له حركة منتظمة لأن الحركة المستقيمة المنتظمة يمكن ان تنتج أولا من قوة انقطع تأثيرها بحيث ان الجسم يستمر بعد ذلك في التحرك بناء على سرعته المكتسبه وثانيا من استمرار انعدام عجلة القوة المحركة بتأثير الاحتكاك أو بسبب آخر

ويفهم من ذلك حينئذ انه اذا كان جسم متحرك بانتظام فلا يكون متأثرا بادنى قوة أو أن القوى الواقعة عليه تكون متزنة

وهذا ما يعبر عنه بالموازن الديناميكي في مقابلة التوازن الاستاتيكي الذي يستلزم ان يكون الجسم ساكنا

وحينئذ لأجل ان يكون للعربة سرعة منتظمة على طريق افقي يلزم ان يحدث المحرك بالاستمرار جذبا مساويا للمقاومات اللازم ان تتغلب عليها لانه لو كان الجذب اكبر من المقاومات المذكورة لكانت الحركة عجلية

ولا يخفى أن التأثير اللازم حصوله يتناقص كلما نقص الاحتكاك كما هو مشاهد بالنسبة للعربات التي تسير على قضبان من الحديد



الحالة الثالثة ـ السرعة الابتدائية ليست في اتجاه القوة

اذا فرض مثلا نقطة مادية ثقيلة مقذوفة في اتجاه غير رأسي ا ب كما في شكل ٣٣ يقال أنه لو لم تكن النقطة ثقيلة لتحركت بناء على السرعة الابتدائية حركة مستقيمة منتظمة كما تقدم وانه اذا سقطت تلك النقطة بتأثير التثاقل فقط لكانت حركتها

مستقيمة ومنتظمة التغير كما تقدم أيضا
ولكن بناء على القاعدة الثالثة هاتان الحركتان توجدان في آن واحد بدون أن تؤثر إحداهما على الأخرى وحينئذ فتحصل الحركة الحقيقية للمقذوف على فرض أنه ساقط على اتجاه الخط الرأسي اح مع اعتبار انتقال الرأسي المذكور بالتوازي لنفسه بحيث ان النقطة ا المذكورة تقطع المستقيم اب بحركة منتظمة سرعتها السرعة الابتدائية أعني انه بتحصيل الحركة المستقيمة المحدودة بالسرعة الابتدائية مع الحركة المستقيمة المنتظمة التغير الناتجة من التثاقل كما تقدم يكون خط السير التابع قطعا مكافئا

تنبيهان

الأول ـ اعلم ان سرعة المتحرك المذكور في لحظة ما هي محصلة سرعة الحركة المنتظمة وسرعة الحركة المتغيرة في اللحظة المذكورة

الثاني ـ حيث انه عند انعدام تأثير القوة في لحظة ما تصير الحركة مستقيمة ومنتظمة فتكون سرعة المتحرك في لحظة ما عين سرعة الحركة المنتظمة التالية للحركة المتغيرة في تلك اللحظة التي ينقطع فيها تأثير القوة

القاعدة الرابعة

(غليلي)

عدم تعلق تأثيرات القوى الآنية ببعضها ـ اعني انه اذا اثرت جملة قوى آنية على نقطة مادية فتأثير كل منها يكون حاصلا كما لو كانت كل قوة مؤثرة بمفردها
وحينئذ اذا خرج المتحرك من السكون فالحركة الناتجة من تلك القوى الآنية تحصل بناء على ما تقدم بتركيب الحركات المختلفة المستقيمة والمنتظمة التغير الناتجة من القوى المذكورة كما لو كان كل منها مؤثر بمفرده وعليه فتكون الحركة المحصلة مستقيمة ومنتظمة التغير وعجلتها محصلة عجلات الحركات المركبة لها وهذه الحركة الأخيرة تكون بالضبط هي حركة محصلة القوى الآنية المذكورة المحصلة بناء على قاعدة كثير اضلاع القوى اذا اثرت تلك المحصلة بمفردها على النقطة المادية المفروضة

تنبيهان

الأول ـ اذا كان للنقطة المادية سرعة ابتدائية فتحصل حركتها بتركيب الحركة المستقيمة المنتظمة المقابلة لتلك السرعة الابتدائية مع الحركة المستقيمة المنتظمة التغير التي عجلتها لها محصلة القوى الواقعة عليها عندما تكون تلك النقطة خارجة من السكون

الثاني ـ اذا كانت محصلة القوى الواقعة على النقطة المادية معدومة فتأثيرات تلك القوى يمحو بعضها بعضا والنقطة المادية تصير كما لو كانت غير متأثرة بأدنى قوة
فأن لم يكن للنقطة المادية المذكورة سرعة ابتدائية فأنها تسكن والقوى الواقعة عليها لا تحدث لها أدنى حركة وتكون متزنة توازنا استاتيكيا

وان كان

وان كان لتلك النقطة سرعة ابتدائية فأنها تكون متحركة حركة مستقيمة منتظمة والقوى المذكورة لا تغير حركتها وتكون متزنة توازنا ديناميكيا

ومن القاعدة الرابعة المذكورة يستنتج التقدير الديناميكى للقوى

التقدير الديناميكى للقوى

قد تقدم فى علم الاستاتيك كيفية تقدير القوى بالديناموميتر الذى يقتضى فيه ان تكون تلك القوى متزنة وسنرى أن الحركة الناتجة من هذه القوى تؤدى أيضا الى تعيين شدتها اعنى نسبتها الى الكيلوجرام فى التناسب الحاصل بين القوى الثابتة وبين العجلات - نظرية - النسبة بين القوتين الثابتتين الواقعتين بالتوالى على نقطة مادية واحدة كالنسبة بين العجلتين الناتجتين منهما

أعنى اذا كان ق ، قَ قوتين ثابتتين ، و ، وَ العجلتين الناتجتين منهما متى اثرتا على نقطة مادية واحدة على التوالى يكون

ق : قَ :: و : وَ

لانه اذا كان للقوتين ق ، قَ المذكورتين مقياس مشترك قدره ه يكون

ق = ن ه ،

قَ = نَ ه ومنها يحدث

ق/قَ = ن/نَ

واذا فرض ان وِ هى العجلة الناتجة من القوة الثابتة ه الواقعة على النقطة المفروضة فأن العدد ن من القوى ه الواقعة فى آن واحد على تلك النقطة يحدث بناء على القاعدة الرابعة عجلة قدرها ن وِ وحينئذ فالعجلة و الناتجة من القوة ق تكون مساوية الى ن وِ والعجلة وَ الناتجة من القوة قَ تكون حينئذ مساوية الى نَ وِ اعنى يكون

و = ن وِ ، وَ = نَ وِ ومنها يحدث

و/وَ = ن/نَ وعليه يكون

ق/قَ = و/وَ وهو المطلوب برهانه

وحيث ان هذه النظرية حقيقية مهما كان صغر مقدار المقياس المشترك ه فيمكن البرهنة على صحتها أيضا اذا لم يكن للقوتين ق ، قَ مقياس مشترك فنقول

نفرض ان ق = ن ه ، و = ن وِ

وحيث أنه فى هذه الحالة لا تشتمل القوة قَ على عدد صحيح من القوى الجزئية ه فحينئذ يكون مقدارها محصورا بين عددين صحيحين متواليين رمزهما نَ ، نَ + ١ من القوى الجزئية المذكورة وبناء عليه يكون

نَ ه < قَ < (نَ + ١) ه

وبالقسمة على قه = ن به يحدث

$$\frac{\text{نَ}}{\text{ن}} < \frac{\text{قَ}}{\text{قه}} < \frac{\text{نَ}+1}{\text{ن}}$$

وحيث ان عجلة القوة نَ به تساوى نَ و وعجلة القوة (نَ +١) به تساوى (نَ +١) و فتكون العجلة وَ للقوة قَ محصورة ايضا بين العجلتين المذكورتين ويكون

$$\text{نَ و} < \text{وَ} < (\text{نَ}+1)\ \text{و}$$

وبالقسمة على و = ن و يحدث

$$\frac{\text{نَ}}{\text{ن}} < \frac{\text{وَ}}{\text{و}} < \frac{\text{نَ}+1}{\text{ن}}$$

ويرى من ذلك ان النسبتين $\frac{\text{قَ}}{\text{قه}}$ ، $\frac{\text{وَ}}{\text{و}}$ محصورتان بين النهايتين $\frac{\text{نَ}}{\text{ن}}$ ، $\frac{\text{نَ}+1}{\text{ن}}$ اللتين لا تفترقان عن بعضهما الا بمقدار يساوى $\frac{1}{\text{ن}}$ وهذا المقدار صغير بقدر ما يراد حيث ان ن عدد اختيارى وبناء عليه تكون النسبتان $\frac{\text{قَ}}{\text{قه}}$ ، $\frac{\text{وَ}}{\text{و}}$ متساويتين بالضبط اعنى يكون

$$\frac{\text{قه}}{\text{قَه}} = \frac{\text{و}}{\text{وَ}} \quad \text{وهو المطلوب}$$

يمكن تحقيق هذه النظرية المهمة بواسطة آلة آتود بان يوقع بالتوالى ثقلان اضافيان مختلفان على ثقل كلى واحد وتعين عجلة الحركة الحادثة من كل تجربة بملاحظة ان هذه العجلة تكون مساوية ضعف المسافة المقطوعة فى مدة الثانية الاولى من السقوط

لاجل ذلك نأخذ ابتداء ثقلين كل منهما مساوٍ الى ه وثقلا آخر اضافيا قَ ونفرض ان العجلة المتحصلة هى و ثم نأخذ ايضا ثقلين كل منهما مساو الى ﻫَ وثقلا آخر اضافيا قً بحيث يكون

$$2\ \text{هَ} + \text{قً} = 2\ \text{ه} + \text{قَ}$$

ونفرض ان العجلة الجديدة المتحصلة هى وً (بملاحظة ان الثقل الكلى المستعمل فى كلتا التجربتين هو احد الثقلين ٢ هَ ، ٢ ه) وحيث ان القوتين قَ ، قً حركتا على التوالى ثقلا كليا واحدا اى انهما اثرتا على جسم واحد على التوالى فيكفى ان يتحقق من ان نسبة هاتين القوتين الى بعضهما كنسبة العجلتين الحادثتين منهما ولذلك يلزم حساب المقدار الرقمى لكل من هاتين النسبتين $\frac{\text{قَ}}{\text{قً}}$ ، $\frac{\text{و}}{\text{وً}}$ والتأكد من تساوى الناتجين المتحصلين

نظرية — النسبة بين القوى المؤثرة على جسم ما وبين العجلات التى تحدثها له ثابتة

وللبرهنة على ذلك يقال حيث انه علم مما تقدم ان نسبة القوى الى بعضها كنسبة العجلات فيكون

$$\frac{\text{قه}}{\text{قَه}} = \frac{\text{و}}{\text{وَ}} \quad \text{أو يكون} \quad \frac{\text{قه}}{\text{و}} = \frac{\text{قَه}}{\text{وَ}}$$

واذا اثر على الجسم المفروض بقوة اخرى قً فانه يكون ايضا

$$\frac{\text{قه}}{\text{و}} = \frac{\text{قَه}}{\text{وَ}} = \frac{\text{قًه}}{\text{وً}}$$

ويفهم من ذلك ان القوى الواقعة على جسم واحد تناسب العجلات التى تحدثها له وهو المطلوب

فاذا كانت احدى هذه القوى هى ثقل الجسم فالعجلة تكون ح ويحدث

$$\frac{\text{قه}}{\text{و}} =$$

$\frac{ق}{و} = \frac{ث}{ج}$ ومنها يحدث

$ق = \frac{ث}{ج} و$

المجسم

تعريف — مجسم الجسم هو النسبة الثابتة بين شدة القوة المؤثرة على الجسم المذكور وبين العجلة التى تحدثها له تلك القوة وهذه النسبة الثابتة للجسم الواحد والمتغيرة من جسم الى آخر لها أهمية عظيمة فى علم الميكانيك

فاذا رمزنا بحرف م لمجسم الجسم فبناء على التعريف يكون

$م = \frac{ق}{و}$ ومنه يحدث

$ق = م و$

أعنى ان القوة تساوى حاصل ضرب مجسم الجسم المؤثرة عليه فى عجلة الحركة التى تحدثها له ومتى كانت القوة المفروضة هى ثقل الجسم فأنه يكون

$م = \frac{ث}{ج}$

ولكن حيث ان ثقل الجسم مبين بالكيلوجرامات وعجلة التثاقل مبينة بالأمتار فلاجل ايجاد النسبة بين هذين العددين يلزم اعتبارهما مبهمين وحينئذ فيكون المجسم عددا مبهما كذلك

تنبيهان

الأول — مجسمات الاجسام تكون مناسبة لاثقالها فى المحل الواحد من سطح الأرض لأنه من المعادلة $م = \frac{ث}{ج}$ يحدث

$ث = م ج$ وبالمثل يكون

$ث' = م' ج$ ومنها يحدث

$\frac{ث}{ث'} = \frac{م}{م'}$ وهو المطلوب

ويفهم من ذلك انه يمكن تقدير مجسمات الأجسام باثقالها وهذا ما يطابق تماما للفكر المتخذ من أجله مجسم الجسم

الثانى — مجسم الجسم لا يتغير مهما اختلفت الحالات التى يوجد فيها الجسم لأنه اذا تغير التثاقل فالثقل والعجلة يتغيران تبعا له بنسبة واحدة بموجب ما تقدم وعليه فالنسبة بينهما التى هى عبارة عن مجسم الجسم تكون ثابتة

وحدة المجسم — لأجل الحصول على وحدة المجسم نفرض ان $م = ١$ فى المعادلة

$م = \frac{ق}{و}$ .... (١) فيكون

$١ = \frac{ق}{و}$ ومنها يحدث

$ق = و$

أعنى ان وحدة الجسم هى الجسم الذى ينشأ عنه ان كل قوة تؤثر على الجسم المذكور تكون مبينة بنفس العدد الدال على العجلة التى تحدثها تلك القوة لذلك الجسم

فاذا كانت القوة المؤثرة على الجسم هى ثقله فتؤول المعادلة

$$ق = و \quad \text{الى}$$

$$ث = ح$$

وعلى ذلك يكون الثقل المنسوب لوحدة الجسم فى محل ما مبينا بنفس العدد الدال على مقدار العجلة ح فى المحل المذكور

ففى القاهرة الثقل المنسوب لوحدة الجسم يزن ٩,٧٩١٢ كيلوجرام وفى باريس يزن ٩,٨٠٨٨ كيلوجرام وفى لندره يزن ٩,٨١٣ كيلوجرام

فاذا فرضنا فى معادلة (١) ان ق = ١ و و = ١ يكون م = ١ وحينئذ يمكن ان يقال ان وحدة الجسم هى جسم الجسم الذى اذا اثرت عليه قوة قدرها كيلوجرام واحد حدثت له عجلة قدرها متر واحد

فى الارتباطات الواقعة بين القوى والجسمات والعجلات

نظرية — القوى الثابتة مناسبة لحاصل ضرب جسمات الأجسام فى العجلات التى تحدثها تلك القوى للأجسام المذكورة

أو بوجه الأختصار ان القوى الثابتة مناسبة لحاصل ضرب الجسمات فى العجلات

لأنه اذا فرض ان ق ، قَ هما القوتان المؤثرتان على جسمين جسمهما م ، مَ واحدثتا لهما عجلتين و ، وَ فأنه بموجب ما تقدم يكون

$$\frac{ق}{و} = م \text{ ، } \frac{قَ}{وَ} = مَ \quad \text{أو}$$

$$ق = م و \text{ ، } قَ = مَ وَ \quad \text{ومنهما يحدث}$$

$$\frac{ق}{قَ} = \frac{م و}{مَ وَ} \quad \text{وهو المطلوب}$$

وبواسطة هذه النسبة يمكن تقدير القوى بالحركات التى تحدثها للأجسام الواقعة عليها تلك القوى

كمية التحرك — كمية التحرك التى يكتسبها جسم ما فى لحظة معينة هى حاصل ضرب جسم الجسم المذكور فى سرعته فى اللحظة المفروضة

نظرية كمية التحرك — النسبة بين اى قوتين كالنسبة بين كمية التحرك الحادثتين منهما فى مدة الزمن عينها لأنه بناء على ما تقدم يكون

$$\frac{ق}{قَ} = \frac{م و}{مَ وَ}$$

وبضرب حدى نسبة الطرف الثانى فى الزمن ز يحدث

$$\frac{ق}{قَ} = \frac{م و ز}{مَ وَ ز}$$

ولكن

ولكن حيث أن ون، ون عبارة عن سرعتي المتحركين الخارجين من السكون في نهاية الزمن ز بناء على ما تقدم فيكون

$$\frac{ق}{قَ} = \frac{م ع}{مَ عَ}$$ وهو المطلوب

تنبيه - اذا جعل في المعادلة السابقة ق = قَ يكون

$$1 = \frac{م ع}{مَ عَ}$$ ومنها يحدث

$$\frac{ع}{عَ} = \frac{مَ}{م}$$

أعني أن النسبة بين السرعتين الحادثتين من قوة واحدة لجسمين مختلفي الجسم كالنسبة العكسية بين جسمي الجسمين المذكورين

وبناء على هذه القاعدة امكن ابطاء حركة المتحركين في آلة اتود كي يمكن أن ترصد بالسهولة قوانين سقوط الأجسام

ولهذه القاعدة ايضا تطبيق في رفس الاسلحة النارية أي في الدفع الذي تحدثه تلك الاسلحة الى الخلف ولبيان ذلك يقال ان انتشار الغازات الناتجة من التهاب البارود يؤثر في آن واحد على المقذوف وعلى السلاح الناري وحيث أن الجسمين مختلفان اختلافا كليا عن بعضهما فتكون سرعة الرجوع الى الخلف أي الرفس صغيرة جدا بالنسبة لسرعة خروج المقذوف وعلى هذا فيلزم الأعتناء عند اطلاق بندقية بضغطها جيدا بالكتف كي يزداد الجسم المتأثر بسرعة الرجوع

دفع القوة - يسمى دفع القوة حاصل ضرب تلك القوة في زمن تأثيرها

نظرية - دفع القوة الثابتة المؤثرة على جسم خارج من السكون يكون دائما مساويا للكمية المتحركة التي يكتسبها الجسم المذكور

لأنه بناء على ما تقدم يكون

ق = م و   وبضرب الطرفين في ز يحدث

ق ز = م و ز   وحيث ان و ز = ع فيكون

ق ز = م ع   وهو المطلوب

تنبيه - اذا جعل ز = ٠ في معادلة ق ز = م ع يكون

٠ = م ع   ومنها يحدث

ع = ٠

ويفهم من ذلك أنه لاجل ان تحرك القوة جسما ما يلزم ان تؤثرها مدة من الزمن ولو صغيرة جدا اذ بدون ذلك لا توجد قوة آنية وعلى هذا اذا اطلقت رصاصة على لوح من الزجاج بالقرب منه فانها تنفذ منه بدون ان تشرخه بخلاف ما اذا اطلقت الرصاصة المذكورة على اللوح المذكور من بعد

كبير فأنها تكسره وذلك لأنه فى الحالة الأولى مدة تلامس الرصاصة مع عناصر اللوح الزجاج صغيرة جدا وفى الثانية كبيرة

تطبيقات

لأجل تتميم ماذكرناه على القصور الذاتى وتطبيقا على القواعد السابقة سنذكر بعض تعاديف بسيطة تختص بالقصور الذاتى المعتبر قوة وبالقوى المركزية الجاذبة والطاردة التى تطبيقاتها عديدة ومهمة فنقول

قوة القصور الذاتى

من المعلوم ان القوة التى تحدث حركة نقطة مادية تبين بالارتباط الآتى وهو

$$ق = م و$$

وهذا الارتباط الذى يمكن وضعه على الصورة الآتية وهى

$$ق - م و = ٠$$

يسمح بأن نعتبر م و مقدارا مطلقا لقوة مضادة للقوة ق وهذه القوة الوهمية التى تتزن فى كل لحظة مع القوة المحدثة لحركة النقطة المادية تسمى قوة القصور الذاتى لهذه النقطة

ولأجل فهم قوة القصور الذاتى هذه نعتبر فى آن واحد مع حركة النقطة المادية المذكورة الجملة المادية الناتج عنها القوة أو التأثير الواقع على تلك النقطة

ولنتصور مثلا جسما مقبوضا عليه باليد وصار تحريك اليد المذكوره بدون ترك ذلك الجسم فيرى ان هذا الجسم يؤثر على اليد المذكوره الجاذبة له بحيث انه متى قلت حركة اليد فالجسم بناء على قاعدة القصور الذاتى يميل لاستمرار حركته فيدفع اليد الى الأمام واذا ازدادت حركة اليد المذكورة فأن الجسم بناء على قاعدة القصور الذاتى كذلك يميل لان يحفظ حركته ويحدث تقليل حركة اليد فرد الفعل هذا الناشئ من الجسم على اليد فى كل لحظة أو الذى يقاوم مجموعة حيثما اتفقت فى أحوال مثل هذه يسمى قوة رد فعل النقطة المادية المذكورة

ولنلاحظ ان قوة رد الفعل هذه هى نفس القوة التى سميناها قوة القصور الذاتى حيث ان قوة رد الفعل المذكورة مساوية ومضادة للفعل أى للقوة المحدثة للحركة التى مقدارها المطلق هو

$$ق = م و$$

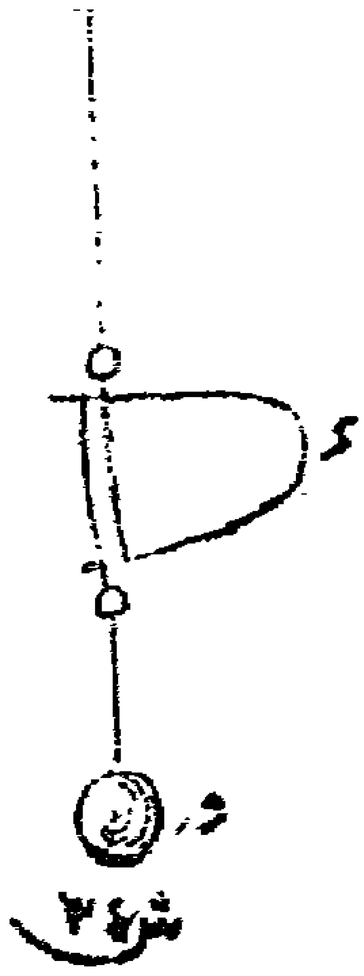
وحينئذ يمكن ان يقال أن قوة القصور الذاتى لنقطة مادية عبارة عن رد الفعل الواقع من هذه النقطة على الجملة المادية التى تجبرها على اتباع حركة معينة

وهذه القوة التى يظهر وجودها بالنسبة للحالة التى توجد فيها ارتباطات مادية يمكن اعتبار وجودها كذلك بالنسبة للنقط التى يؤثر بعضها على بعض ولو لم يشاهد ادنى واسطة بينها

وحيث ان قوة القصور الذاتى لنقطة مادية لاتؤثر على نفس النقطة المذكوره بل على الجملة المادية المرتبطة

المرتبطة بهذه النقطة التي تجبرها الآن تتبع حركة معينة فينتج من ذلك أنه متى اعتبرت النقطة المادية والقوة المؤثرة عليها فقط بدون نسبة القوة المذكورة الى الجملة الناشئة عنها تلك القوة فان قوة القصور الذاتي للنقطة المادية المذكورة تكون وهمية محضا كما سبق ذكر ذلك

ويمكن مشاهدة قوة القصور الذاتي وقياسها بالديناموميتر وهناك تجربة مهمة لهذه الغاية نذكرها فنقول



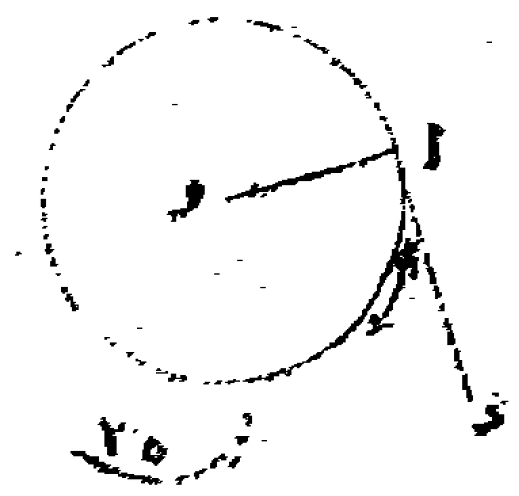
اذا علق جسم ق في ديناموميتر و الممسوك باليد شكل ٣٤ فيرى انه عند ما يكون الجسم ساكنا يبين الديناموميتر ثقله ولكن بمجرد رفع الآلة ينثني الزنبلك كثيرا كلما كان الصعود بسرعة وحينئذ يشاهد وجود قوة مضافة الى الجسم ناشئة من نفس الجسم المذكور الا انها واقعة على الفرع الأعلى للديناموميتر وهي مساوية بالضبط للقوة الجديدة التي تحدثها اليد عند رفع المجموعة (بقطع النظر عن ثقل الديناموميتر) ولكن اذا صارت الحركة منتظمة يرى أن شعبة الديناموميتر ترجع الى الوضع التي كانت فيه عند ما كان الجسم ساكنا ولا يوجد حينئذ قوة قصور ذاتي في الحركة المنتظمة

واذا كانت حركة الصعود منتظمة العجلة فزيادة الانثناء تبقى ثابتة لانه حيث كانت القوة المحركة ثابتة فتكون قوة القصور الذاتي المساوية والمضادة لها ثابتة كذلك

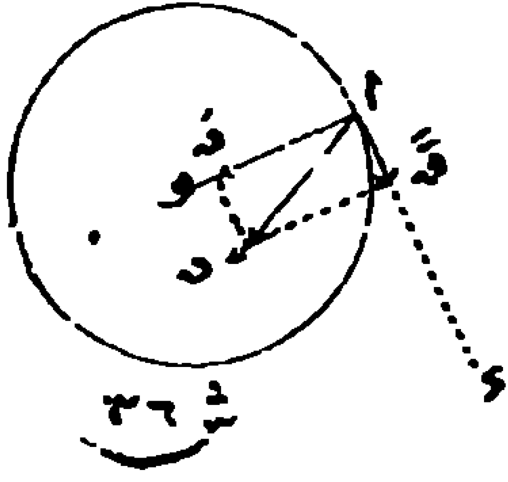
ويفهم من التجربة السابقة ان التثاقل يؤثر على الجسم في حالة الحركة كما يؤثر عليه في حالة السكون فاذا حركت عربة مثلا موضوعة على طريق افقي أملس حركة عجلية بسحبها بواسطة حبل فانه يمكن التحقق اما برصد الحبل واما بالديناموميتر من ان شدة الحبل المذكور في هذه الحالة أكبر منها في الحركة المنتظمة وزيادة الشدة هذه يقدر بها قوة القصور الذاتي للعربة وتلك القوة ناشئة من العربة المذكورة ولكنها مؤثرة بواسطة الحبل السابق ذكره على المحرك الذي يجذب تلك العربة

في القوة الطاردة المركزية

الحركة الدائرية — القوة الجاذبة المركزية — اذا فرضت نقطة مادية ا متحركة بانتظام على محيط دائرة مركزه و شكل ٣٥ يقال انه اذا كانت هذه النقطة ليست متأثرة الا بالسرعة الابتدائية فقط فانها تتحرك على خط مستقيم في اتجاه الجزء المستقيم ا اعني في اتجاه المماس اء بموجب ما تقدم ولكن حيث أن المتحرك يتحرك على محيط الدائرة المذكورة فحينئذ يكون متأثرا بقوة وحيث كانت الحركة منتظمة فيلزم ان تكون هذه القوة متجهة نحو المركز



لأنه اذا فرض ان تلك القوة متجهة في اتجاه حيثما اتفق مثل ا ق شكل ٣٦ فيمكن تحليلها الى قوتين احداهما ق عمودية على اتجاه المتحرك ولا يمكن ان تغير سرعته والأخرى ق على اتجاه المماس في نقطة ا وهذه



القوة تغير سرعة المتحرك وعلى هذا فلا تكون الحركة منتظمة وحينئذ فالجسم الذى يسير بانتظام على محيط دائرة يكون متأثرا بقوة متجهة دائما نحو المركز

وهذه القوة تسمى بالقوة الجاذبة المركزية نسبة لاتجاهها

القوة الطاردة المركزية — كما ان الفعل له رد فعل مساو ومضاد له كذلك القوة الجاذبة المركزية التى تجعل المتحرك يتحرك على محيط الدائرة بانتظام لها رد فعل فى جهة مضادة ومؤثر على الجملة الناشئ عنها القوة الجاذبة المركزية وليس هو الاحالة خصوصية من قوة القصور الذاتى

وعلى هذا فتكون القوة الطاردة المركزية عبارة عن رد الفعل الحادث من الجسم على الجملة المادية التى تجبره لأن يسير على محيط دائرة بحركة منتظمة

وحيث ان القوة الطاردة المركزية ناشئة عن القوة الجاذبة المركزية فتكون هاتان القوتان متلازمتين أعنى انه بمجرد انقطاع تأثير القوة الجاذبة المركزية ينقطع فى الحال تأثير القوة الطاردة المركزية ولكن يجب ملاحظة أن هاتين القوتين لا يقعان قط مباشرة على نفس النقطة المادية

ولربما يتوهم انه يفهم من لفظة طاردة مركزية أن القوة الطاردة المركزية تبعد المتحرك عن المركز فهذا خطأ محض حيث ان القوة المذكورة ليست واقعة على المتحرك مباشرة

ففى المقلاع مثلا الجذب الواقع من اليد على الحجر لأجل حفظه على محيط دائرة هو القوة الجاذبة المركزية وهى واقعة على الحجر المذكور بواسطة الحبل ولكن فى هذه الحالة تكون اليد مجذوبة فى آن واحد بالقوة الطاردة المركزية الناشئة عن ذلك الحجر وواقعة على اليد بواسطة الحبل وهاتان القوتان تحدثان أيضا للحبل شدا ويمكنهما قطعه فحينئذ اذا انقطع الحبل بتأثير الشد المذكور أو صار قطعه فأن تأثير القوة الجاذبة المركزية ينعدم وتنعدم فى الحال القوة الطاردة المركزية ويبقى الحجر متأثرا بسرعته المكتسبة وينقذف حينئذ على اتجاه المماس لمحيط الدائرة الدائر عليه

تنبيه — اذا سار المتحرك على منحنى خلاف قوس الدائرة فالنتائج التى تحصل تكون مشابهة لما تقدم أعنى ان القوتين الجاذبة المركزية والطاردة المركزية تكونان دائما عموديتين على المنحنى المقطوع

واذا كانت القوة التى تؤثر على المتحرك ليست متجهة فى اتجاه العمودى للمنحنى فتحلل كما تقدم الى قوتين احداهما عمودية على المنحنى وهى القوة الجاذبة المركزية والأخرى مماسة وهى التى تغير سرعة المتحرك وتكون حينئذ حركته متغيرة وهذا حاصل فى الكواكب حيث انها تسير على قطاعات ناقصية بتأثير قوة تمر دائما بأحدى المبورتين

تقدير القوة الطاردة المركزية — لأجل الحصول على مقدار القوة الطاردة المركزية نبحث عن مقدار القوة الجاذبة المركزية المساوية لها فنقول

اذا فرض ان المتحرك ا سائر بانتظام على محيط دائرة مركزه و شكل ٣٧ بسرعة قدرها ع وانه قطع

القوس

القوس ا ب فى مدة زمنية صغيرة جدا ز فانه يكون

قوس ا ب = ع ز

ولكن حيث ان المسافة ا ب يمكن اعتبارها حصلة مسافتين مركبتين متجهة احداهما اء على اتجاه المماس والاخرى اح على اتجاه نصف القطر فالمسافة اح تكون ناشئة عن القوة المركزية الجاذبة ولاجل معرفة مقدار المسافة المذكورة يقال انه من المثلث ا ب هـ القائم الزاوية يحدث

شكل ٣٧

$$اح = \frac{\overline{اب}^2}{2 نق}$$

وفى هذه المعادلة نق رمز لنصف قطر محيط الدائرة المفروضة وحيث ان القوس ا ب صغير جدا فيمكن اعتبار طول القوس المذكور مساويا لوتره وحينئذ نضع فى المعادلة المذكوره ع ز عوضا عن ا ب فنؤول الى

$$اح = \frac{ع^2 ز^2}{2 نق}$$

ويفهم من ذلك ان المسافة اح قطعت بحركة منتظمة العجلة مقدار عجلتها $\frac{ع^2}{نق}$ فاذا رمزنا لهذه العجلة بحرف و يكون

$$و = \frac{ع^2}{نق}$$

واذا رمزنا بحرف ق لشدة القوة الجاذبة المركزية وبحرف م لجسم المتحرك يكون

ق = م و وحينئذ يكون

$$ق = \frac{م ع^2}{نق}$$

أعنى ان شدة القوة الطاردة المركزية مناسبة طردا لجسم المتحرك ولمربع السرعة وعكسا لنصف القطر

تنبيهات

الأول ـ من القانون $ق = \frac{م ع^2}{نق}$ يتضح ان القوة الطاردة المركزية تنعدم اذا كان ع = ٠ أو نق = ∞ أعنى اذا كان الجسم ساكنا أو كان متحركا على خط مستقيم

الثانى ـ حيث انه يبين عادة مقدار القوة الطاردة المركزية بدلالة السرعة الزاوية للمتحرك فاذا رمزنا للسرعة الزاوية المذكورة بحرف ح يكون

$$ح = \frac{ع}{نق}$$ ومنه يحدث

ع = ح نق

فاذا وضع فى القانون السابق عوضا عن ع مقدارها يحدث

$$ق = م ح^2 نق$$

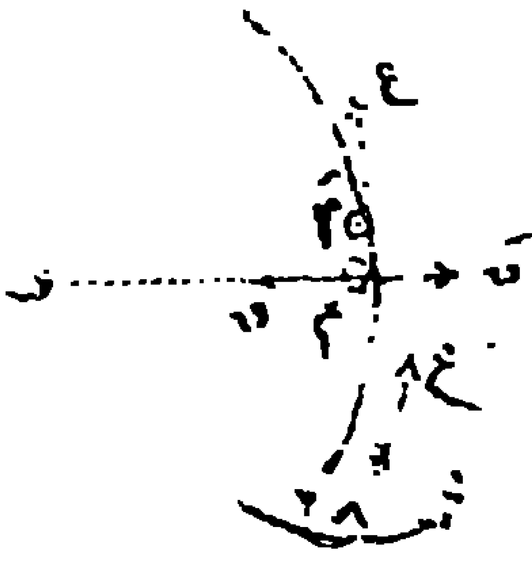
الثالث ـ حيث انه يمكن أيضا بيان مقدار القوة الطاردة المركزية بدلالة عدد الدورات التى يصنعها

المتحرك فى الثانية الواحدة فاذا رمزنا له بحرف ن يكون

ع = ٢ ط نو ن وعليه يكون

ق = ٤ ط م نو ن٢

تطبيقات ـ ينتفع بالقوة الطاردة المركزية فى مراوح آلات الغربلة وفى الطلمبات الدورانية وخلافها ففى الآلات التى تسمى بالمجففات ينتفع أيضا بالقوة الطاردة المركزية لتجفيف الأجسام المبتلة وذلك بأن توضع تلك الأجسام فى اسطوانات جدرانها مثقوبة ثقوبا كثيرة جدا ثم تحرك تلك الاسطوانات حركة دورانية سريعة جدا بحيث تصل تلك الحركة الى ١٥٠٠ دوره فى الدقيقة الواحدة وحينئذ اذا فرض عنصر ما فى مثل م شكل ٣٨ موجود على السطح الداخل للاسطوانة فانه



بسبب ان السطح المذكور يجبر ذلك العنصر على ان يتحرك حركة مستديرة فيحدث التأثير أو القوة الجاذبة ق الواقعة على العنصر السالف ذكره وهذا العنصر يؤثر على ذلك السطح برد فعل مساو الى ق هو القوة الطاردة المركزية

فمتى وجد أحد العناصر امام أحد الثقوب فى الوضع مَ فان كلتا القوتين تنعدم والعنصر المذكور المشترك فى السرعة ع مع الاسطوانة اثناء الدوران ينقذف الى الخارج على اتجاه المماس

ونمثل ذلك يحصل بالنسبة للعناصر المائية الموجودة داخل الجسم المبتل حيث ان الثقوب فيه هى المسام وحينئذ فالماء يأتى منه بالتدريج الى الجدران ومنه ينقذف الى الخارج

وقد تستعمل فى فابريقات السكر الات مشابهة للمجففات تسمى توربينات لأجل تخليص السكر الخام من العسل الاسود الملوث له

والسبب فى ميل العربات السائرة بسرعة على منحنيات انصاف اقطارها صغيرة الى الانقلاب هو تأثير مشابه لما تقدم ولذا فانه فى السكك الحديد لا يسمح على وجه العموم الا بالمنحنيات التى انصاف اقطارها تتجاوز ٢٠٠ متر وزيادة على ذلك فأنه يصير تعلية القضيب الخارج عن الداخل بمقدار يكون كبيرا كلما كان نصف القطر صغيرا والسرعة كبيرة

ولا يخفى ان السبب فى حفظ الكواكب على مداراتها هو القوة الجاذبة المركزية وتعتبر انها ناشئة من جذب الشمس للكوكب وان القوة الطاردة المركزية المساوية لها ناشئة من الكوكب لكنها واقعة على الشمس وتعتبر الجذب الواقع من الكوكب على الشمس

وقد ينسب الى القوة الطاردة المركزية النقص الحاصل لثقل الأجسام على سطح الأرض بمجرد قربها من خط الاستوا وينسب اليها أيضا الانتفاخ الحاصل للكرة الارضية فى خط الاستواء

ويجب التمييز بكل اعتناء بين التأثيرات المنسوبة للقوة الطاردة المركزية وبين الحركات المنسوبة للقصور الذاتى

الذاق ففى المقلاع السابق ذكره مثلا اشتداد الحبل ناشئ عن القوتين الطاردة المركزية والجاذبة المركزية لكن متى خرج الحجر فأن القوتين المذكورتين تنعدمان فى آن واحد والحجر المذكور يقذف فى الفراغ على اتجاه المماس بناء على سرعة المكتسبة اثناء الدوران

ويمثل ذلك فأن الوحل الملتصق فى عجل العربات يقذف على اتجاه المماس ويسقط على الأرض بعد أن يرسم قطعا مكافئا بناء على ما تقدم

شغل القوى

فى تعريف وتقدير الشغل

التأثير المفيد الناشئ من جهد عامل ما أعنى شغله حسب المتعارف لا يقدر فقط بالجهد بل أيضا بالطريق الذى حصل على طوله الجهد المذكور

فحينئذ الرجل الذى يرفع ثقلا قدره خمسون كيلوجراما لارتفاع متر واحد يحدث شغلا ضعف الشغل الناتج من رفع خمسة وعشرين كيلوجراما الى الارتفاع المذكور وبالمثل الصانع الذى يرفع خمسين كيلوجراما الى ارتفاع مترين يحدث شغلا ضعف شغل من يرفع خمسين كيلوجراما الى ارتفاع متر واحد

ولكن اذا تغير كل من الثقل ق والارتفاع هـ بنسبة عكسية بحيث ان حاصل ضربهما يبقى ثابتا فالشغال يصرف دائما جهدا واحدا وحينئذ فالحاصل ق هـ يمكن ان يستعمل لتقدير شغله

وبهذه الطريقة قد توصل الى التعريف الرياضى لشغل القوى

شغل قوة ثابتة

شغل قوة ثابتة نقطة تأثيرها تتحرك على اتجاه القوة - تعريف - شغل قوة ثابتة نقطة تأثيرها تتحرك على اتجاه القوة هو حاصل ضرب شدة تلك القوة فى طول المسافة المقطوعة

وقد يرمز عادة لشغل القوة ق بالرمز ش ق وحينئذ اذا رمز بحرف هـ للمسافة ا اَ شكل ٣٩ المقطوعة بنقطة تأثير القوة ق فبناء على التعريف المتقدم يكون

ق ——— اَ ——— ا

ش ٣٩

$$\text{ش ق} = \text{ق} \times \text{هـ}$$

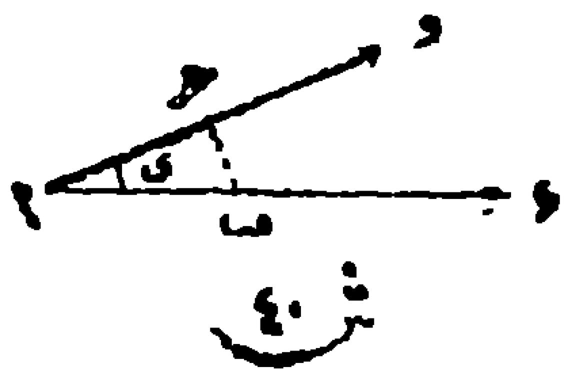
وحدتا الشغل - الكيلوجرام متر - الحصان البخارى - قد يقارن بشغل التثاقل شغل جميع القوى الأخر والوحدة المتخذة هى الكيلوجرام متر وهو عبارة عن الشغل اللازم لرفع ثقل قدره كيلوجرام واحد الى ارتفاع متر واحد وهو لا يتعلق بالزمن حيث أن الشغل الناتج لا يتغير مهما كان الزمن المستعمل لذلك ولكن فى الآلات نظرا لكونها تمتاز عن بعضها بالشغل الذى تحدثه فى زمن معين فقد اتخذ لها وحدة أخرى مرتبطة بالزمن هى الحصان البخارى وهو عبارة عن الشغل الذى قدره ٧٥ كيلوجرام متر الحاصل فى ثانية واحدة

وهذا الشغل أكثر من شغل الحصان المعتاد حيث أنه ظهر من التجربة ان بتشغيل الحصان المعتاد ثمان

ساعات فى اليوم الواحد يحدث شغلا قدره ٤١ كيلوجرام متر فى الثانية أو ٣٥٤٢٤٠٠ كيلوجرام متر فى اليوم ولكن شغل ٧٥ كيلوجرام متر فى الثانية الواحدة ينشأ عنه مدة ٢٤ ساعة شغل قدره ٦٤٨٠٠٠٠ كيلوجرام متر حينئذ الآلة التى قوتها حصان بخارى واحد يمكنها ان تؤدى شغلا أكثر من شغل خمسة خيول معتادة تتناوب مع بعضها فى العمل بحيث ان كلا منها يشتغل ثمان ساعات كل اربعة وعشرين ساعة

الشغل المحرك - الشغل المقاوم - الشغل المحرك هو الشغل الناتج من قوة مؤثرة فى جهة الحركة وهذه القوة يقال لها قوة محركة أو قوة فقط والشغل المقاوم هو الشغل الناتج من قوة مؤثرة فى جهة مضادة لحركة المتحرك وهذه القوة تسمى بالمقاومة فمثلا اذا رفع جسم فالشغل الناتج هو شغل محرك والشغل الذى يحدثه التثاقل على الجسم المذكور هو شغل مقاوم

شغل قوة ثابتة نقطة تأثيرها تتحرك على خط مستقيم فى اتجاه مغاير لاتجاه القوة المذكورة - تعريف - يسمى شغل قوة ثابتة نقطة تأثيرها تتحرك على خط مستقيم فى اتجاه مغاير لاتجاه القوة المذكورة حاصل ضرب تلك القوة فى المسافة المقطوعة فى جيب تمام الزاوية الواقعة بين اتجاهى القوة والمسافة المقطوعة



فاذا فرض ان ا ف قوة ثابتة مقدارا واتجاها مؤثرة فى نقطة ا التى تتحرك على اتجاه ا ء الصانع مع اتجاه القوة المذكورة ا ف زاوية قدرها ى شكل ٤٠ وفرض ان ا ء = هـ هى المسافة المقطوعة فبناء على التعريف المتقدم يكون

ش ف = ف هـ حتا ى ......(١)

تنبيهان

الأول - هذا القانون يمكن كتابته والنطق به بطريقتين مختلفتين وهما

الأولى ش ف = ف × هـ حتا ى .....(٢)

أعنى ان الشغل يساوى حاصل ضرب المسافة فى مسقط المسافة على اتجاه القوة

الثانية ش ف = هـ × ف حتا ى .....(٣)

أعنى ان الشغل يساوى حاصل ضرب المسافة فى مسقط القوة على اتجاه المسافة

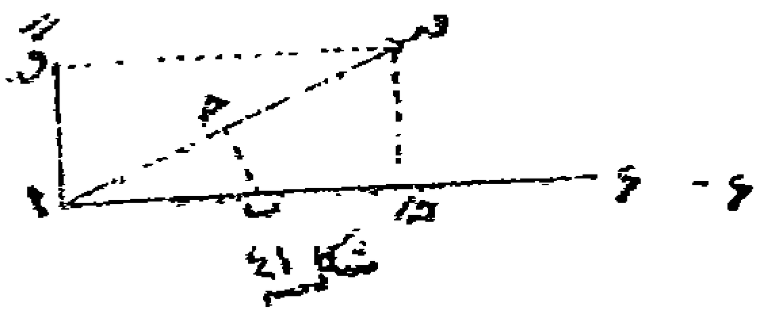
الثانى - التعريف الثانى للشغل لم يكن الا تعميما للتعريف الأول ولبيان ذلك يقال

أولا ان التعريف الثانى يحتوى على الأول لأنه اذا كانت ى = . يكون حتا ى = ١ ويؤل قانون (١) الى ش ف = ف هـ

ثانيا يمكن حصر التعريفين السابقين فى منطوق واحد لأنه يكفى ان يعتبر فى قانون (٢) أن مسقط المسافة على اتجاه القوة أعنى هـ حتا ى عبارة عن المسافة مقدرة على اتجاه القوة وحينئذ فيكون شغل قوة ثابتة بالنسبة لانتقال مستقيم حيثما اتفق يساوى حاصل ضرب القوة فى المسافة مقدرة على اتجاه القوة

ثالثا

ثالثا يمكن استنتاج التعريف الثانى من الأول باعتبارات مستنتجة من فكرة تأثير القوى و ذلك لأن القوة المائلة ق يمكن تحليلها الى قوتين احداهما قَ شكل ٤١ عمودية على المسافة المقطوعة اب وتلك القوة لاتحدث اى تأثير على انتقال نقطة ا وحينئذ فلا ينشأ عنها شغل والأخرى قَ متجهة فى اتجاه اب وهى التى ينسب لها الشغل المفروض فقط وحينئذ يكون


شكل ٤١

ش ق = ش قَ

وبناء على التعريف الأول يكون

ش ق = قَ × اب = ق حتاى × هو

وهو عين قانون (٣) السابق .

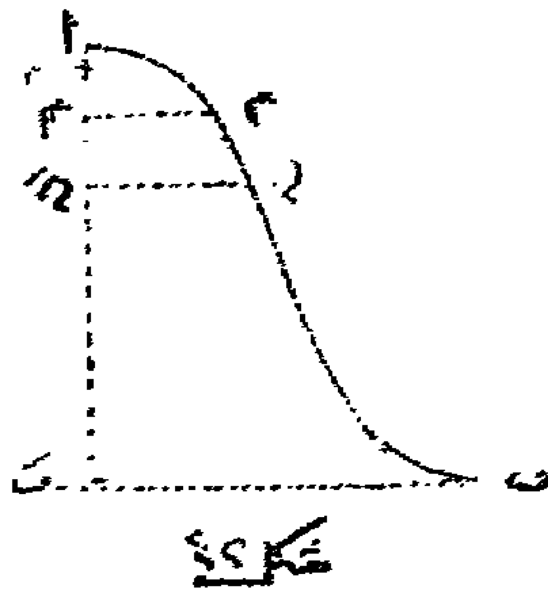
مناقشة القانون ش ق = ق هو حتاى - اذا كان حتاى موجبا فالشغل موجب أيضا ويكون هو الشغل المحرك واذا كان حتاى سالبا فالشغل سالب أيضا ويكون هو الشغل المقاوم وحيث أن حاصل الضرب ق هو حتاى ينعدم اذا كان احد مضاريبه مساويا للصفر فلا يتأتى ذلك حينئذ الا فى ثلاث حالات

الأولى - متى كانت ق = ٠ أعنى انه اذا لم توجد قوة فلا يوجد شغل كالجسم المتحرك بسرعة المكتسبة مثل كرة تتدحرج على مستو أفقى بسرعة ثابتة

الثانية - متى كانت هو = ٠ يعنى ان الجسم لم ينتقل من محله ككتلة من الماء محصورة فى حوض منفذه مغلق

الثالثة - متى كان حتاى = ٠ أعنى متى كان ى = ٩٠° أى أن اتجاه القوة عمودى على اتجاه المسافة المقطوعة كالهواء الذى يؤثر بالتعامد على الطريق الذى تتبعه عربة من عربات السكة الحديد

شغل التثاقل على نقطة مادية - من بعد ملاحظة أن التثاقل ثابت متى كانت المسافة التى يقطعها الجسم الساقط صغيرة بالنسبة لنصف قطر الكرة الأرضية اذا فرضت نقطة مادية ثقيلة أعنى جسما آل الى مركز ثقله فأنه مهما كانت المسافة المقطوعة يكون شغل التثاقل مساويا لحاصل ضرب ثقل الجسم المذكور فى الانتقال الرأسى لمركز ثقله


شكل ٤٢

لأنه اذا فرض جزء صغير جدا م ن من المنحنى اب شكل ٤٢ بحيث يمكن اعتباره خطا مستقيما فان مقدار الشغل الحاصل عندما يقطع مركز ثقل الجسم المذكور الجزء الصغير م ن السابق ذكره بناء على ماتقدم يكون

ق × مَ نَ

الذى فيه ق رمز لثقل الجسم ، مَ نَ مسقط المسافة م ن على اتجاه القوة . التى هى رأسية

وبمثل ذلك يكون بالنسبة لجميع أجزاء المسافة المقطوعة وحينئذ بجمع الأشغال الجزئية المحصلة الى بعضها يحدث

ش ه = ه × ٢ ا ت

شغل قوة ثابتة الشدة مؤثرة بالتماس على محيط دائرة مجلة - اذا فرض أن قوس اب شكل ٤٣ صغير جدا بحيث يتحد مع المماس اه فان شغل القوة ه عند ما يقطع المتحرك المسافة الجزئية المذكورة يكون ه × اب حيث أن المسافة مقطوعة على اتجاه القوة وبمثل ذلك يحدث بالنسبة لكل من الاشغال الجزئية.

شكل ٤٣

وحينئذ يكون الشغل الكلي لدورة كاملة مساويا لحاصل ضرب القوة ه في مجموع الأجزاء المستقيمة أي في طول محيط الدائرة و المقطوع أعني أن


ش ه = ه × ٢ ط نو

تنبيه - اذا كان المتحرك يقطع منحنيا حينما اتفق بحيث أن القوة المؤثرة عليه تبقى مماسة له دائما ورمزنا لطول القوس المقطوع بالرمز ل يكون

ش ه = ه × ل

شغل قوة متغيرة

شغل جزئي - شغل كلي - اذا فرضت قوة متغيرة ه مؤثرة على نقطة مادية تتحرك على خط سير حينما اتفق ء شكل ٤٤ وفرض ان ا المسافة المقطوعة فأنه يمكن اعتبار القوة المتغيرة ه ثابتة مقدارا واتجاها اثناء قطع نقطة تأثيرها الجزء الصغير اب المعتبر خطا مستقيما طوله هـ مساو لطول وتره وحينئذ اذا رمز بالرمز ق للمسقط اق للقوة ه على اتجاه الوتر اب فأن مقدار الشغل الجزئي لهذه القوة بناء على ما تقدم يكون


ق × هـ

شكل ٤٤

وبالمثل بالنسبة للأجزاء المتتالية تكون الأشغال الجزئية مبينة بالمقادير المشابهة للمقدار السابق ومجموعها يكون

ق هـ + قَ هَ + قً هً + ...

وحينئذ فالشغل الكلي للقوة يكون هو النهاية التي يميل اليها مجموع الاشغال الجزئية المذكورة حينما تميل المسافات الجزئية هـ ، هَ ، هً ، .... نحو الصفر

فاذا علمت الارتباطات الدالة على تغيرات القوة وشكل خط السير يمكن تعيين مقدار الشغل الكلي بكمية محدودة لكن حيث ان معلومية تلك الارتباطات ليست من حدود هذا العلم الابتدائي فيكتفى بالطريقة الرسمية الآتية

الطريقة

الطريقة الرسمية لتقدير شغل قوة متغيرة — هذه الطريقة هي ان تقسم المسافة المقطوعة الى اجزاء صغيرة جدا بحيث يمكن اعتبار كل منها مستقيما في الظاهر وأن القوة ثابتة عندما يقطع المحرك كل جزء من تلك الاجزاء المذكورة ثم تؤخذ بصفة احداثيات افقية الأطوال أت، ت ط، ط ع،..... شكل ٤٥ المساوية الى المسافات الجزئية المستقيمة ا ب، ب ط، ط ع،..... شكل ٤٦ المتكون منها خط السير المفروض وتؤخذ بصفة احداثيات رأسية على الاعمدة المقامة من نقط أ، ت، ط، ع،..... الأطوال أ أ، ت ت، ط ط،..... المساوية الى المساقط ا ف، ب ق، ط ق،..... للقوة المفروضة على الاتجاهات المختلفة لتلك المسافات الجزئية فالشغل الجزئي ق هو المنسوب للانتقال ا ب يكون حينئذ مبينا بالمستطيل أ أ م ت وبمثل ذلك يكون بالنسبة لباقي الاشغال الجزئية المنسوبة لباقي الانتقالات الأخر وعليه فيكون مجموع الاشغال الجزئية عبارة عن مجموع المستطيلات

أ أ م ت + ت ت ن ط + ط ط ل ع + ...

الذي يكتفى بتعيين مقداره اذا اريد الحصول على تقريب غير دقيق

ولا يخفى ان تقدير شغل القوة المتغيرة هذا يكون مقربا تقريبا كافيا كلما كانت الأجزاء ا ب، ب ط، ط ع،..... صغيرة جدا فحينئذ اذا أخذ عدد تلك الأجزاء في الازدياد بقدر ما يراد فالنقط أ، ت، ط، ع،..... تقرب من بعضها بقدر ما يراد وينشأ عن مجموعها منحن بحيث يكون السطح المحصور بينه وبين الرأسيين المتطرفين ومحور السينات دالا على المقدار الحقيقي لشغل القوة المتغيرة بالضبط

ولأجل رسم المنحنى المذكور بضبط كاف يفرد بالدقة على قدر الامكان الجزء ا و من خط سير المحرك على محور السينات من أ الى و شكل ٤٧ وتوضع عليه النقط المتوسطة ت، ط،..... ويقام من جميع النقط أ، ت، ط،..... الاحداثيات الرأسية للمنحنى المساوية للمساقط ا ف، ب ق، ط ق،..... للقوة المتغيرة على المماسات الممتدة من نقط ا، ب، ط،..... لخط السير المفروض شكل ٤٦ وبهذه الطريقة تتعين النقط أ، ت، ط،..... للمنحنى المطلوب ويكفي لرسمه بعد ذلك أن يوصل بين تلك النقط بخط متصل أ ت ط..... وحينئذ فيتعين بمساحة شبه المنحرف المنحني أ أ و و شكل ٤٧ مقدار شغل القوة المتغيرة المفروضة

ويمكن الحصول على مقدار مساحة الشكل الذي من هذا القبيل اما بقانون بونسلي أو بقانون سمبسون أو بقانون الاشباه المنحرفة المستقيمة الاضلاع

ويتوصل احيانا لتعيين مقدار مساحة شكل أ أ و و المذكور بقطعه من الورق ووزنه ثم وزن سطح

شكل ٤٥

شكل ٤٦

شكل ٤٧

معلوم من الورق عينه وتعيين النسبة بين الوزنين المذكورين التي بواسطتها يمكن تعيين مساحة ذلك الشكل وهذه الطريقة سريعة جداً وانما تقتضي أن يكون الورق متجانساً جيداً

والتقريب الناتج من هذه الطريقة الرسمية يكون عظيماً كلما كان انفراد خط السير معمولاً جيداً والنقط المتوسطة عديدة والمنحنى مرسوماً بكل اعتناء

وبواسطة الآلة المسماة دليل المعلم وات يمكن رسم المنحنيات المشابهة للمنحنى الذي تكلمنا عليه مباشرة من نفسها وتلك المنحنيات تستعمل لتقدير شغل البخار في اسطوانات البخار وتسمى بالخطوط البيانية

الجهد المتوسط ـ الجهد المتوسط لقوة متغيرة هو شدة القوة الثابتة التي تحدث على الطريق عينه نفس الشغل الذي احدثته القوة المتغيرة المفروضة

فاذا رمزنا بالرمز ش ق لشغل القوة المتغيرة وبالرمز هـ للمسافة المقطوعة وبالرمز قَ للقوة المتوسطة فبناء على التعريف المتقدم يكون

$$قَ هـ = ش ق \qquad ومنه يحدث$$

$$قَ = \frac{ش ق}{هـ}$$

شغل محصلة جملة قوى ـ نظرية ـ الشغل الجزئي لمحصلة جملة قوى يساوي المجموع الجبري للاشغال الجزئية للمركبات

لانه اذا كانت القوى هي ق، ق١، ق٢، .... ومحصلتها هي ح واسقطنا هذه القوى ومحصلتها على اتجاه الانتقال الجزئي أي على اتجاه جزء المسافة المقطوع ولاحظنا بناء على كثير اضلاع القوى ان مسقط المحصلة على محور ما يساوي المجموع الجبري لمساقط المركبات ورمزنا بالرموز حَ، قَ، قَ١، قَ٢، ..... لمساقط القوى ح، ق، ق١، ق٢، .... على اتجاه جزء المسافة المذكور يكون

$$حَ = قَ + قَ_١ + قَ_٢ + \dots\dots$$

وبضرب طرفي هذه المعادلة في جزء المسافة هـ يحدث

$$حَ هـ = قَ هـ + قَ_١ هـ + قَ_٢ هـ + \dots. \qquad أعني ان$$

$$ش ح = ش ق + ش ق_١ + ش ق_٢ + \dots. \qquad وهو المطلوب$$

نتيجة ـ الشغل الكلي للمحصلة يساوي المجموع الجبري للاشغال الكلية للمركبات

لانه يمكن ان نقسم الزمن المفروض الى جملة مسافات زمنية صغيرة صغراً كافياً بحيث في كل منها يمكن اعتبار الانتقالات مستقيمة والقوى ثابتة ثم نضع في كل من تلك الازمان الجزئية المذكورة شغل المحصلة يساوي المجموع الجبري لاشغال المركبات ونجمع للتساويات الناتجة من ذلك فيحدث ان الشغل الكلي للمحصلة يساوي المجموع الجبري لجميع الاشغال الجزئية للقوى المذكورة أعني يساوي المجموع الجبري للاشغال الكلية للمركبات

في القدرة الحية

القدرة الحية لنقطة مادية هي حاصل ضرب نصف جسم تلك النقطة في مربع سرعتها اعني اذا رمزنا لجسم النقطة المادية بالرمز م ولسرعتها في نهاية الزمن ز بالرمز ع يكون $\frac{١}{٢}$ م ع٢ هو القدرة الحية للنقطة المادية المفروضة بالنسبة

بالنسبة للسرعة ع واما حاصل ضرب المجسم في مربع السرعة فيسمى بالقوة الحية ولا تدخل القوة الحية في بعض النظريات الا نادراً

في تقدير الشغل بواسطة القدرة الحية

للبرهنة على أن شغل القوى يمكن تقديره بواسطة القدرة الحية توجد ثلاث حالات

الحالة الأولى ـ اذا كانت قوة ثابتة ومؤثرة على نقطة مادية

نظرية القدرة الحية ـ شغل قوة ثابتة واقعة على نقطة مادية يساوى تغير القدرة الحية لأنه اذا فرض ان ق هي القوة الثابتة المؤثرة على نقطة مادية في اتجاه المسافة المقطوعة فانها تحدث لها حركة منتظمة العجلة بناء على ما تقدم وحينئذ اذا رمز بالرمز ع̣ للسرعة الابتدائية وبالرمز و للعجلة وبالرمز هـ للمسافة المقطوعة في مدة الزمن ز فبموجب ما تقدم يكون

$$\text{ش ق} = \text{ق} \times \text{هـ} \qquad \text{وحيث أن}$$

$$\text{ق} = \text{م و} \qquad \text{،}$$

$$\text{هـ} = \text{ع̣ ز} + \frac{\text{و ز}^2}{2} \qquad \text{فيكون}$$

$$\text{ش ق} = \text{م ع̣ و ز} + \text{م} \frac{\text{و}^2\text{ز}^2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

وحيث أن

$$\text{ع} = \text{ع̣} + \text{و ز} \qquad \text{فيكون}$$

$$\text{و ز} = \text{ع} - \text{ع̣}$$

واذا وضع في معادلة (١) عوضا عن و ز مقداره يحدث

$$\text{ش ق} = \text{م ع̣}(\text{ع} - \text{ع̣}) + \frac{\text{م}(\text{ع} - \text{ع̣})^2}{2} = \frac{\text{م ع}^2 - \text{م ع̣}^2}{2} \qquad \text{أو}$$

$$\text{ش ق} = \frac{1}{2}\text{م ع}^2 - \frac{1}{2}\text{م ع̣}^2$$

أعنى أن شغل القوة المذكورة يساوى القدرة الحية النهائية مطروحا منها القدرة الحية الابتدائية واذا لم تكن القوة المفروضة متجهة في اتجاه المسافة المقطوعة فتحصل النتيجة عينها حيث انه يمكن تحليل تلك القوة الى قوتين احداهما عمودية على المسافة المقطوعة ولا تحدث للنقطة المادية المذكورة اذن شغل بموجب ما تقدم والأخرى في اتجاه تلك المسافة المقطوعة ويكون شغلها عين شغل القوة المفروضة كما تقدم أيضا

الحالة الثانيـة ـ اذا كانت جملة قوى حيثما اتفق مؤثرة على نقطة مادية

نظرية ـ الشغل المتحصل من جملة قوى واقعة على نقطة مادية يساوى تغير القدرة الحية

لأنه حيث كان شغل المحصلة يساوى المجموع الجبري لشغل المركبات بموجب ما تقدم فيمكن أن لا نعتبر سوى شغل تلك المحصلة وحينئذ اذا فرض ان خط السير منقسم الى جملة اجزاء صغيرة صغرا كافيا بحيث يمكن اعتبار كل منها مستقيما وان في مدة قطع كل منها تعتبر المحصلة المذكورة ثابتة الشدة والاتجاه وفرضنا ان م هو مجسم المتحرك وان ع̣ هي سرعته الابتدائية ورمزنا بالرموز ع، ع، ع، ....ع لسرع المتحرك المذكور في نهاية كل من الجزء الأول والثاني والثالث، .... والأخير يكون الشغل المتحصل حينما تقطع النقطة

المادية المذكورة الجزء الأول مساويا الى

$\frac{1}{2}\,\text{م}\,\text{ع}_1^2 - \frac{1}{2}\,\text{م}\,\text{ع}^2$ وحينما تقطع الجزء الثانى مساويا الى

$\frac{1}{2}\,\text{م}\,\text{ع}_2^2 - \frac{1}{2}\,\text{م}\,\text{ع}_1^2$ وحينما تقطع الجزء الثالث مساويا الى

$\frac{1}{2}\,\text{م}\,\text{ع}_3^2 - \frac{1}{2}\,\text{م}\,\text{ع}_2^2$ . . . .

. . . . وحينما تقطع الجزء الأخير مساويا الى

$\frac{1}{2}\,\text{م}\,\text{ع}_{\text{ن}}^2 - \frac{1}{2}\,\text{م}\,\text{ع}_{\text{ن}-1}^2$

وبجمع هذه الاشغال الجزئية الى بعضها والاختصار يحدث

$$\text{الشغل الكلى} = \frac{1}{2}\,\text{م}\,\text{ع}_{\text{ن}}^2 - \frac{1}{2}\,\text{م}\,\text{ع}^2$$

أعنى ان الشغل الكلى للمحصلة يساوى القدرة الحية النهائية مطروحا منها القدرة الحية الابتدائية

الحالة الثالثة وهى الحالة العمومية — اذا كانت جملة قوى حيثما اتفق واقعة على جملة نقط مادية مرتبطة مع بعضها

اذا اعتبرت فى هذه الحالة جملة حيثما اتفق من النقط المادية متحركة بتأثير عدد حيثما اتفق من القوى فانه بمراعاة جميع القوى الداخلة والخارجة الواقعة على كل من تلك النقط يمكن اعتبار كل منها مطلقا والقوى الداخلة هى القوى التى تعوض الارتباطات التى تجبر نقط الجملة المادية على التحرك بشروط معينة كبقائها مثلا على ابعاد ثابتة من بعضها أو تحركها على خطوط أو سطوح ثابتة وهكذا

نظرية — المجموع الجبرى لاشغال جميع القوى الواقعة على جملة حيثما اتفق من النقط المادية يساوى المجموع الجبرى لتغيرات القدر الحية لنقط الجملة المذكورة

لأنه بالنسبة لكل نقطة من نقط الجملة المادية يكون شغل محصلة جميع القوى الواقعة على تلك النقطة مساويا الى

$$\frac{1}{2}\,\text{م}\,\text{عَ}^2 - \frac{1}{2}\,\text{م}\,\text{ع}^2$$

ولأجل الحصول على مقدار الشغل الكلى يلزم ايجاد حاصل جمع الاشغال الجزئية لكن حيث ان هذا الحاصل يتركب من جملة حدود مشابهة كل منها الى $\frac{1}{2}\,\text{م}\,\text{عَ}^2$ التى يمكن بيان مجموعها بالمقدار $\text{مج}\,\frac{1}{2}\,\text{م}\,\text{عَ}^2$ ومن جملة حدود أخر مشابه كل منها الى $\frac{1}{2}\,\text{م}\,\text{ع}^2$ التى يمكن بيان مجموعها بالمقدار $\text{مج}\,\frac{1}{2}\,\text{م}\,\text{ع}^2$ فحينئذ اذا رمز لمجموع اشغال جميع القوى الواقعة على الجملة المادية بالرمز ش و يكون

$$\text{ش و} = \frac{1}{2}\,\text{مج}\,\text{م}\,\text{عَ}^2 - \frac{1}{2}\,\text{مج}\,\text{م}\,\text{ع}^2$$

وهو المطلوب اثباته

تنبيه — من المهم جدا معرفة انه بواسطة معادلة القدرة يمكن الحصول على شغل اى قوة بدون معرفة شدتها واتجاهها وزمن تأثيرها على المتحرك وانما يكفى فقط معرفة جسم ذلك المتحرك ومقدار تغير سرعته الناشئ عن تلك القوة

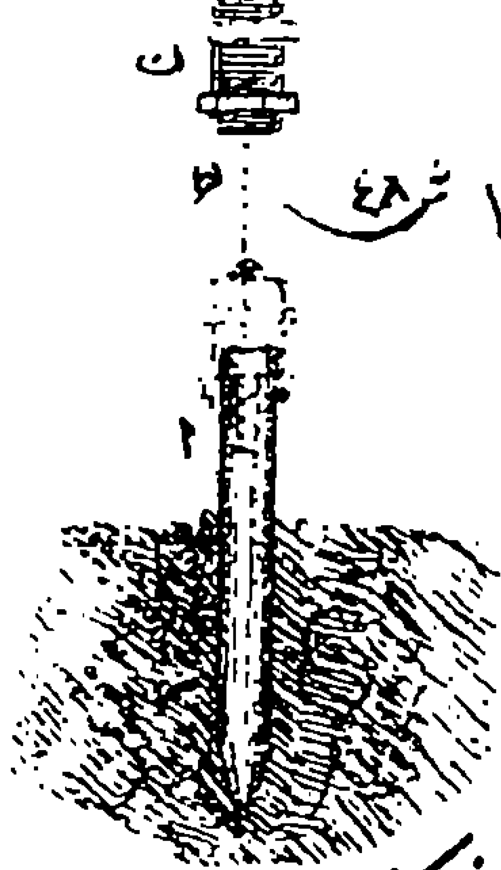
وسنذكر

وسنذكر فيما بعد جملة تطبيقات مهمة جدا على قاعدة القدر الحية لأجل فهم مزية استعمالها

تمرينات

(١) النسبة بين عزم القوة والشغل الجزئى لها ـ المطلوب البرهنة على ان النسبة بين الشغل الجزئى لقوة ثابتة واقعة على نقطة مادية وبين عزمها بالنسبة لنقطة ما كالنسبة بين جزء المسافة وبين بعد ذلك الجزء عن مركز العزم

(٢) الكبش المستعمل فى آلة دق الخوازيق ـ المطلوب تعيين مقاومة الأرض من بعد معلومية ثقل الكبش ك وارتفاع سقوطه ه ومقدار الكمية الصغيرة التى يقطعها الخازوق ا فى النزول من تأثير سقوط الكبش المذكور على قمة شكل ٤٨



(٣) عدة تدور بالخيل ـ اذا ربطت فى عدة دوارة اربعة خيول بحيث ان كلا منها يحدث شدا قدره ٣٠ كيلوجرام وان نصف قطر المدار يساوى ٣ متر وان الخيول تدور خمسة دورات فى كل ٣ دقائق فما يكون مقدار شغل الخيول المذكورة فى مدة ٨ ساعات وما يكون مقدار قوة الآلة التى عملت نفس الشغل المقدم بالخيول البخارية

(٤) الشغل الناتج من سقوط المياه ـ اذا كان نجرى ماء تصرفه ٥٠ متر مكعب فى كل ٢٤ ساعة وللانتفاع به جعل فيه سد ارتفاعه ٤ متر فما يكون مقدار الشغل الناتج من سقوط المياه من فوق رأس السد المذكور بالخيول البخارية

(٥) شغل البخار ـ اذا كانت آلة بخارية غير انتشارية ومساحة قطاع مكبسها س وطول الرجة فيها ل وضغط البخار فيها ض فما يكون مقدار شغل الآلة المذكورة فى كل ضعف رجه وما يكون شغل تلك الآلة أيضا بالخيول البخارية اذا كان عدد ضعف رجات المكبس فى الدقيقة الواحده هو ن

(٦) الشغل الناتج من انتشار غاز ما ـ اذا كان غاز ضغطه ن جوات داخل فى اسطوانة الى أن يقطع المكبس مسافة قدرها ½ من مجراه ثم غلق بعد ذلك منفذ دخول الغاز المذكور وصار المكبس متحركا بقوة انتشار ذلك الغاز فما يكون مقدار الشغل المتحصل من الانتشار بفرض عدم تغير درجة الحرارة وما يكون مقدار تأثير الضغط المقاوم

(٧) ما مقدار السمك اللازم اعطاؤه للوح من الخشب حتى لا يثقب بتأثير مقذوف ثقله ه وسرعته ع من بعد ملاحظة ان المقاومة المتوسطة للخشب هى ى

(٨) ما مقدار الشغل المتحصل من بارود داخل ماسورة بندقية من بعد معلومية ان الرصاصة التى ثقلها د تخرج من البندقية المذكورة بسرعة قدرها ى امتار فى الثانية

انتقال الشغل في الآلات

تطبيق قاعدة القدر الحية على الآلات

الآلة هي جسم أو عدة اجسام مرتبطة بعضها مع بعض معدة لنقل شغل القوى والقوى التي تؤثر على آلة ما بعضها يحرك تلك الآلة ويسمى بالقوى المحركة وشغلها يسمى بالشغل المحرك والبعض الآخر يميل لابطاء أو ايقاف حركة الآلة المذكورة ويسمى بالقوى المقاومة وشغلها يسمى بالشغل المقاوم

الشغل المفيد ـ شغل المقاومات الثانوية ـ المقاومات الواقعة على الآلة تنقسم الى مقاومات مفيدة أو أصلية وهي عبارة عن التأثير الذي تحدثه الآلة وشغلها يسمى بالشغل المفيد والى مقاومات ثانوية وهي مثل الاحتكاكات ومقاومات الاواسط والتصادمات والارتجاجات الحاصلة في بعض القطع وهكذا وتلك المقاومات تبتلع بصفة فقد محض جزأ من الشغل وشغلها يسمى بشغل المقاومات الثانوية أو الشغل العادم

مثلا عند رفع دلو ماء بواسطة ملفاف فأن القوة التي تؤثر على المنويلة تحدث الشغل المحرك وثقل الماء المرفوع مضروبا في الارتفاع اللازم رفعه اليه هو الشغل المفيد أما ثقل الدلو والحبل والمقاومة الناشئة من الماء والهواء على حركة الدلو والماء المصبوب اثناء الصعود ويبوسة الحبل أي المقاومة اللازم ان يتغلب عليها لأجل ثني الحبل المذكور على الملفاف واحتكاك الصباعين فأن جميع تلك المقاومات تحدث شغلا يسمى بشغل المقاومات الثانوية

حركة أي آلة ـ كل آلة يمكن اعتبارها كجملة نقط مادية مرتبطة مع بعضها ومتحركة بحركات مخصوصة وعلى ذلك فيمكن تطبيق قاعدة القدر الحية عليها وحينئذ يكون شغل القوى الواقعة على أي آلة مقدرا بتغير القدر الحية

وحيث أن القوى المحركة تؤثر في الجهة المضادة لجهة القوى المقاومة فتكون اشارة شغل القوى المحركة مغايرة لاشارة شغل القوى المقاومة وحينئذ اذا رمز للشغل المحرك بالرمز $ش_م$ وللشغل المقاوم بالرمز $ش_ق$ يكون

$$ش_م - ش_ق = \frac{1}{2} م ع^2 - \frac{1}{2} م ع_٠^2$$

وهذه المعادلة المهمة تسمى بمعادلة الشغل

مناقشة ـ يلزم اعتبار ثلاث حالات

الاولى ان تكون $ع > ع_٠$ وحينئذ يحدث $ش_م > ش_ق$

وهذا يحصل في المدة التي فيها تأخذ الآلة في السير وفي تلك المدة تتزايد السرعة حتى تصل سرعة حالة الانتظام

الثانية ـ أن تكون $ع = ع_٠$ وحينئذ يحدث

$$ش_م = ش_ق$$

وفي هذه

وفي هذه الحالة تكون الحركة منتظمة وهذا ما يعبر عنه بالسير العمومي الذي تكون فيه سرعة الآلة هي سرعة حالة الانتظام

ويفهم من ذلك أنه لاجل ان يكون سير الآلة منتظما يلزم ان تحدث القوى المؤثرة على تلك الآلة شغلا محركا مساويا للشغل المقاوم

الثالثة – ان تكون ع د ع وحينئذ يحدث

ش د ش

وفي هذه الحالة سرعة الآلة تتناقص وهي المدة التي فيها تأخذ الآلة في الوقوف والشغل المحرك يكون أصغر من الشغل المقاوم ويتناقص الى ان تقف الآلة

التساوي بين الشغل المحرك والشغل المقاوم – في اثناء مدة السير أعني اثناء المدة التي تمضي بين مبدأ سير الآلة وبين وقوفها يكون الشغل المحرك مساويا طبعا للشغل المقاوم

لأنه في معادلة ش – ش = ½ م عَ – ½ م عً يكون

ع = ٠ حيث ان الآلة تسير من السكون

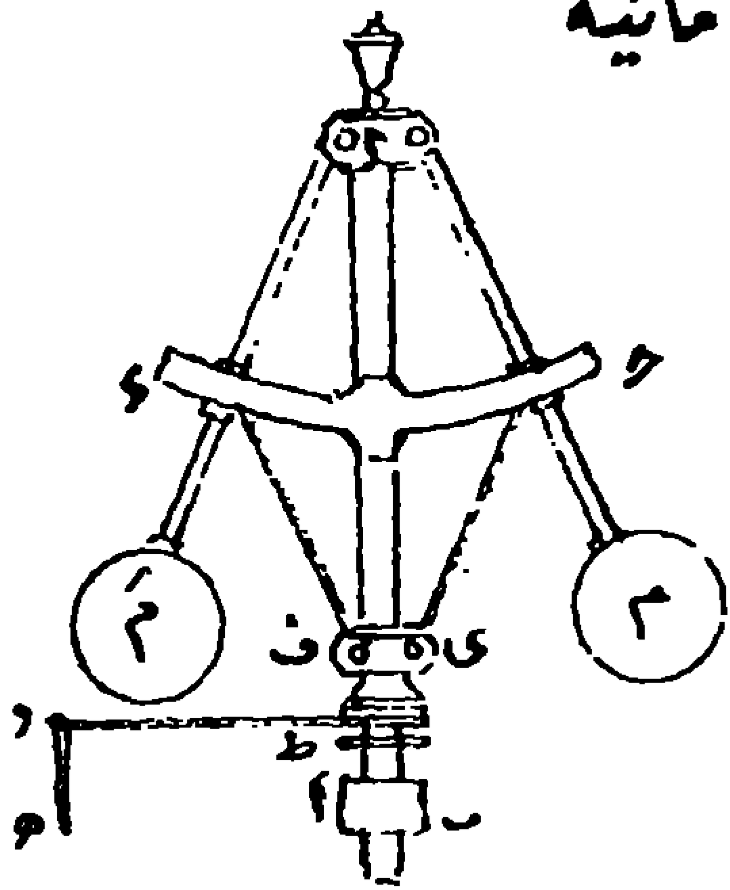
ع = ٠ حيث ان الآلة ترجع الى السكون

فحينئذ يكون ش – ش = ٠ ومنها يحدث

ش = ش

سرعة حالة الانتظام – قد ذكرنا فيما تقدم ان الآلة يكون لها سرعة حالة الانتظام متى كانت حركتها منتظمة وحيث ان الحصول على هذه الحالة بالضبط غير ممكن غالبا بسبب أن المقاومات اللازمة ان يتغلب عليها متغيرة جدا فيبحث عن الوصول للقرب من تلك الحالة بقدر الامكان وحيث ان كل تغير دفعي للسرعة ينشأ عنه انضدام وعليه يحصل فقد من الشغل فلاجل منع تغيرات السرعة تستعمل المنظمات والطيارات التي سنذكرها فنقول

المنظم ذو القوة الطاردة المركزية – المنظمات هي أجهزة تعدل شدة القوة المحركة عادة بتنظيم دخول البخار في اسطوانة البخار مثلا أو بتنظيم دخول كمية الماء التي تدور طارة مائية



شكل ٤٩

والمنظم الكثير الاستعمال هو المنظم ذو القوة الطاردة المركزية أو المنظم ذو الكرتين الذي عدله المعلم وات لاستعماله في الآلات البخارية وهو يتركب كما في شكل ٤٩ من ساق رأسي ٢٢َ الذي يتحرك حركة دورانية باتصاله بمحور حركة الآلة ومن ساقين مائلين ٢ح ا اى مرتبطين ارتباطا مفصليا في ٢ ومنتهيين بجسمين ثقيلين م امَ مشتركين مع الساق الرأسي السابق ذكره في الحركة الدورانية المذكورة ثم انه مرتبط في ح ا ى ساقان اخران ح ى ا ى ف ارتباطا مفصليا

وهذان الساقان مرتبطان بجلبة ى ف التي تتحرك على طول الساق ٢١ وهذه الجلبة تحرك احد ذراعي رافعة ذات مرفق ط و هـ وذراعها الآخر يفتح أو يغلق منفذ قبول البخار أو يؤثر على أعضاء الانتشار فاذا ازدادت الحركة فأن الكرتين تتباعدان وعليه فالجلبة ترتفع والرافعة ذات المرفق تغلق منفذ القبول واذا نقصت سرعة الآلة فالمنظم يحدث تأثيرا مغايرا للأول

وعيب المنظمات هو تأخير تأثيرها وذلك لأنه يلزم أن تكون الحركة متزايدة قبل ان يؤثر المنظم من أجل أبطائها وحينئذ فلا يكون للمنظمات فائدة الا اذا كان تأثير الاسباب الموجبة لازدياد الحركة او لابطائها له مكث

وتمنع التغيرات الدفعية للسرعة بواسطة الطيارات

الطيارات — الطارات هي طارات ذات قطر كبير وبجسم عظيم موزع بانتظام على الخصوص نحو المحيط فحين ابتدأت الآلة في الحركة فأن الطيارة تبطئ ازدياد السرعة بابتلاع كمية عظيمة من الشغل الى ان تصل سرعة الآلة الى سرعة حالة الانتظام واذا ازدادت المقاومات بعد ذلك فأن الطيارة تترك جزأ من القدرة الحية المشتملة هي عليها وبسبب عظم جسمها فأن سرعة الآلة تنقص بكيفية غير محسوسة

ويمكن اعتبار الطيارة كمستودع يبتلع الشغل الزائد ويمنع الآلة من الهيجان ثم يتركه عندما يضعف المحرك أو تتزايد المقاومات ويمنع حصول بطئ دفعي

ثم ان وجود الطيارة في الآلات التي لها ذراع ومنويله ضروري لأجل التغلب على النقط الميتة وأما الات اللوكوموتيف فلا تستعمل فيها الطيارات بسبب عظم حساماتها وزيادة على ذلك فأن تلك الآلات لها جملة اذرعة لتنظيم تأثير القوة المحركة

ومتى علمت التغيرات التي يمكن ان تحدثها المقاومة فأنه يمكن تعيين مقادير ابعاد الطيارة بحيث ان تغيرات السرعة لاتتجاوز حدا معينا كمقدار $\frac{١}{٥٠}$ مثلا من سرعة حالة الانتظام

وعيب الطيارة هو تكبير شغل المقاومات الثانوية بمقدار عظيم بسبب الاحتكاك الحاصل من أصبعيها على مسنديها

الشغل المفيد — جودة الآلة — قد علم مما تقدم ان الشغل المقاوم يتركب من الشغل المفيد ومن شغل المقاومات الثانوية وحينئذ يكون

$$\text{ش}_{\text{ق}} = \text{ش}_{\text{ف}} + \text{ش}_{\text{ث}}$$

وحيث ان $\text{ش}_{\text{م}} = \text{ش}_{\text{ق}}$ بموجب ماتقدم فيكون

$$\text{ش}_{\text{م}} = \text{ش}_{\text{ف}} + \text{ش}_{\text{ث}}$$

ويفهم من ذلك ان الآلة تكون جيدة كلما كان شغل المقاومات الثانوية ضعيفا حيث انه في هذه الحالة يكون الشغل المفيد جزأ عظيما من الشغل المحرك

فالنسبة بين الشغل المفيد والشغل المحرك هي ما تسمى بجودة الآلة أو بمعامل التأثير المفيد وعلى هذا فتكون الجودة

الجودة المذكورة مبينة بالمقدار $\frac{\text{ش}}{\text{ش}}$

وحيث أنه من المستحيل اعدام شغل المقاومات الثانوية فتكون الجودة دائما أصغر من الواحد ولا تتجاوز ٧٥ر في الآلات الجيدة الا نادرا

وحينئذ يكون من المهم جدا تقليل المقاومات الثانوية ما امكن ولذلك يلزم تقليل القطع المتحركة وتلطيف الاحتكاكات بصقل القطع المتماسة وحفظ الدهانات على حالة جيدة وضبط القطع كى تصير الأخلية قليلة ويحصل تقليل الارتجاجات ما امكن وهكذا ومع ذلك فجميع هذه الاحتراسات لا يمكنها سوى تقليل المقاومات الثانوية وليس محوها بالكلية وعليه فتقلل الشغل المقاوم فقط ولا انعدامه

ويعلم من ذلك انه يستحيل حينئذ التوصل الى شغل مساو للشغل المحرك حيث أنه بأى آلة كانت لا يحصل الا على جزء من الشغل المحرك

من العبث البحث عن الحركة الدائمية — الحركة الدائمية موجودة من ابتداء خلقة العالم فان حركات الكواكب والبحار والانهار وهكذا مستمرة الوجود الى الآن ويمكن الانتفاع بأحدها بواسطة الآلات التى تحرك مادامت قابلة للاستعمال

وأما البحث عن الحركة الدائمية التى نحن بصددها فهو أمر مخالف لذلك اذ الغرض منه ايجاد آلة تتحرك تحركا لا نهاية له وتؤدى الى عمل مفيد وذلك بواسطة تأثير محرك عليها مدة قليلة من الزمن فقط

فهذا الامر عبث محض لأنه ولو فرض عدم الحصول على ادنى عمل مفيد فانه من المستحيل أن التأثير المحدود الناشئ عن محرك أن يؤدى للآلة حركة تستمر بلا نهاية

وللبرهنة على ذلك يقال أنه بالنسبة لأى آلة بناء على ما تقدم يكون

$$\frac{\text{شُ}}{\text{م}} = \frac{\text{شَ}}{\text{قه}} \quad \text{أو}$$

$$\text{قه} \times \text{هـ} = \text{ك} \times \text{ء}$$

وحيث ان فى هذه الحالة مقدار الطرف الأول من المعادلة المذكورة محدود بسبب ان مقدار كل من القوة المحركة قه والمسافة هـ التى تقطعها محدود وصغير نوعا على العموم فلا يمكن ان يكون الطرف الثانى غير محدود وحيث انه مهما كان صغر مقدار المقاومة ك لا يمكن ان تكون معدومة فالعامل الثانى ء يكون له طبعا مقدار محدود وبالأولى يكون محدودا اذا كانت الآلة ملزومة لأن تؤدى عملا مفيدا وهو المطلوب

تحقيق قاعدة انتقال الشغل

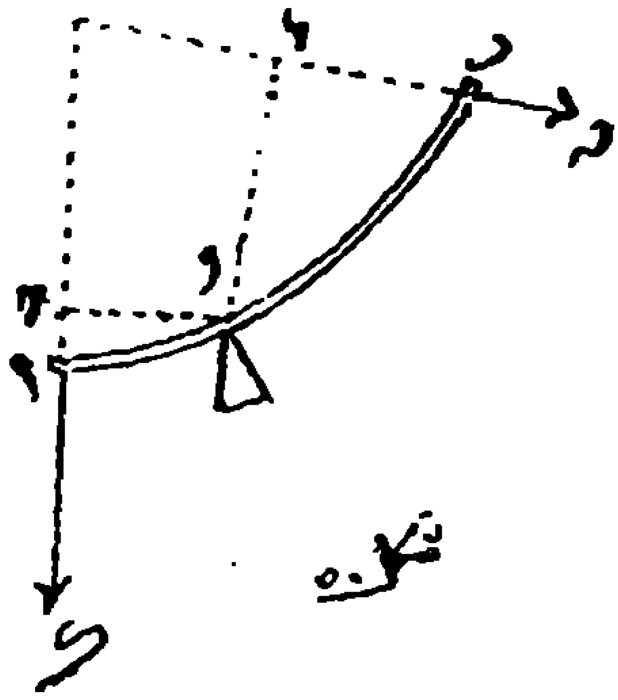
قد ذكرنا فيما تقدم أن الآلة تنقل الشغل المحرك وفى مدة من السير يكون الشغل المحرك مساويا للشغل المقاوم فهذا ما يعبر عنه بقاعدة انتقال الشغل

وقد تحقق بالسهولة هذه القاعدة فى الآلات البسيطة المتحركة بانتظام بتأثير قوتين

وذلك لأنه حيث كانت الحركة منتظمة فالقوة قه والمقاومة ك تتزنان معا اذ بخلاف ذلك يكون لهما محصلة مؤثرة على الآلة بالاستمرار وتحدث لها حركة متغيرة وهذا مخالف للغرض فحينئذ تسير الآلة

بناء على خاصية القصور الذاتي أعني يكون الشغل المحرك يساوي الشغل المقاوم
ويتحقق التساوي بين الشغل المحرك والشغل المقاوم في الحالة الخصوصية التي نحن بصددها باتخاذ الرافعة مثلا وباتباع سير مشابه لذلك يجري التحقيق عينه بالنسبة للآلات البسيطة الأخر المتحركة بانتظام الذي سيطلب فيما بعد بصفة تمرين

تحقيق قاعدة الشغل في الرافعة — اذا كان ا و ب شكل رافعة متأثرة بقوتي ه ، ك فنفرض أن القوتين المذكورتين مؤثرتان في النهايتين ء ، ا لذراعي رافعتهما
وحيث ان القوتين المذكورتين عموديتان دائما على ذراعي رافعتهما بسبب حصول التوازن في اثناء الحركة فاذا فرض جري م ، ن للقوسين المرسومين بالنقطتين ء ، ا يكون شغل القوة ه مساويا الى ه م بموجب ما تقدم وشغل القوة ك مساويا الى ك ن



وحيث ان القوتين ه ، ك متزنتان فبموجب ما تقدم يكون $\frac{ه}{ك} = \frac{وا}{وء}$
وكذا حيث ان القوسين م ، ن متشابهان فيكونان مناسبين لنصفي قطريهما
ويحدث $\frac{ن}{م} = \frac{وا}{وء}$ وحينئذ يكون

$\frac{ه}{ك} = \frac{ن}{م}$ ومنها يحدث

$$ه م = ك ن$$

أعني ان الشغل المحرك يساوي الشغل المقاوم وهو المطلوب

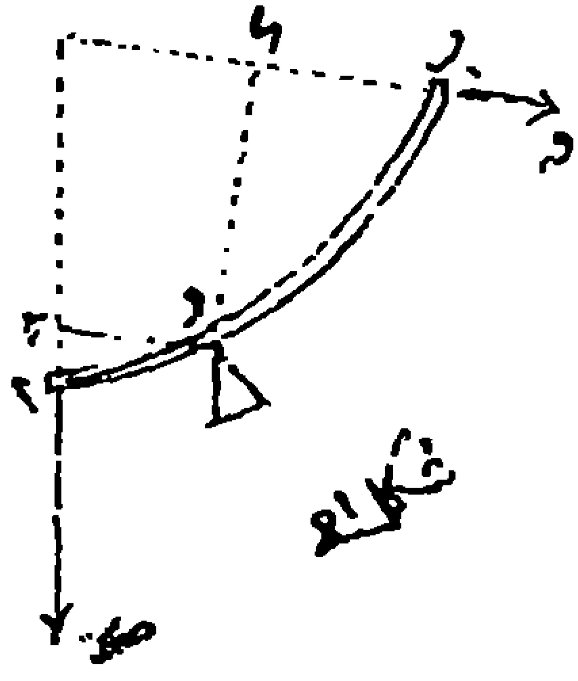
ما يكتسب من القوة يفقد من السرعة — هذه القاعدة التي يلزم مراعاتها ناتجة من قاعدة انتقال الشغل وذلك لأن كل شغل محرك يقابل لشغل مقاوم مساو له ولكن الشغل المقاوم المذكور هو حاصل ضرب عاملين بحيث اذا كبر احدهما صغر الآخر فحينئذ اذا كبرت القوة التي يلزم ان يتغلب عليها صغرت المسافة التي تقطعها وبالعكس اذا أريد تكبير المسافة فالقوة التي يلزم ان يتغلب عليها تصير صغيرة
وعلى هذا فيرى ان ما يكتسب من القوة يفقد من المسافة المقطوعة
ومع ذلك فينطق بالقاعدة المذكورة عادة هكذا
ما يكتسب من القوة يفقد من السرعة

شروط توازن الآلات البسيطة المحصلة تلك الشروط بواسطة معادلة الشغل

التساوي بين الشغل المحرك والشغل المقاوم في الآلات المتحركة بانتظام يوصل بطريقة بسيطة جدا الشروط توازن القوى الواقعة على تلك الآلات

توازن الرافعة — حيث ان الرافعة ا و ب شكل متحركة بانتظام بتأثير القوتين ه ، ك فتكون

هاتان



هاتان القوتان متزنتين بموجب ما تقدم واذا فرض أنهما واقعتان في نقطتي ء ، ﺣ اللتين هما نهايتا ذراعي رافعتهما فتكون هاتان القوتان عموديتين دائما على وء ، وﺣ ما دام التوازن حاصلا وحينئذ اذا رمز بالرمزين م ، ﻫ للمسافتين المقطوعتين بالنقطتين ء ، ﺣ فأن معادلة الشغل تكون هي

ﻗ م = ك ﻫ ومنها يحدث

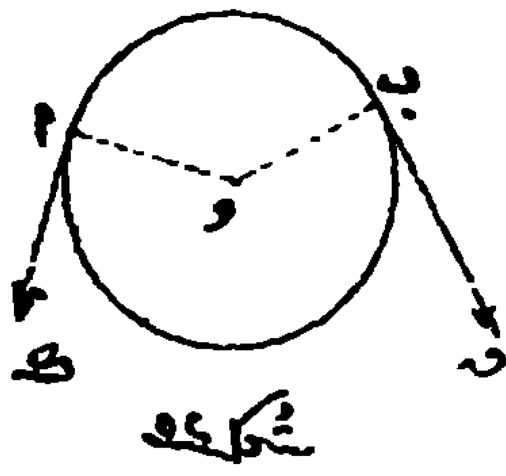
ﻗ / ك = ﻫ / م ولكن بناء على ما تقدم يكون

ﻫ / م = وﺣ / وء وحينئذ يحدث

ﻗ / ك = وﺣ / وء

اعني ان القوة والمقاومة متناسبتان عكسا لذراعي رافعتهما وهذا هو الشرط الذي وجد سابقا في علم الاستاتيك

توازن البكرة الثابتة ـ حيث ان المسافتين المقطوعتين بالنقطتين ا ، ب شكل٤١ متساويتان بالبداهة فمعادلة الشغل تكون

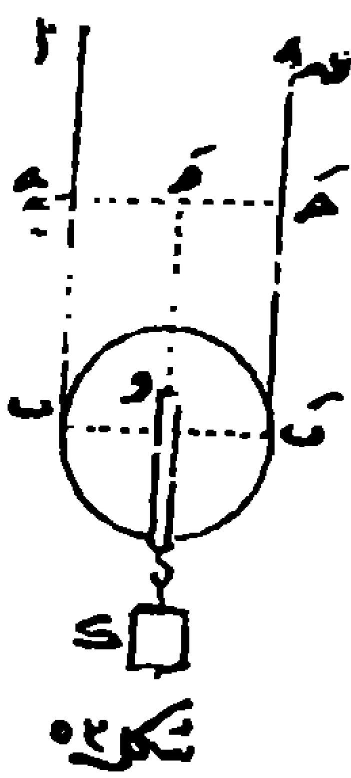


ﻗ م = ك م وحينئذ يكون

ﻗ = ك

وهذا هو شرط توازن البكرة الثابتة السابق ايجاده

توازن البكرة المتحركة ـ الحالة البسيطة المستعملة كثيرا في العمل هي التي فيها يكون الحبلان متوازيين وهي التي سنشتغل بها هنا فنقول



اذا فرض ان وو َ شكل٤٢ هو الارتفاع الذي ارتفعت اليه البكرة أو الحمل ك فأن كلا من الحبلين ينقص بمقدار وو َ وحينئذ فالقوة ﻗ يلزم أن تتحرك بمقدار ٢× وو َ وعلى هذا ففي معادلة الشغل التي هي

ﻗ م = ك ﻫ يكون

م = ٢ ﻫ وحينئذ يحدث

ﻗ × ٢ ﻫ = ك ﻫ ومنها يحدث

ﻗ / ك = ١ / ٢

وهذا هو عين الشرط السابق ايجاده في الاستاتيك

توازن الملفاف ـ حيث ان القوتين ﻗ ، ك مؤثرتان بالتماس لمحيطين و ا ، وب شكل٤٣ فمتى دار الملفاف دورة كاملة يكون ش ﻗ = ﻗ × ٢ ط ﻧﻘ ،

ش ك = ك × ٢ ط ﻧﻫ

وحينئذ فمعادلة الشغل تكون

ق × ٢ ط نق = ك × ٢ ط نق ومنها يحدث

$$\frac{ق}{ك} = \frac{نق}{نق'}$$

وهي المعادلة المعروفة في الاستاتيك

شكل ٥٤

توازن البلنكو — اذا كان البلنكو كما في شكل ٥٥ فانه اذا ارتفعت المقاومة ك بمقدار هـ فان كلا من الستة احبال ينقص بقدر الارتفاع المذكور والقوة ق الواقعة على نهاية الحبل السابع تنتقل بمقدار مساو الى ٦ هـ ومعادلة الشغل تؤول الى

ك هـ = ق × ٦ هـ ومنها يحدث

$$ق = \frac{ك}{٦}$$

شكل ٥٥

توازن المستوى المائل — اذا فرض ان ل هي المسافة المقطوعة بالجسم على طول المستوى المائل شكل ٥٦ فان شغل القوة ق بموجب ما تقدم يكون مساويا الى

ق جتا ب × ل

وشغل المقاومة ك يكون مساويا الى

ل × ك جتا ك و ف أو

ك جا ا × ل

وحينئذ فمعادلة الشغل تكون

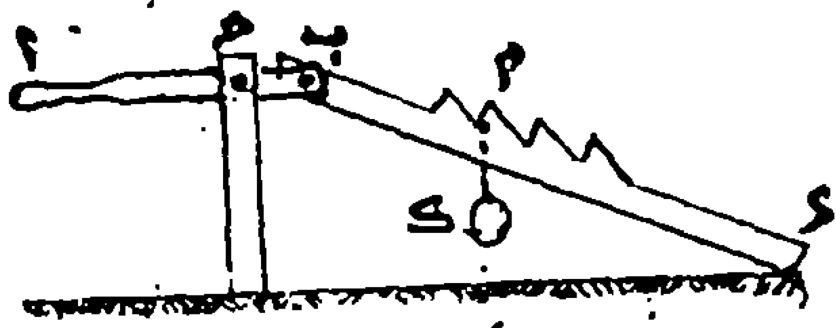
ق ل جتا ب = ك ل جا ا ومنها يحدث

$$\frac{ق}{ك} = \frac{جا ا}{جتا ب}$$

شكل ٥٦

وهذا هو الشرط الذي وجد في الاستاتيك بالنسبة للمستوى المائل

توازن الرافعة المضاعفة المستعملة لرفع العربات — لاجل رفع عربة بواسطة هذه الآلة شكل ٥٧ يعشق احد الاسنان م للرافعة ب ء اسفل الدنجل ويضغط على المقبض ا لنهاية الرافعة ب ا ولحساب مقدار الثقل ق اللازم ايقاعه على الرافعة ا ب المفروض انها افقية بحيث يتزن مع الثقل ك المؤثر في م بناء على معادلة الشغل



شكل ٥٧

نفرض ان مَ ، اَ هي الانتقالات الآنية الصغيرة جدا للنقط م ، ب ، ا

وحينئذ من معادلة الشغل ق اَ = ك مَ يكون

$$ق = ك \times \frac{مَ}{اَ}$$

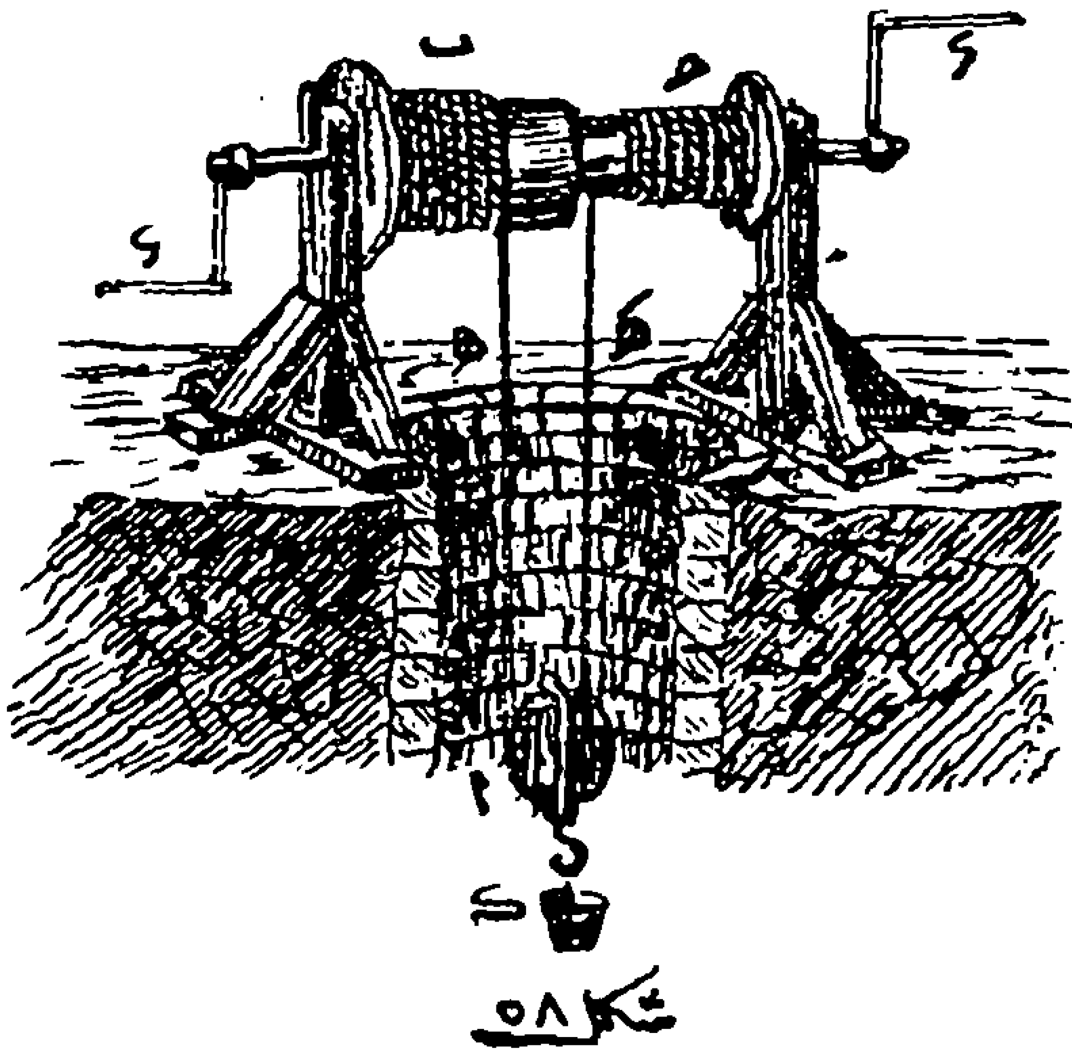
وحيث ان $\frac{مَ}{ب} = \frac{ءم}{ءب}$ ، $\frac{بَ}{ا} = \frac{حب}{اح}$ فيكون

$\frac{مَ}{ا} = \frac{ءم}{ءب} \times \frac{حب}{اح}$ وحينئذ يكون

$$ق = ك \times \frac{ءم \times حب}{ءب \times اح}$$

وهذا المقدار هو عين المقدار الذى يستنتج بناء على شروط التوازن

توازن الملفاف الفرقى ـ لنفرض ملفافا اسطوانته مكونة من جزئين نصفا قطريهما مختلفان كما فى شكل ٥٨ وان الحمل ك معلق فى حبل بواسطة بكرة



شكل ٥٨

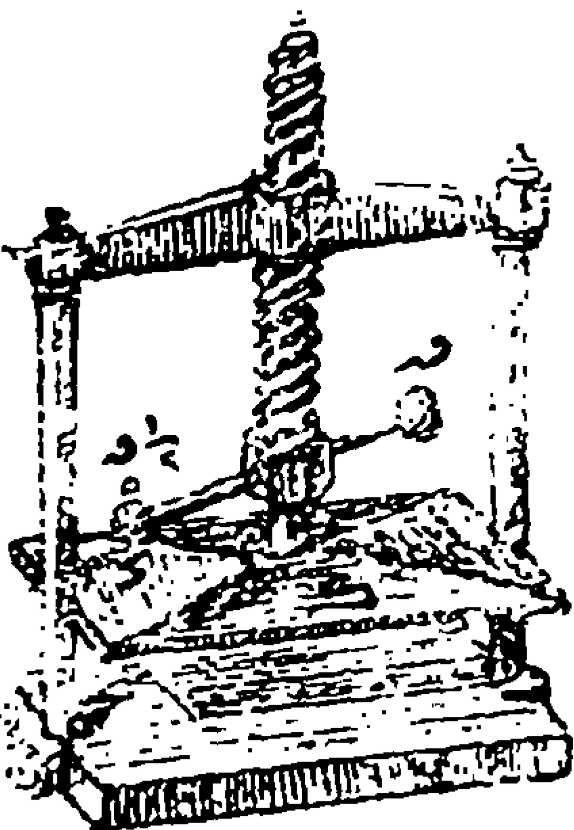
متحركة ا بحيث ان فرعى الحبل المذكور المارين على البكرة المذكورة متوازيان وملتفان على التناظر على الاسطوانتين ح ا ب اللتين نصفا قطريهما نقَ ا نق ونفرض ان التوازن حاصل بواسطة قوة ق الواقعة بالتماس على محيط دائرة نصف قطرها بعه المرسوم بأحدى المنويلتين ء ثم نحدث للملفاف المذكور انتقال راويا حول محوره قدره ى فحينئذ نقطة ء تنتقل بمقدار بعه ى والفرع ه يلتف بمقدار نق ى والفرع هَ ينفك بمقدار نقَ ى والثقل ك يرتفع بمقدار نصف الفرق (نق ـ نقَ) ى ومعادلة الشغل تؤول الى

$$ق \, بعه \, ى = ك \times \frac{(نق - نقَ)\, ى}{٢}$$ او

$$ق = \frac{ك}{٢} \times \frac{نق - نقَ}{بعه}$$

وهو عين الشرط السابق ايجاده فى الاستاتيك

توازن البريمة ـ البريمة لا تستعمل فقط فى الآلات الدقيقة بل تستعمل ايضا بكثرة عندما يحتاج الامر الى قوة عظيمة



شكل ٥٩

فحينئذ اذا قطعت القوة ق شكل ٥٩ المسافة ٢ ط ل فأن المقاومة ك تقطع الارتفاع ه ومعادلة الشغل تؤول الى

$ق \times ٢\, ط\, ل = ك\, ه$ ومنها يحدث

$$\frac{ق}{ك} = \frac{ه}{٢\, ط\, ل}$$

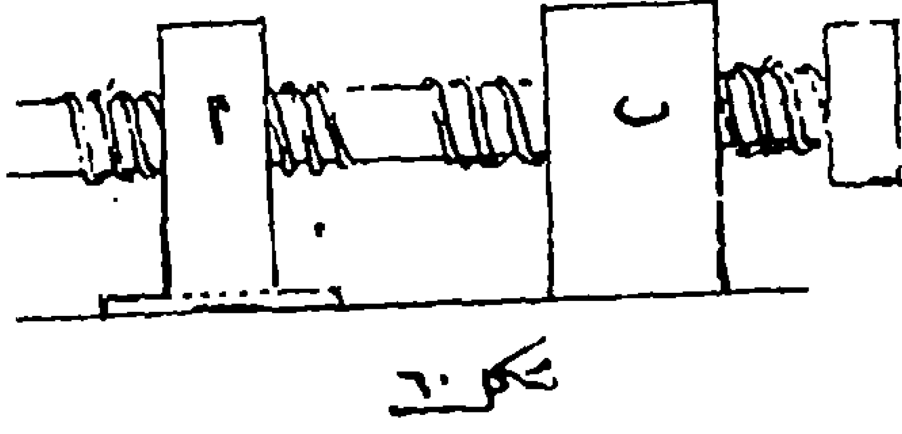
ويفهم من ذلك انه متى كانت البريمة متزنة يكون نسبة القوة الى المقاومة كنسبة خطوة البريمة الى طول المحيط المرسوم بنصف قطر مساو للذراع اى للولبيه

توازن البريمة الفرقية ـ حيث انه فى هذه البريمة شكل ٦٠ تكون المسافة المقطوعة بالقوة مساوية

الى ٢ط ل والمسافة المقطوعة بالمقاومة مساوية الى هـ ـ هَ فمعادلة الشغل تؤول الى

$$\text{ق} \times \text{٢ ط ل} = \text{م} \, (\text{هـ} - \text{هَ}) \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$\frac{\text{ق}}{\text{م}} = \frac{\text{هـ} - \text{هَ}}{\text{٢ ط ل}}$$

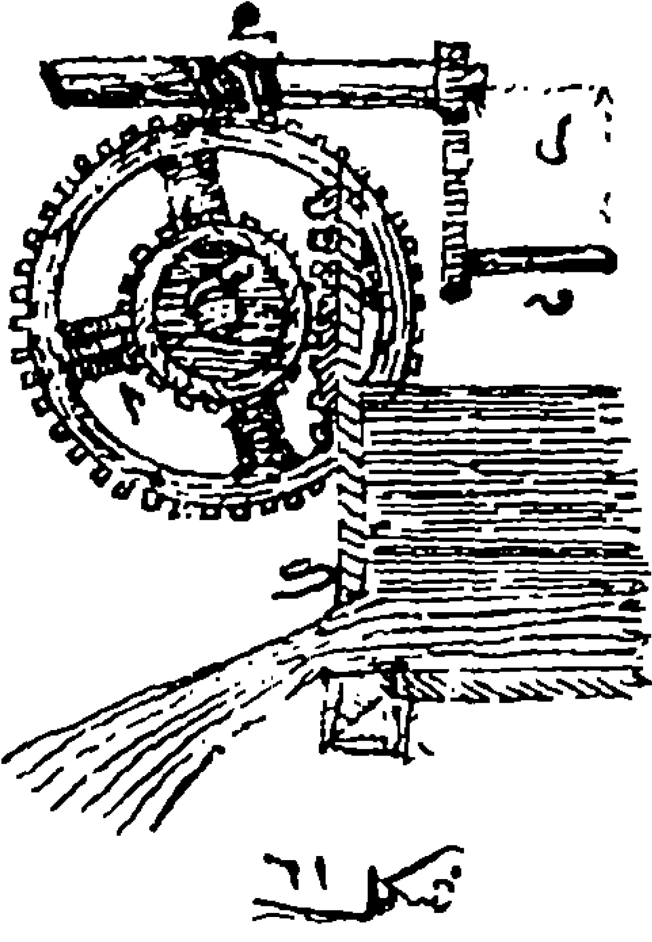


شكل ٦٠

توازن البريمة غير المنتهية ـ حيث انه فى هذه الآلة شكل ٦١ تكون المسافة المقطوعة بالقوة هى ٢ ط ل والمسافة المقطوعة بالمقاومة هى $\frac{\text{هـ} \times \text{نَ}}{\text{نـ}}$ فمعادلة الشغل تؤول الى

$$\text{ق} \times \text{٢ ط ل} = \text{م} \times \frac{\text{هـ} \times \text{نَ}}{\text{نـ}} \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$\frac{\text{ق}}{\text{م}} = \frac{\text{هـ نَ}}{\text{٢ ط ل نـ}}$$



شكل ٦١

وحيث ان البسط أصغر كثير من المقام فحينئذ هذه الآلة تحدث تأثيرات عظيمة بقوة ضعيفة

تمرينات

(١) ـ المطلوب تحقيق قاعدة الشغل فى الآلات الآتية

الأولى البكرة الثابتة

الثانية البكرة المتحركة فى حالة ما يكون الحبلين متوازيين

الثالثة المِيار

الرابعة الملفاف

الخامسة المستوى المائل

(٢) المطلوب ايجاد شرط التوازن بناء على معادلة الشغل فى الآلات الآتية

الأولى البلنكو المعتاد

الثانية الملفاف ذو الطارة المسننة

الثالثة المعزة

الرابعة المِيار الجسيم

الخامسة العفريتة

السادسة البلنكو الفرقى

(٣) المطلوب ايجاد شروط توازن البكرة المتحركة فى حالة ما يكون الحبلان غير متوازيين وذلك بناء على معادلة الشغل

في المقاومات

فى المقاومات التأنوية

المقاومات التأنوية هى التى تبتلع جزأ من الشغل بدون ان تحدث أدنى تأثير مفيد والمقاومات التأنوية الرئيسة هى

أولا الاحتكاك

ثانيا مقاومة الأواسط

ثالثا التصادمات

رابعا يبوسة الأحبال

ولنتكلم على تلك المقاومات بالترتيب فنقول

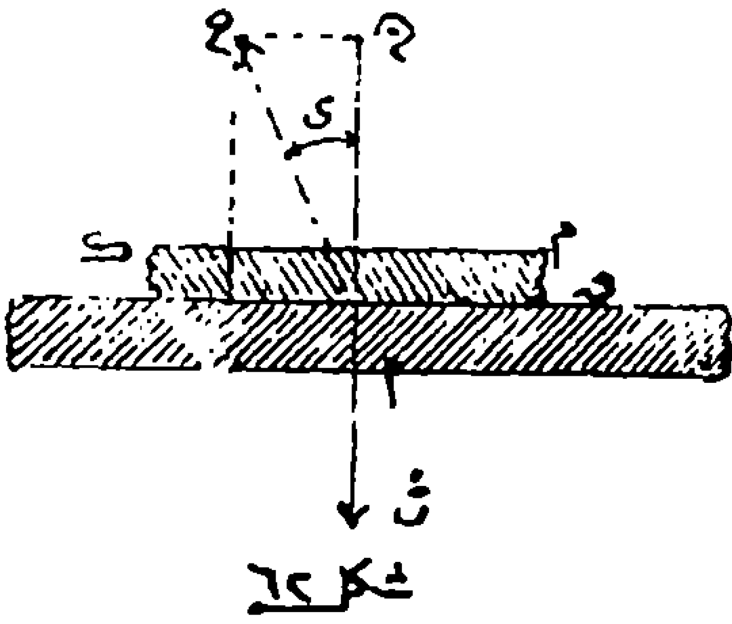
فى الاحتكاك

فقد ظهر من التجربة أنه لأجل زلق جسم ما على مستو افقى يلزم وجود قوة ذات شدة معينة بحيث اذا أثر عليه بتأثير أقل من تلك القوة يبقى الجسم المذكور ساكنا وحينئذ فذلك الجسم يكون متأثرا بثقله وبالقوة التى تميل لتحريكه ولكن حيث أن هاتين القوتين لهما محصلة مائلة على المستوى ولا تنعدم الا برد فعل ذلك المستوى فحينئذ يكون رد الفعل المذكور مائلا على سطح المستوى المذكور ويمكن تحليله الى قوتين احداهما عمودية على المستوى وتتزن مع ثقل الجسم المذكور ولا تحدث ادنى مقاومة للحركة والأخرى مماسة للسطح السابق ذكره وهى التى يلزم ان يتغلب عليها لأجل تحريك ذلك الجسم

وحينئذ متى ابتدأ الجسم المذكور فى الحركة فان رد الفعل المماس يكون هو الاحتكاك فى مبدأ الحركة

وقد ظهر من التجربة أيضا أنه متى كان الجسم متحركا على سطح افقى بناء على سرعته المكتسبة فان حركته تأخذ فى النقص بالاستمرار الى ان يسكن المتحرك المذكور ويفهم من ذلك حينئذ انه لابد من وجود قوة متجهة فى الجهة المضادة للحركة كانت سببا فى اعدام القدرة الحية التى كانت لذلك الجسم فهذه القوة المماسة للسطح المذكور هى الاحتكاك فى اثناء الحركة

وعلى هذا فلا يكون لقوة الاحتكاك وجود متى كان الجسم غير متأثر بالحركة وأنها تأخذ فى الظهور متى مالت قوة لتحريكه وتتزايد بازدياد القوة المحركة الى ان يتحرك الجسم المذكور وحينئذ فتكون مساوية للقوة المحركة المذكورة ثم ان قوة الاحتكاك تنقص عادة قليلا بمجرد تحرك الجسم وبعد ذلك تبقى ثابتة فى مدة الحركة



شكل ٦٢

وقوة الاحتكاك هى دائما متجهة فى الجهة المضادة للحركة

زاوية الاحتكاك - اذا فرض جسم م شكل ٦٢ موضوع على مستو افقى وكان متأثرا بثقله ث فقط فان رد الفعل ع للمستوى يكون مساويا ومضادا مباشرة للثقل ث لكن اذا أوقع على الجسم المذكور قوة مثل ى بحيث يصير ازديادها شيئا فشيئا الى أن يتحرك الجسم فان تلك القوة تكون مساوية لقوة

الاحتكاك ك

وحينئذ فالجسم يكون متأثرا بالقوتين ث ، ه وبرد الفعل ع للمستوى ورد الفعل هذا يمكن اعتباره مؤثرا فى النقطة ا التى هى نقطة تلاقى الرأسى المار بمركز ثقل الجسم بالمستوى الأسفل له وحيث أن الجسم متزن فيلزم ان يكون رد الفعل ع مساويا ومضادا مباشرة لمحصلة القوتين ه ، ث

اذا تقرر هذا فالزاوية ى التى يصنعها رد الفعل المذكور مع الخط العمودى للسطح المضغوط هى ما تسمى بزاوية الاحتكاك

معامل الاحتكاك – معامل الاحتكاك هو النسبة بين قوة الاحتكاك والضغط العمودى للجسم على السطح المضغوط وحينئذ اذا رمز لمعامل الاحتكاك المذكور بالرمز ء يكون

$$ء = \frac{ك}{ث} = \frac{ه}{ث}$$

ولكن من مثلث اع ث القائم الزاوية يحدث

$$\frac{ع ث}{ا ث} = \frac{ك}{ث} = طا ى \quad \text{وعليه يكون}$$

$$ء = طا ى$$

اعنى ان معامل الاحتكاك يساوى ظل زاوية الاحتكاك

ممارسة الاحتكاك بالتجربة

الاحتكاك فى مبدأ الحركة – قوانين الاحتكاك وضعها المعلم كولومب بناء على التجارب التى اجراها ثم حققها بعده المعلم موران بطرق دقيقة جدا كما يأتى

وهى انه جعل مدادة عريضة من البلوط اب شكل ٦٢ افقية بالضبط ووضع عليها صندوقا ف مشتملا على ثقل معلوم وربط ذلك الصندوق بحبل مرتبط بديناموتر ع ومار على مقر بكرة ه ثم علق فى نهاية الحبل المذكور كفة مثل ط ووضع فيها اثقالا تدريجيا الى ان ابتدأ الصندوق ف فى التحرك ورصد شدة الحبل من الديناموتر ع فهذه الشدة تكون مساوية لقوة الاحتكاك ك وبقسمة تلك القوة على ث الذى هو عبارة عن الضغط الرأسى للصندوق على المدادة ينتج مقدار معامل الاحتكاك ء فى مبدأ الحركة

شكل ٦٢

ويمكن تغيير مقدار الحمل الذى يوضع داخل الصندوق وكذلك السطوح المحتكة بتكسية المدادة وقاع الصندوق من الخارج بالسطوح المختلفة التى يراد اجراء التجربة عليها

الاحتكاك فى مدة الحركة – قد وصل المعلم موران حركة البكرة ه بجهاز مبين للحركة فرأى ان حركة الصندوق منتظمة العجلة وعلم حينئذ انها ناشئة من قوة ثابتة (بموجب ما تقدم) وتلك القوة المحركة

تساوى

تساوى بداهة للفرق بين شد الحبل للصندوق الذى يرمز له بالرمز ش وبين قوة الاحتكاك مدة الحركة التى يرمز لها بالرمز ك ولكن قد ظهر من رصد الديناموميتر أن ش ثابت مدة تحرك الصندوق وحيث أن الفرق ش ـ ك ثابت أيضا كما تقدم فيعلم من ذلك أن ك تكون ثابتة وعليه فتكون قوة الاحتكاك غير متعلقة بالسرعة

ولأجل تعيين مقدار ك نقدر بالضبط المسافة ه التى يقطعها الصندوق فى الزمن ز ثم نرمز لثقل الكفة ط مع الحمل الذى فيها بالرمز ه ولثقل الصندوق مع حمله بالرمز ث ثم يقال

حيث ان القوة ه ـ ك تحدث للجسم $\frac{ه+ث}{ج}$ حركة منتظمة العجلة التى نرمز لعجلتها بالرمز و فيكون

$$ه - ك = \frac{ه+ث}{ج} \times و$$

ولكن بموجب ما تقدم $ه = \frac{و ز^2}{2}$ ومنها يحدث

$$و = \frac{2ه}{ز^2}$$ وعليه يكون

$$ه - ك = \frac{ه+ث}{ج} \times \frac{2ه}{ز^2}$$ أو

$$ك = ه - \frac{ه+ث}{ج} \times \frac{2ه}{ز^2}$$

ومن هذه المعادلة يتعين مقدار ك وبقسمة ك على ث يحصل على مقدار معامل الاحتكاك فى مدة الحركة الذى يرمز اليه بالرمز ى

قوانين الاحتكاك ـ قد ظهر من تجارب المعلم كلومب والمعلم مورآن القوانين الآتية

الأول قوة الاحتكاك تناسب الضغط العمودى

الثانى انها تتعلق بجنس سطوح التماس

الثالث انها غير متعلقة باتساع سطوح التماس

الرابع انها غير متعلقة بسرعة الحركة

الخامس بالنسبة للأجسام القابلة للانضغاط فانه بعد حصول التماس بمدة قليلة يكون الاحتكاك كبيرا فى مبدأ الحركة عن مدة الحركة وأما بالنسبة للاجسام الصلبة فيقطع النظر عن هذا الفرق بسبب أنه يكون صغيرا جداً

تنبيهات

الأول ـ ولو أن قوة الاحتكاك غير متعلقة بالسرعة لكن الشغل المبتلع بالاحتكاك ليس كذلك لأنه اذا رمز للضغط العمودى بالرمز ه ولسرعة الجسم بالرمز ع ولمعامل الاحتكاك بالرمز ى فان مقدار شغل الاحتكاك فى مدة ثانية يكون

$$شغل الاحتكاك = ه ى \times ع$$

ويفهم من ذلك ان شغل الاحتكاك مناسبا للسرعة

الثانى ـ القانون الرابع للاحتكاك لم يحققه المعلم مورآن الا بالنسبة للسرع المحصورة بين صفر

وأربعة امتار في الثانية لكن قد ثبت من التجارب الأخيرة أنه متى وصلت السرعة الى ٢٠ متر في الثانية فأن الأحتكاك ينقص نقصا ظاهرا بمجرد ازدياد السرعة عن الحد المذكور

احتكاك الاصابع – اعلم ان احتكاك الأصابع على مساندها هو عين احتكاك السطوح المستوية على بعضها ومن المهم اعطاء الأصابع قطراً أصغر ما يمكن بحيث يكون مناسبا لصلابة الآلة لأنه اذا فرض ان نق هو نصف قطر الأصبع وان ق هو الضغط العمودي الذي يحدثه الأصبع على المسند وأن ء هو معامل الاحتكاك وان ن هو عدد الدورات في الدقيقة فتكون قوة الاحتكاك هي ق ء

والمسافة المقطوعة في الثانية هي ٢ ط نق ن

والشغل المبتلع بالاحتكاك الذي يرمز اليه بالرمز ش هو ش = ٢ ط ء ن نق ق

ويرى من ذلك ان الشغل العادم بالاحتكاك يزداد تبعا لنصف قطر الأصبع ويكون من المفيد حينئذ تقليل نصف القطر المذكور وانما يمكن تطويل الأصبع بدون حصول ادنى ضرر حيث ان الأحتكاك غير متعلق باتساع سطوح التماس

الدهانات – قد ظهر من التجربة ان الاحتكاك ينقص نقصا عظيما باستعمال الدهانات الموافقة بين السطوح المحتكة فأن معامل أحتكاك الحديد على الظهر الذي هو ٠،١٥ ينخفض الى ٠،٠٣ باستعمال دهان الزيت المجدد بالاستمرار

ويفهم من ذلك حينئذ انه من الضروري دهان السطوح المحتكة وأن آلات التزييت او التشحيم هي من الأمور المهمة جدا

وأحسن الدهانات في جميع الأحوال هو الدهان السائل الذي لا يندفع الى الخارج في الأحوال المستعمل فيها

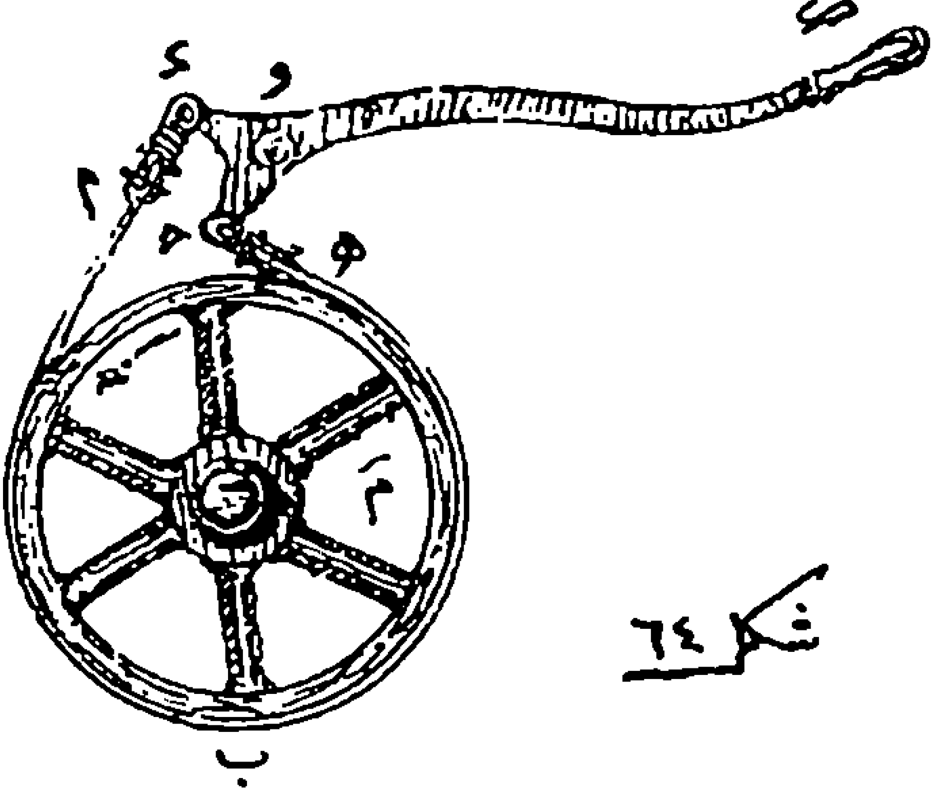
فالهواء يكون دهانا جيدا اذا أمكن حفظه بين السطوح المحتكة والماء يكون افضل من الزيت ان لم يكن سريع الانقذاف بالسهولة وقد يستعمل الماء بكثرة لمنع تسخين القطع بالاحتكاك وفي هذه الحالة يفضل استعمال ماء الصابون

تطبيقات الأحتكاك

ولو أن الأحتكاك مقاومة ثانوية تبتلع عادة بلا فائدة جزءا من الشغل المحرك الا أنه مفيد في كثير من الأحوال فأنه لولا الاحتكاك لما امكن سير الآدمي والحيوانات ووابورات السكك الحديد على الأرض وعلى القضبان وما امكن تثبيت المسامير المعتادة والمسامير البرمة في الاجسام الناعمة وما امكن ثبات سيور الحركة على طنابيرها وما امكن ثبات المستويات المائلة بميل قليل وهكذا

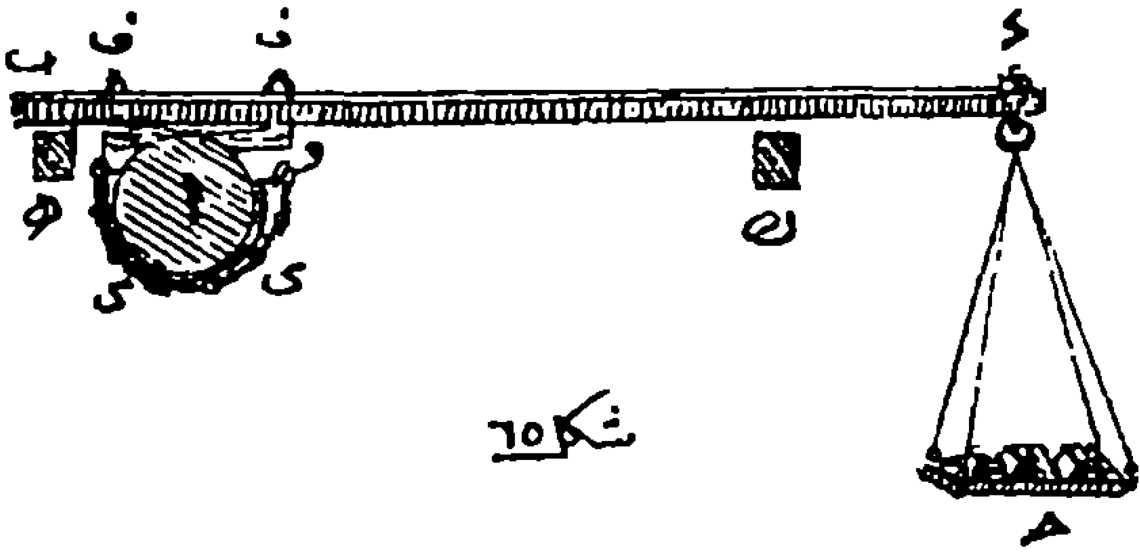
فالاحتكاك هو السبب في ابطاء سير العربات بواسطة الفرامل التي هي عبارة عن قطع من الخشب يمكن زنقها على العجل بواسطة رافعة ذات برمة ففي بعض الآلات وعلى الخصوص في العبارات الجسيمة (أي الونشات) تستعمل فرملة ذات شريط شكل ٦٤ لمنع الأحمال من النزول بسرعة عظيمة

وهي


شكل ٦٤

وهى عبارة عن شريط معدنى ا ب هـ مرتبط برافعة على شكل مخصوص د وهـ تسمح بزنق الشريط المذكور لشدة على محيط طارة م مَ

الفرملة الديناموميترية للمعلم رونى ـ قد استعمل المعلم رونى الاحتكاك بفائدة عظيمة لتقدير شغل محور الحركة فى الآلات المستعملة لادارة ورشة بواسطة آلة مخصوصة منسوبة له عبارة عن فرملة وهى تتركب كما فى شكل ٦٥ من قضيب ب ء معلق فى نهايته كفة هـ وهذا القضيب مثبت على محور الحركة ا بواسطة طوق من الخشب و ى ف الذى يمكن زنقه على المحور المذكور بالاختيار بواسطة الصامولتين ف ا فَ وبواسطة المانعين هـ اك يمكن منع الرافعة ب ء من الدوران مع محور الحركة


شكل ٦٥

فلتقدير الشغل بواسطة الآلة المذكورة يمنع اتصال الآلة المحركة بجميع الات الورشة (أى المكنات) ويزنق الطوق و ى ف تدريجيا الى ان تكون سرعة محور الحركة مساوية لسرعة حالة الانتظام ثم يوضع بعد ذلك فى الكفة هـ اثقال الى ان تصير الرافعة افقية وحينئذ فيكون الاحتكاك مبتلعا للشغل الذى كان يلزم ان يؤديه محور الحركة لمكنات الورشة

وعلى هذا اذا رمز لقوة الاحتكاك بالرمز د ولنصف قطر محور الحركة بالرمز نو ولعدد الدورات فى الثانية بالرمز ن فيكون شغل الاحتكاك مبينا بالمعادلة الآتية

ش د = د × ٢ ط نو × ن

وحيث ان الرافعة افقية فيكون الثقل ث الموضوع فى الكفة متزنا مع قوة الاحتكاك وحينئذ اذا رمز لطول ذراع الرافعة بالرمز ل يكون

د × نو = ث × ل   وعليه يكون

ش د = ث ل × ٢ ط × ن

وحيث ان جميع الكميات الداخلة فى الطرف الثانى يمكن تقديرها بالضبط فيتعين مقدار شغل الاحتكاك اى شغل محور الحركة بالضبط كذلك

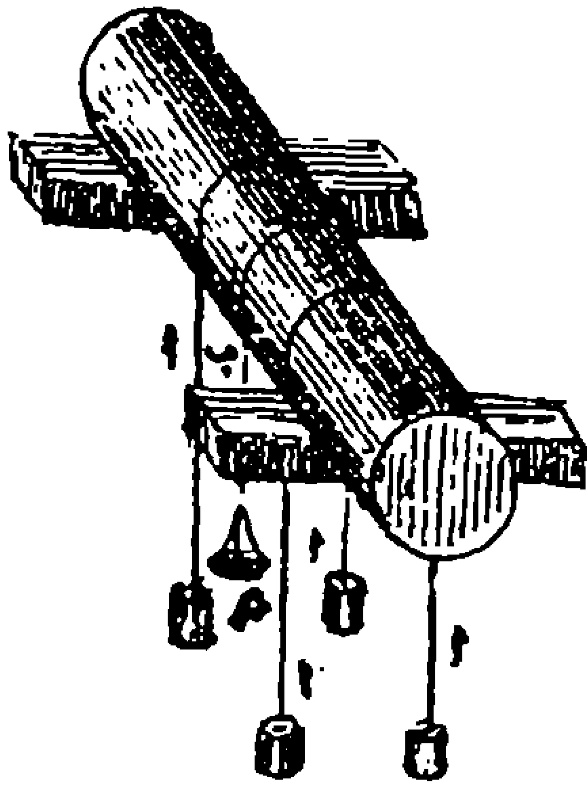
ولاجل قطع النظر عن ثقل الفرملة فى اثناء العمل بها يوضع فى طرفها ب ثقل اتزان بحيث ان الرافعة تكون افقية متى كانت متأثرة بالتثاقل فقط والا يلزم ان يعلق القضيب من نقطة ء فى ديناموميتر قبل زنق الفرملة على المحور ويقدر الشغل الذى اذا وضع فى الكفة هـ يحدث تأثيرا مساويا للتأثير

الناتج من ثقل القرملة ثم يضاف الثقل المقدر المذكور الى الحمل الذى يوضع فى الكفة ح

مقاومة الاحتكاك فى التدحرج

قد ظهر من التجربة أنه لاجل تدحرج اسطوانة على سطح مستو افقى يلزم وجود قوة معينة ويلزم أيضا قوة لحفظ انتظام الحركة وحينئذ فالسطح المذكور يحدث مقاومة للتدحرج تسمى باحتكاك التدحرج أو باحتكاك من النوع الثانى

الممارسة التجربية لاحتكاك التدحرج – قد عملت هذه التجربة بوضع اسطوانة أو درفيل على مداريتين موضوعتين فى استواء واحد افقى بالضبط شكل ٦٦ وهذا الدرفيل يمكن تحميله باثقال متساوية معلقة فى نهايات أحبال موضوعة عليه كى يصير ثقله كبيرا ثم يحصل تحريك الدرفيل المذكور بوضع اثقال فى الكفة ح المعلقة فى الحبل ب الملتف على الاسطوانة جملة لفات وقد ظهر من تلك التجربة ما يأتى



شكل ٦٦

قوانين احتكاك التدحرج – اولا ان المقاومة للتدحرج مناسبة للحمل وثانيا مناسبة عكسا لقطر الاسطوانة أى الدرفيل وحينئذ اذا رمز بالرمز ك للمقاومة للتدحرج وبالرمز ذَ لمعامل احتكاك التدحرج وبالرمز ع للحمل وبالرمز ب لقطر الدرفيل يكون

$$ك = ذَ \frac{ع}{ب}$$

وقد ظهر أن معاملات الاحتكاك فى التدحرج اصغر كثيرا من معاملات الاحتكاك فى الانزلاق وحينئذ عندما يراد تعويض الانزلاق بالتدحرج تستعمل الدرافيل لتحريك الاثقال عوضا عن زلقها على الأرض وبتعويض الصناديق المجرورة على قاعها بعربات ليستعاض الاحتكاك الانزلاقى للصندوق باحتكاك تدحرجى للعجل على الأرض واحتكاك انزلاقى للمحاور فى علبها وهكذا

(تنبيه) – فى حالة التدحرج كما فى حالة الانزلاق يكون الاحتكاك فى مدة الحركة أقل من الاحتكاك فى مبدأ الحركة وبمجرد حصول الحركة فان معامل الاحتكاك فى مبدأ الحركة ينقص دفعة واحدة لاجل ان يكون مقداره مساويا لمقدار الاحتكاك فى مدة الحركة وهاك جدولين مشتملين على معاملات الاحتكاك

معاملات

معاملات الأحتكاك

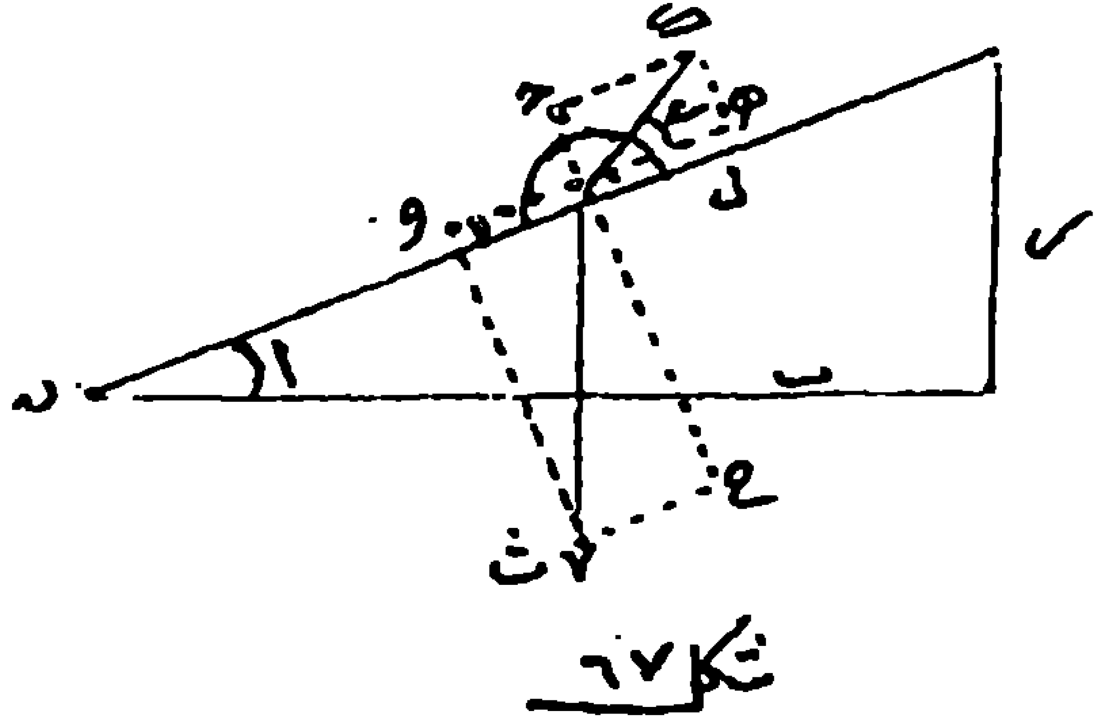
جنس السطوح المحتكة	حالة السطوح المحتكه	الاحتكاك في الانزلاق — في بدء الحركة — معامل الاحتكاك	في بدء الحركة — زاوية الاحتكاك	في مدة الحركة — معامل الاحتكاك	في مدة الحركة — زاوية الاحتكاك
بلوط على بلوط	بدون دهان	٠ر٦٢	٣١ ٤٨	٠ر٤٨	٢٥ ٣٩
شرحه	منديان بالماء	٠ر٧١	٣٥ ٢٣	٠ر٢٥	١٤ ٠٣
شرحه	الدهان بالصابون الجاف	٠ر٤٤	٢٣ ٤٥	٠ر١٦	٩ ٠٦
شرحه	الدهان بالشحم	٠ر١٩	١٠ ٤٦	٠ر٠٧	٤ ٢٥
حديد على بلوط	بدون دهان	٠ر٦٢	٣١ ٤٨	٠ر٦٢	٣١ ٤٨
شرحه	منديان بالماء	٠ر٦٥	٣٣ ٠٢	٠ر٢٦	١٤ ٣٥
شرحه	الدهان بالشحم	٠ر١٢	٠٦ ٥١	٠ر٠٨	٤ ٤٠
سير من الجلد على بكره من الزهر	بدون دهان	٠ر٢٨	١٥ ٣٩	٠ر٥٦	٢٩ ١٥
شرحه	منديان بالماء	٠ر٣٨	٢٠ ٤٩	٠ر٣٦	١٩ ٤٨
معادن على معادن	بدون دهان	٠ر١٩	١٠ ٤٦	٠ر٢٠	١١ ١٩
شرحه	الدهان بشحم الخنزير	٠ر١٠	٦ ٠٠	٠ر٠٩	٤ ٥٠
شرحه	الدهان بزيت الزيتون	٠ر١٢	٦ ٥١	٠ر٠٧	٤ ٢٥

احتكاك الاصابع على مساندها — السطوح المحتكة	حالة السطوح المحتكة	معامل الاحتكاك	الاحتكاك في التدحرج — تدحرج العربات التي دائرعجلها من حديد على جسور افقية	معامل الاحتكاك
زهر على زهر	بدهان دسم	٠ر١٤	الجسر فرلط حديد	٠ر٠٦٢٤
شرحه	الدهان بالزيت أو بشحم الخنزير	٠ر٠٨	حالة صيانة الجسر اعتياديه	٠ر٠٤١٤
زهر على طوج	بدون دهان	٠ر١٩	الجسر مبلط وحالة الصيانة اعتياديه	٠ر٠٢٢٨
شرحه	الدهان بالزيت أو بشحم الخنزير	٠ر٠٧	الجسر مجر وحالة الصيانة جيدة جدا	٠ر٠١٥٠
حديد على طوج	بدهان دسم قليلا	٠ر٢٥	سطح الجسر مكون من مدادات من البلوط الخام	٠ر٠١٠٢
شرحه	بدهان دسم ومنديات بالماء	٠ر١٩	التدحرج على اشرطة مبلطة من الحديد	٠ر٠٠٢٥
شرحه	الدهان بشحم الخنزير العتيق	٠ر٠٩	التدحرج على قضبان من الحديد	٠ر٠٠١٢
شرحه	الدهان بالزيت او بشحم الخنزير	٠ر٠٧		
شرحه	الدهان بالزيت المتجدد بالاستمرار	٠ر٠٢		

توازن جسم على مستو مائل باعتبار الاحتكاك

اذا فرض أولا ان الجسم الموضوع على مستو مائل شكل ٦٧ غير متأثر الا بالثقل فمن البديهى ان الحركة تحصل فى هذه الحالة على اتجاه المستقيم الاعظم ميلا للمستوى

وفى هذه الحالة يكون الجسم المفروض منقادا فى اتجاه المستقيم المذكور لتأثير قوتين احداهما ث حا ا وهى القوة المحركة والأخرى الاحتكاك وهو القوة المقاومة وحيث ان هذا الاحتكاك يناسب بناء على ما تقدم للضغط العمودى ث حتا ا الواقع على المستوى المائل من الجسم السالف ذكره فاذا رمز بحرف ى لمعامل الاحتكاك الموافق للسطحين المحتكين يكون مقدار الاحتكاك المذكور هو


شكل ٦٧

ى ث حتا ا

وحيث ان الاحتكاك يقاوم الحركة دائما فيرى انه اذا تحرك الجسم يكون تحركه ناشئا عن المحصلة

ث حا ا ـ ى ث حتا ا

فاذا كان ا = ٠ يكون حا ا = ٠ ، حتا ا = ١ ولكن حيث أنه بازدياد ا يزداد حا ا وينقص حتا ا وكان ث ، ى ثابتين فلا بد أن يوجد للزاوية ا مقدار به يكون

ث حا ا = ى ث حتا ا ومنه يحدث

ى = حا ا / حتا ا = طا ا . . . . (١)

وهذه المعادلة تحقق ما تقدم والزاوية التى تحقق هذا الشرط تسمى بزاوية الانزلاق أو بزاوية الاحتكاك كما تقدم

ومن الارتباط (١) تنتج طريقة لتعيين مقادير معاملات احتكاك الاجسام ويكفى لذلك تمييل المستوى الى ان تبتدأ الحركة وتعين زاوية ا وبناء عليه يتعين طا ا الذى هو مقدار ى ويشاهد من الارتباط السابق أيضا أنه بالنسبة لزاوية الانزلاق يحصل التساوى بين المركبة المحركة ث حا ا وبين الاحتكاك ى ث حتا ا ويكون الجسم حينئذ متزنا توازنا غير ثابت أعنى انه يتحرك بادنى قوة وعندما تزيد زاوية ا عن زاوية الانزلاق فالقوة المحركة ث حا ا تصير اعظم من قوة الاحتكاك وتحصل الحركة حينئذ

ومتى كانت الزاوية ا أقل من مقدار زاوية الانزلاق اى زاوية الاحتكاك فالمركبة ث حا ا تكون أقل من الاحتكاك ى ث حتا ا وحيث ان الاحتكاك ليس قوة محركة قط فينتج من ذلك أن الجسم يكون متزنا توازنا ثابتا

وحيث انه من معادلة (١) يرى ان معامل الاحتكاك يساوى ظل زاوية الانزلاق فاذا كان مثلا ا = ١١°

يكون

يكون ء = ظا أ ^ = ١٩٤ ر.

واذا قطع النظر عن الاحتكاك يحصل على الارتباطات السابقة فى الاستاتيك

وثانيا اذا كان الجسم متأثرا بقوى مختلفة خلاف التثاقل فلاجل ان الجسم المذكور يتبع اتجاه المستقيم الأعظم ميلا فى هذه الحالة يلزم ان محصلة القوى الأخرى توجد فى مستو رأسى مار بالمستقيم المذكور وحينئذ اذا فرض كما فى شكل ٦٧ أن ك هى محصلة القوى المؤثرة على الجسم خلاف ثقله وأن ث هو ثقل الجسم المذكور وأن ـ هى الزاوية التى تصنعها القوة ك مع المستقيم الاعظم ميلا للمستوى وأن ١ هى زاوية ميل المستوى على الافق يحلل كل من القوتين ث ، ك الى قوتين اخرتين احداهما موازية للمستوى المائل والأخرى عمودية عليه وحينئذ فحصلة القوتين الموازيتين للمستوى المائل تكون هى القوة المحركة وهذه المحصلة من بعد ملاحظة أن المركبتين يؤثران فى جهتين متضادتين بناء على شكل ٦٧ السابق يكون مقدارها مساويا الى

ث حا ١ - ك حا ـ .... (٢)

ومحصلة المركبتين العمودتين على المستوى المذكور تكون هى الضغط الواقع بين السطحين المحتكين ويتولد عنها الاحتكاك وهذه المحصلة من بعد ملاحظة ان المركبتين المذكورتين يؤثران فى جهتين متضادتين تكون مساوية الى

ث حتا ١ - ك حتا ـ ..... (٣)

وهو مقدار يجب ان يكون دائما موجبا كى يتحرك الجسم المفروض على المستوى المذكور باحتكاك

واذا كان المقدار المذكور معدوما يتحرك الجسم المذكور بالتوازى للمستوى المائل بدون احتكاك

واذا كان ذلك المقدار سالبا فأن الجسم يتباعد عن المستوى السالف ذكره

وحيث ان المقدار السابق هو مقدار الضغط العمودى الواقع بين السطحين المحتكين فيكون مقدار الاحتكاك هو

ء (ث حتا ١ - ك حتا ـ)

وحيث أن الاحتكاك يؤثر دائما فى الجهة المضادة للحركة فينتج من ذلك أنه متى كان ث حا ١ > ك حا ـ أعنى متى كان المقدار (٢) موجبا فأنه اذا تحرك الجسم ينزل على المستوى المائل ويتحرك عليه كما اذا كان مطلقا بالكلية وغير متأثر الا بالمحصلة الوحيدة

ث حا ١ - ك حا ـ - ء (ث حتا ١ - ك حتا ـ)

وكذا يقال كما فى الحالة الاولى ان الجسم يتحرك أو يصير فى توازن غير ثابت أو فى توازن ثابت على حسب ما تكون تلك المحصلة موجبة أو معدومة أو سالبة على التناظر

واذا كان ث حا ١ < ك حا ـ أعنى متى كان مقدار (٢) سالبا فأنه اذا تحرك الجسم يصعد على المستوى المائل المذكور ويتحرك عليه كما اذا كان متأثرا بالقوة الوحيدة

ك حا ى = ث حا ا - ء (ث حا ا - ك حا ى)

وكما فى الحالة السابقة فأن الجسم يتحرك صاعدا على المستوى أو يصير فى توازن غير ثباتى أو فى توازن ثباتى على حسب ما تكون تلك المحصلة موجبة أو معدومة أو سالبة على التناظر ومهما كان اتجاه القوة ك حول نقطة م أعنى مهما كان مقدار زاوية ى فتتعين شروط الحركة أو التوازن كما ذكر

فاذا أثرت القوة ك على يمين ح ع فأن ارتباط (٢) يبقى بعينه وأما اذا أثرت على يسار ح ع المذكور فمركبتها ك حا ى تنضم على المركبة ث حا ا ويؤول الارتباط المذكور الى

ث حا ا + ك حا ى

ى هى دائما أصغر الزوايا التى تكونها القوة ك مع المستوى المذكور

واذا اثرت القوة ك أعلى المستوى فأن ارتباط (٣) يبقى بعينه واذا اثرت أسفله فان المركبة ك حا ى تنضم على ث حا ا ويؤول ارتباط (٣) المذكور الى

ث حا ا + ك حا ى

حركة جسم منزلق على مستوى مائل — حيث انه بناء على ما ذكر يمكن ان تؤول جميع القوى الثابتة المؤثرة على المتحرك الى قوة واحدة ثابتة متجهة فى اتجاه المستقيم الاعظم ميلا للمستوى فالمتحرك يتحرك فى اتجاه ذلك المستقيم بحركة منتظمة العجلة وحينئذ اذا اقسمت القوة الوحيدة د المؤثرة على المتحرك على الجسم م = ث/ك للمتحرك المذكور فانه يحصل على العجلة و بناء على ما تقدم ومتى علمت تلك العجلة فأنه يمكن معرفة مقدار السرعة المكتسبة فى نهاية الزمن ز وهو و ز ثم المسافة هـ المقطوعة فى نهاية الزمن المذكور وهى ½ و ز²

واذا فرض أن ع = ٢٠ كيلوجراما ، ث = ١٠٠ كيلوجراما ، ز = ١٠ ثوانى فأنه يكون

م = ث/ك = ١٠٠/٩٫٧٩ = ١٠٠ × ١٠٢ر٠ = ١٠٫٢

و = ع/م = ٢٠/١٠٫٢ = ١٫٩٦ متر

غ = و ز = ١٫٩٦ × ١٠ = ١٩٫٦ متر

هـ = ½ و ز² = (١٫٩٦ × ١٠٠)/٢ = ٩٨٫٠٠ متر

المتحرك على مستوى مائل أملس — اذا فرض ان المتحرك ليس متأثرا الا بثقله الخاص وينزلق بدون احتكاك على المستوى المائل يقال

أنه فى هذه الحالة حيث ان القوة الوحيدة التى تحدث الحركة هى عبارة عن المركبة ث حا ا للثقل ث بالتوازى للمستوى فعجلة المتحرك تكون بناء على ما تقدم هى

و = ث حا ا / م = ث حا ا / (ث/ك) = ك حا ا

وحينئذ

وحينئذ فالسرعة المكتسبة فى نهاية الزمن ز تكون هى

ع = ح حا ا × ز . . . . (١)

ثم ان المسافة المقطوعة فى نهاية الزمن ز المذكور تكون هى

ه = ½ ح حا ا × ز² . . . . (٢)

فاذا كان ه عبارة عن الطول الكلى ل للمستوى وكان ز هو الزمن الذى فيه ينزل المتحرك من رأس المستوى المذكور لغاية نهايته السفلى ده فانه يكون

ل = ½ ح حا ا × ز² ومنها يحدث

ز = √(٢ل/ح حا ا) . . . . (٣)

واذا وضع مقدار ز هذا عوضا عنه فى معادلة السرعة فانه يحدث

ع = ح حا ا × √(٢ل/ح حا ا) = √(٢ح ل حا ا)

وبملاحظة أن ل حا ا عبارة عن الارتفاع ر للمستوى المائل يكون

ع = √(٢ح ر)

وحينئذ فالسرعة التى يكتسبها المتحرك عند مجيئه فى نهاية المستوى من أسفل تكون مساوية للسرعة التى يكتسبها عند سقوطه رأسيا من الارتفاع ر بتأثير التثاقل فقط

وما قيل على الطول الكلى للمستوى المائل يمكن ان يقال على جزء حيثما اتفق لَ من طوله وعليه فاذا قطع المتحرك الطول لَ يكون

عَ = √(٢ح رَ)

اعنى أنه متى قطع المتحرك مسافة حيثما اتفق على طول المستوى المائل فانه يكتسب سرعة قدرها عَ مساوية للسرعة التى يكتسبها لو سقط بالحرية من الارتفاع الرأسى رَ الذى نزل منه على المستوى المائل المذكور

وحيث ان مقدار السرعة ع غير متعلق بمقدار طول المستوى ل فيعلم من ذلك حينئذ أن المتحركات التى تخرج جميعا بدون سرعة ابتدائية من نقطة واحدة يكون لها سرعة واحدة عند مجيئها فى مستو واحد افقى مهما كانت ميول المستويات التى تتحرك عليها تلك المتحركات

وان كانت السرعة المكتسبة غير متعلقة بميل المستوى ولا بطوله لكن الزمن الذى تستغرقه تلك المتحركات لوصولها الى المستوى الافقى السالف ذكره ليس كذلك كما يتضح ذلك من قانون (٣)

واذا كان للمتحرك سرعة ابتدائية رمزها ع فتلك السرعة تدخل فى قانونى (١) (٢) مثل القوانين العمومية السابقة ويحصل حينئذ بناء على القانونين الجديدين (١) (٣) على مقدار السرعة المكتسبة بعد مسافة حيثما اتفق لَ كما تقدم

تنبيه - حيث ان مدة النزول على مستوى مائل هى

$$ن = \sqrt{\frac{٢ك}{ح\,جا\,م}} = \sqrt{\frac{٢ك}{ح\,ل\,جا\,م}} = \sqrt{\frac{٢}{ح} \times \frac{ك}{ر}}$$

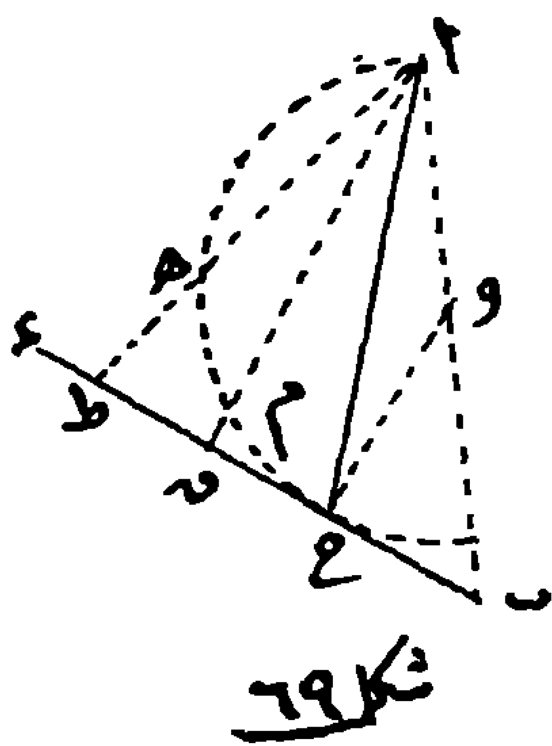
فيشاهد من ذلك ان الزمن ن يكون واحدا لجميع المستويات المائلة التى فيها $\frac{ك}{ر}$ كمية ثابتة وهذا يحصل بالنسبة لجميع المستويات التى اطوالها ل وميولها عبارة عن ميول الاوتار ا ب ، ا ء ، ا هـ ، اَ بَ ، اَ ءَ ، اَ هَ ، .... (شكل ٦٨) لكرة أو لدائرة المنتهى جميعها بنهايتى قطر واحد رأسى ا اَ لانه اذا انزل من نقطة حيثما اتفق ب من محيط الدائرة عمود ب ك على قطر ا اَ = ٢ نق فأنه يحدث

شكل ٦٨

$$ك = ر \times ٢ نق \quad \text{ومنها يحدث} \quad \frac{ك}{ر} = ٢ نق$$

وهو كمية ثابتة وهو المطلوب

مسئلة — المعلوم مستوى مثل ب ء (شكل ٦٩) والمطلوب تعيين ميل المستوى الذى يقطعه المتحرك الخارج من نقطة ا بدون سرعة ابتدائية ويأتى فى مستوى ب ء فى زمن اصغر ما يمكن لذلك يكفى تعيين المستقيم الأعظم ميلا لمستوى المطلوب ولاجل ذلك يمد المستقيم الرأسى ا ب وينزل العمود ا د على ب ء فالمستقيم ا ع المنصف لزاوية ب ا د يكون هو المستقيم الأعظم ميلا المطلوب



شكل ٦٩

لأنه اذا مد ع و موازيا لمستقيم ا د أعنى عمودا على ب ء ثم جعلت نقطة و مركزا وبنصف قطر و ع ورسم نصف محيط دائرة فأنه يمر بنقطة ا حيث ان كلا من الزاويتين ا ع و ، ع ا و تساوى لزاوية ع ا د وبناء عليه فيكون المثلث ا ع و متساوى الساقين أعنى يكون و ع = و ا

اذا تقرر هذا فجميع الاوتار الممتدة من نقطة ا فى نصف المحيط المذكور يقطعها المتحرك فى زمن مساو للزمن المستعمل لقطع الوتر ا ع بناء على التنبيه السابق ولكن حيث ان المستوى ب ء مماس لنصف المحيط السالف ذكره فى نقطة ع فكل نقطة أخرى خلاف نقطة ع تكون خارجة عنه وبناء عليه فالمتحرك لا يمكنه ان يصل الى النقطة الخارجة عن نصف المحيط المذكور الا فى ازمنة اكبر من الزمن الذى يستعمله لقطع الوتر ا ع وهو المطلوب

فى مقاومة الأوساط

اعلم ان الجسم الذى يتحرك فى الماء مثلا يكابد مقاومة من قبل الوسط المتنقل فيه وحينئذ فيصرف من الشغل المحرك ما يلزم لتحريك عناصر الوسط المذكور

ومقاومة الأوساط تختلف عن الاحتكاك حيث انها تزداد تبعا للسرعة ولاتساع الجسم المتحرك وهى مناسبة الى ما يأتى

أولا الى كثافة المائع
وثانيا الى القطاع الاكبر لجسم المأخوذ عموديا على اتجاه الحركة
وثالثا الى مربع السرعة

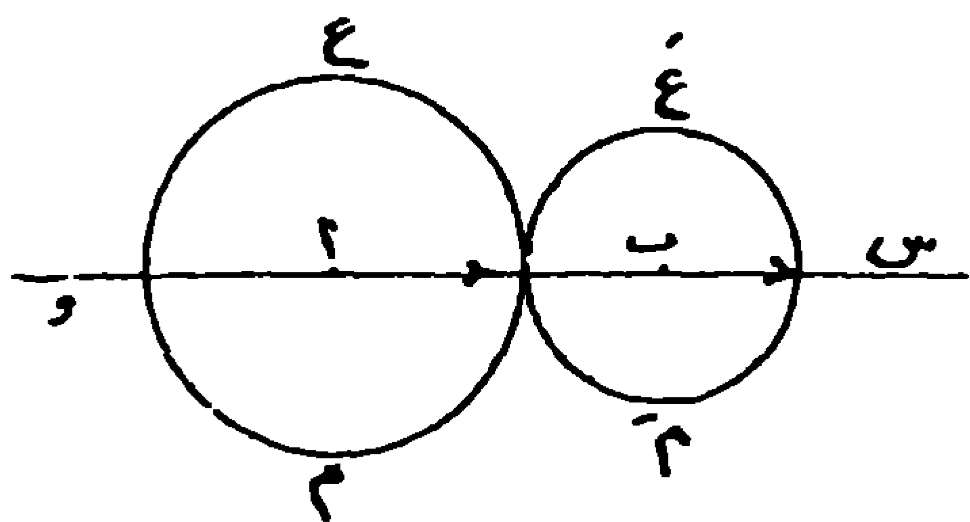
وقد ينتفع بمقاومة الاواسط فى الطبيعة فانه لولا مقاومة الهواء لما طارت الطيور فى الجو ولما انتظمت اصوات دقاقات الساعات الدقاقة وسرعة اسطوانة جهاز مورن السابق الكلام عليه فيما تقدم ولولا مقاومة الماء لما امكن عوم السمك والمراكب فى البحار وهكذا

فى التصادم

عند البحث فى تأثيرات التصادم نفرض أن الاجسام المتصادمة كروية الشكل وتامة الملاسة والمجانسة بحيث تكون مراكز ثقلها منطبقة على مراكزها الهندسية

معامل المرونة — اعلم ان جميع الاجسام المعلومة لنا قابلة للانضغاط كثيرا أو قليلا وتميل بدرجات مختلفة للرجوع الى شكلها الأصلى متى زالت القوى الضاغطة عليها وهذه الخاصية هى المسماة بالمرونة والقوة الداخلية التى يبذلها الجسم ليعود الى شكله الأصلى تسمى قوة الرد أى رد الفعل وقد علم من التجربة ان نسبة قوة رد الفعل الى قوة الضغط نفسها تكون ثابتة بالنسبة للمادة الواحدة مهما كانت مقادير قوى الضغط الا انها تختلف باختلاف المواد وهذه النسبة يمكن اعتبارها مقياسا لمرونة المادة ولذا تسمى غالبا معامل المرونة

وهذا المعامل لا يمكن فى حال من الأحوال ان يكون اكبر من الواحد والمواد التى فيها المعامل المذكور مساو للواحد تسمى اجساما تامة المرونة والاجسام الاخرى تسمى غير تامة المرونة وكلما كان معامل المرونة اكبر كان الجسم المطابق له اكثر مرونة ويمكن ان يقال انه لا يوجد جسم تام المرونة مطلقا ففى الكرات الصلب يكون معامل المرونة $\frac{5}{9}$ وفى الكرات الزجاج يكون المعامل المذكور $\frac{15}{16}$



شكل ٧٠

تعريف — الخط الواصل بين مراكز الكرات المتصادمة فى لحظة التصادم يسمى خط التصادم ويسمى التصادم مستقيما حينما تكون المراكز متحركة فى اتجاه خط التصادم وفى الاحوال الأخرى يسمى التصادم مائلا فاذا صدمت كرة مثل ا كرة أخرى مثل ب شكل ٧٠ تصادما مستقيما فان تأثير الضغط المشترك بينهما ينشأ عنه زيادة سرعة كرة ب ونقص سرعة كرة ا الى ان تتساوى السرعتان وحينئذ ينعدم الضغط المشترك بينهما فاذا كانت الكرتان غير مرنتين فانهما تتحركان بانتظام بالسرعة التى وصلتا اليها بعد التصادم وشدة هذا الضغط المشترك تتغير فى اثناء الزمن الصغير الذى تضغط فيه الكرتان بعضهما بعضا الا أنه بالنسبة لتأثيره الذى ينشأ عنه كمية التحرك يعتبر له مقدار متوسط ثابت

ويمكن تقدير مقدار التصادم بكمية التحرك س التى يكتسبها أحد الجسمين ب ويفقدها الآخر ا

مع ملاحظة ان هذين التأثيرين على الكرتين المذكورتين يكونان متساويين فى المقدار ومختلفين فى الجهة

فاذا كانت الكرتان مرنتين فأن الضغط المشترك بينهما يستمر زمنا بعد تساوى سرعتيهما بسبب ميلهما للرجوع الى شكلها الأصليين وكمية التحرك التى تكتسبها احد الكرتين وتفقدها الاخرى بعد ذلك التى نرمز اليها بالرمز سَ تكون نسبتها الى كمية التحرك س الحادثة فى المدة الاولى من التصادم كنسبة (ى ÷ ١) وهذه النسبة تتعلق بمرونة مادتى الكرتين اعنى ان ى رمز لعامل المرونة وعليه يكون

$$\text{سَ} = \text{ى}\ \text{س}$$

وحينئذ فجميع كميات التحرك التى تكتسبها الكرة ب وتفقدها الكرة ا تكون مساوية الى

$$\text{س} + \text{سَ} = (1 + \text{ى})\ \text{س}$$

ولا يخفى ان الزمن الحاصلة فيه حادثة التصادم صغير جدا لا يمكن تقديره الا ان الايضاح الذى ذكرناه كاف لتصوره وارتقاء الفكر الى فهم معنى ان التصادم يحصل فى زمن صغير جدا

التصادم المستقيم — اذا كانت كرتان غير مرنتين متحركتين بسرعتين معينتين وتصادمتا تصادما مستقيما واريد ايجاد سرعة كل منهما بعد التصادم يقال

نفرض ان ع ، عَ هما سرعتا الكرتين ا ، ب (شكل ٧٠) على التناظر قبل التصادم وان حركتيهما حاصلتان فى الاتجاهين المبينين بالسهمين

وحيث كانت الكرتان غير مرنتين فانهما يتحركان فى جهة واحدة بعد التصادم بسرعة مشتركة رمزها عٍ

فاذا رمز بالرمز س لكمية التحرك التى تفقدها الكرة ا وتكتسبها الكرة ب فى مدة التصادم ورمزنا ايضا لجسمى الكرتين ا ، ب بالرمزين م ، مَ على التناظر يكون تحرك الكرة ا بعد التصادم = كمية تحركها قبل التصادم ناقصا س اعنى يكون

$$\text{م}\,\text{عٍ} = \text{م}\,\text{ع} - \text{س} \quad \ldots\ldots (1) \quad \text{وبالمثل يكون}$$

$$\text{مَ}\,\text{عٍ} = \text{مَ}\,\text{عَ} + \text{س} \quad \ldots\ldots (2) \quad \text{وبالجمع يحدث}$$

$$(\text{م} + \text{مَ})\,\text{عٍ} = \text{م}\,\text{ع} + \text{مَ}\,\text{عَ} \quad \ldots\ldots (3) \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$\text{عٍ} = \frac{\text{م}\,\text{ع} + \text{مَ}\,\text{عَ}}{\text{م} + \text{مَ}} \quad \ldots\ldots (4)$$

واذا وضع عوضا عن عٍ مقدارها فى معادلة (١) وهى

$$\text{س} = \text{م}\,(\text{ع} - \text{عٍ}) \quad \text{يحدث}$$

$$\text{س} = \text{م}\left(\text{ع} - \frac{\text{م}\,\text{ع} + \text{مَ}\,\text{عَ}}{\text{م} + \text{مَ}}\right) = \frac{\text{م}\,\text{مَ}\,(\text{ع} - \text{عَ})}{\text{م} + \text{مَ}} \quad \ldots\ldots (5)$$

فمن معادلة (٤) تتعين السرعة المشتركة عٍ لكل من الكرتين بعد التصادم ومن معادلة (٥) تتعين كمية التحرك س التى تكتسبها الكرة ب وتفقدها الكرة ا

وينتج من ذلك اولا انه من معادلة (٣) يرى ان مجموع كميتى تحرك الكرتين بعد التصادم مساو لمجموع كميتى

كمية التحرك قبل التصادم

وثانيا بناء على معادلات (١) ، (٢) ، (٥) يمكن ان يوضع

السرعة التى تفقدها ا = ع − عَ = س/م = مَ (ع − عَ) / (م + مَ)

والسرعة التى تكتسبها ب = عً − عَ = س/مَ = م (ع − عَ) / (م + مَ)

وهذا الوضع مفيد احياناً

تنبيه — اذا كانت كرة ب متحركة فى جهة مضادة لجهة حركة ا قبل التصادم فإنه يلزم تغيير اشارة عَ فى المعادلات السابقة وبعبارة اخرى يمكن اعتبار ع ، عَ هما سرعتا ا ، ب جبريا على التناظر وتعتبر اشارتها فى كل حالة من الأحوال حسب اتجاه التحرك الحقيقى ويجب ملاحظة ذلك فيما سيأتى

وثالثا اذا تصادمت الكرة ا مع الكرة ب وهى ساكنة فيكفى ان يوضع فى المعادلات السابقة عَ = ٠

فاذا كانت الكرتان ا ، ب المذكورتان (شكل ٧١) غير تامتى المرونة واريد ايجاد سرعة كل منهما بعد التصادم يقال

نفرض ان ع ، عٍ سرعتا ا قبل التصادم وبعده وان عَ ، عً سرعتا ب قبل التصادم وبعده أيضا ونفرض ان الكرة ا هى التى تصدم كرة ب ونرمز بالرمز س لكمية التحرك التى تفقدها الأولى وتكتسبها الثانية فى المدة الأولى من التصادم أى قبل تساوى سرعتى الكرتين بسبب الانضغاط ثم نرمز بالرمز سَ لكمية التحرك الناتجة من رد الفعل بعد تساوى سرعتى الكرتين الذى يحدث انفصال الكرتين المذكورتين عن بعضهما

وحينئذ من بعد ملاحظة ان معامل المرونة هو ى فبموجب ما تقدم يكون

سَ = ى س ويكون

س + سَ = (١ + ى) س هو كمية التحرك الكلية التى تفقدها ا وتكتسبها ب وحينئذ يكون

$$\left.\begin{array}{l} م\ عٍ = م\ ع - (١ + ى)\ س \\ مَ\ عً = مَ\ عَ + (١ + ى)\ س \end{array}\right\} \ldots\ldots (١)$$

وحيث ان س هو كمية التحرك الناتجة من تضاغط الكرتين قبل ابتداء قوة مرونتهما فى التأثير فيكون مقدارها كما لو كانت الكرتان غير مرنتين وحينئذ بموجب ما تقدم يكون

$$س = \frac{م\ مَ\ (ع - عَ)}{م + مَ}$$

واذا وضع عوضا عن س مقدارها فى معادلتى (١) يحدث

$$\left.\begin{array}{l} عٍ = ع - (١ + ى)\frac{س}{م} = ع - (١ + ى)\frac{مَ\ (ع - عَ)}{م + مَ} \\ عً = عَ + (١ + ى)\frac{س}{مَ} = عَ + (١ + ى)\frac{م\ (ع - عَ)}{م + مَ} \end{array}\right\} \ldots\ldots (٢)$$

ومن هاتين المعادلتين يمكن تعيين سرعتي ا ، ب بعد التصادم

وينتج من ذلك أولا أنه بجمع معادلتي (١) الى بعضها طرفا بطرف يحدث

$$م\,ع_1 + مَ\,عَ_1 = م\,ع + مَ\,عَ$$

أعني ان مجموع كميتي التحرك بعد التصادم لا يتغير بتأثير التصادم

وثانيا يمكن وضع معادلتي (٢) بالصورة الآتية

$$\left.\begin{array}{l} \text{السرعة التي تفقدها ا} = ع - ع_1 = [1+ى]\,\frac{مَ(ع-عَ)}{م+مَ} \\ \text{والسرعة التي تكتسبها ب} = عَ_1 - عَ = (1+ى)\,\frac{م(ع-عَ)}{م+مَ} \end{array}\right\} \ldots\ldots (3)$$

وكذا بطرح معادلتي (٢) من بعضها يحدث

$$عَ_1 - ع_1 = عَ - ع + (1+ى)(ع-عَ) = ى(ع-عَ) \ldots [4]$$

ومن هذه المعادلة يكون

$$\frac{عَ_1 - ع_1}{ع - عَ} = \frac{ى}{1}$$

اعني ان النسبة بين السرعتين النسبيتين للكرتين بعد التصادم وقبله كالنسبة بين معامل المرونة والوحدة

وثالثا اذا صدمت الكرة ا كرة ب وهي ساكنة فيكفي ان يوضع في المعادلات السابقة $عَ = 0$.

وقد حل مسألة التصادم المستقيم المذكور لكرتين غير تامتي المرونة على اعتبار اولا أن مجموع كميتي التحرك بعد التصادم وقبل التصادم واحد وذلك بناء على أن الفعل ورد الفعل متساويان في المقدار ومختلفان في الجهة

وثانيا ان النسبة بين السرعتين النسبيتين للكرتين بعد التصادم وقبله ثابتة وهي كنسبة ى : ١ ، ى هو معامل المرونة وذلك بناء على ما حققته التجربة

فعلى هذين الاعتبارين واتباع الرموز السابقة يكون

$$\left\{\begin{array}{l} م\,ع_1 + مَ\,عَ_1 = م\,ع + مَ\,عَ \\ عَ_1 - ع_1 = ى(ع-عَ) \end{array}\right.$$

ومن هاتين المعادلتين نحصل معادلتا (٢) السابقة أو نحصل على مقداري $ع_1$ ، $عَ_1$ كما هو آت

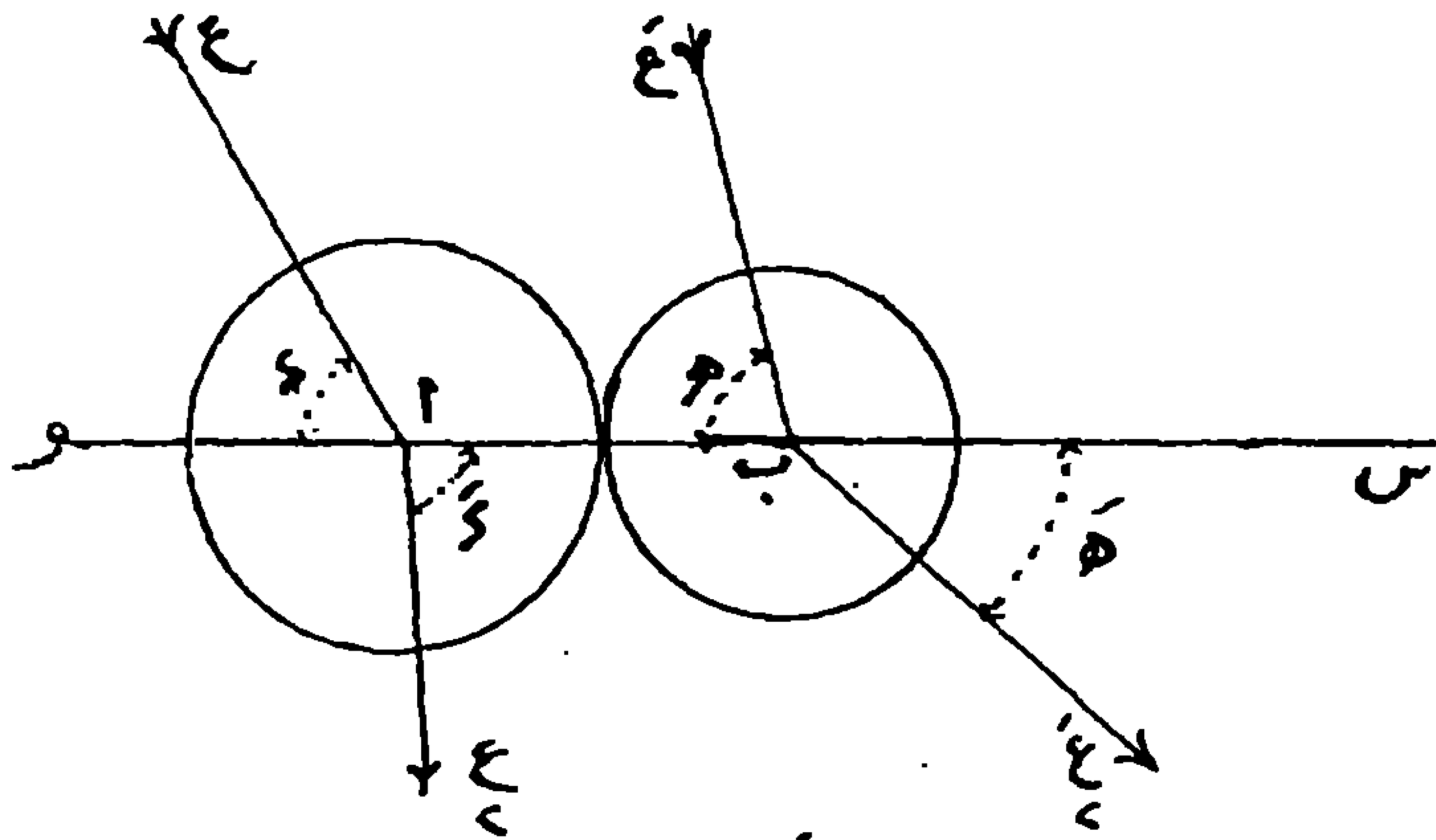
$$\left\{\begin{array}{l} ع_1 = \frac{م\,ع + مَ\,عَ}{م+مَ} - ى \times \frac{مَ(ع-عَ)}{م+مَ} \\ عَ_1 = \frac{م\,ع + مَ\,عَ}{م+مَ} + ى \times \frac{م(ع-عَ)}{م+مَ} \end{array}\right.$$

تنبيه - الأصوب اتباع حل المسألة المذكورة بالطريقة السابقة التي وجدت بحسبها المعادلات (١)، (٢)، (٣)، (٤) حيث انها مؤسسة على قواعد سهلة الفهم وبسيطة

التصادم المائل - اذا كانت كرتان ناعمتان غير تامتي المرونة متحركتين في مستو واحد بسرعتين معينتين وفي اتجاهين معينين وتصادمتا تصادما مائلا واريد ايجاد حركة كل منهما بعد التصادم يقال

نفرض

نفرض ان وس شكل ٧١ هو المستقيم المار بمركزى الكرتين وقت التصادم وان الأسهم الموضحة فى الشكل دالة على الاتجاهات التى تتحرك عليها الكرتان قبل التصادم وبعده



شكل ٧١

ثم نفرض أن ع ، ع̧ هما سرعتا الكرة ا قبل التصادم وبعده فى اتجاهين صانعين زاويتى ء ، ءَ مع الخط وس وأن عَ ، عَ̧ ، هـ ، هـَ هى الكميات المماثلة للكميات السابقة بالنسبة للكرة ب

ومن حيث ان الكرتين ناعمتان فالضغط المشترك لهما يحصل فى اتجاه وس وحينئذ فتقدر سرعتا الكرتين المذكورتين فى اتجاه وس وفى الاتجاه العمودى عليه ثم يبحث عن تحرك الكرتين كل على حدته

وحينئذ يقال حيث انه لا توجد قوى مؤثرة على الكرتين فى اتجاه عمودى على وس فان سرعة هاتين الكرتين على الاتجاه المذكور لا تتغير بتأثير التصادم ويكون

$$\text{ع̧ حاءَ = ع حاء} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (١)$$

$$\text{عَ̧ حاهـَ = عَ حاهـ} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (٢)$$

وكذا حيث ان تأثير التصادم على محللات السرع فى اتجاه وس يكون حاصلا كما لو كانت هذه المحللات موجودة بنفسها فتكون

ع حاء ، عَ حاهـ هى محللات السرع ا ، ب قبل التصادم على اتجاه وس

ع̧ حاءَ ، عَ̧ حاهـَ هى محللات السرع ا ، ب بعد التصادم على اتجاه وس

فاذا كان ص رمز الكمية الحركة الكلية التى تكتسبها الكرة ب وتفقدها الكرة ا وقت التصادم فبموجب ما تقدم يكون

$$\text{ص} = \frac{\text{(١+ى) م مَ (ع حاء − عَ حاهـ)}}{\text{م + مَ}}$$

ويكون أيضا

$$\text{ع̧ حاءَ = ع حاء − (١+ى)} \frac{\text{مَ}}{\text{م + مَ}} \text{(ع حاء − عَ حاهـ)} \quad \ldots\ldots \quad (٣)$$

$$\text{عَ̧ حاهـَ = عَ حاهـ + (١+ى)} \frac{\text{م}}{\text{م + مَ}} \text{(ع حاء − عَ حاهـ)} \quad \ldots\ldots \quad (٤)$$

فالمعادلتان (١) ، (٣) تكفيان لتعيين ع̧ ، ءَ والمعادلتان (٢) ، (٤) تكفيان لتعيين عَ̧ ، هـَ وهذه الاربع مقادير تكفى لتعيين سرعتى الكرتين بعد التصادم مقدارا واتجاها

تنبيه — ما ذكر بخصوص التصادم المائل يدل بوجه العموم على حل مسألة تصادم كرتين متحركتين فى مستو واحد ويمكن استخراج كل حالة خصوصية منها باعطاء الرموز مقاديرها الخاصة بها واتما

نلاحظ هنا الحالة المهمة الآتية وهى

انه اذا اصدمت كرة ا بالميل كرة ب الساكنة والكبيرة جدا يكون

ع̄ = ٠ ، $\frac{م}{م + م̄}$ = ٠ ، $\frac{م̄}{م + م̄}$ = ١ تقريبا ويكون

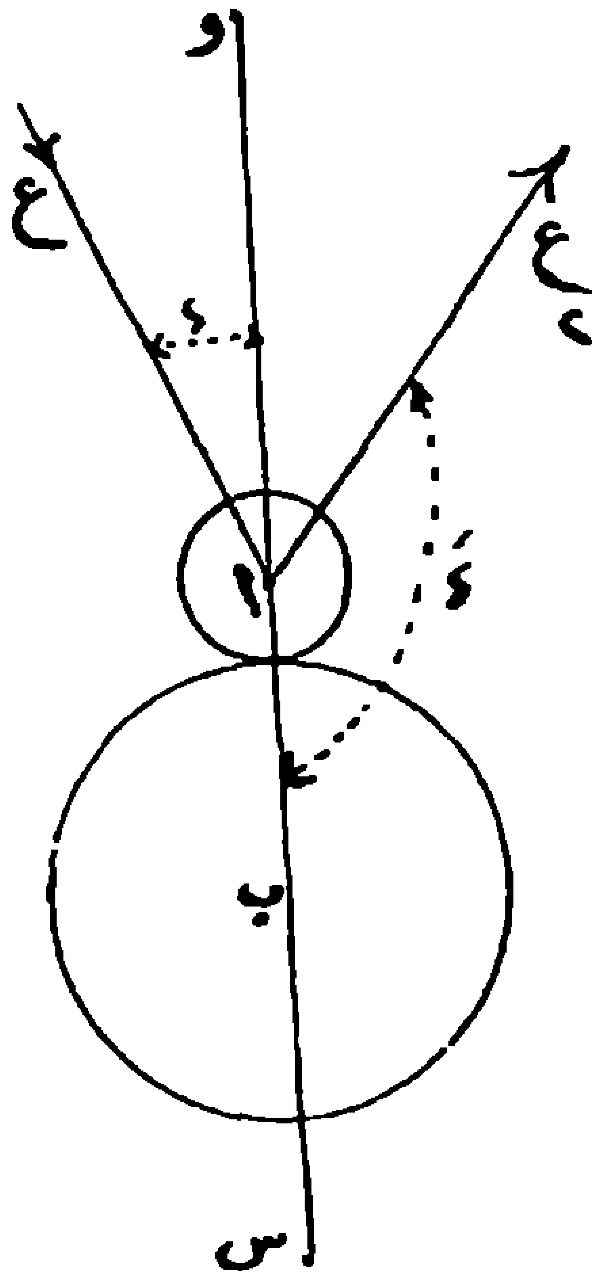
ع̄ جا ى̄ = ع جا ى
ع̄ جتا ى̄ = − ى ع جتا ى } ومن هاتين المعادلتين نستخرج ع̄ ، ى̄
ع̄ = ع تقريبا

ويرى من ذلك ان كمية التحرك التى نقلت الى ب غير محسوسة وحيث ان ظتا ى̄ = − ى ظتا ى

فيلزم ان يكون ى̄ > ٩٠°

وحينئذ فكرة ا تنعكس بعد التصادم كما فى شكل ٧٢

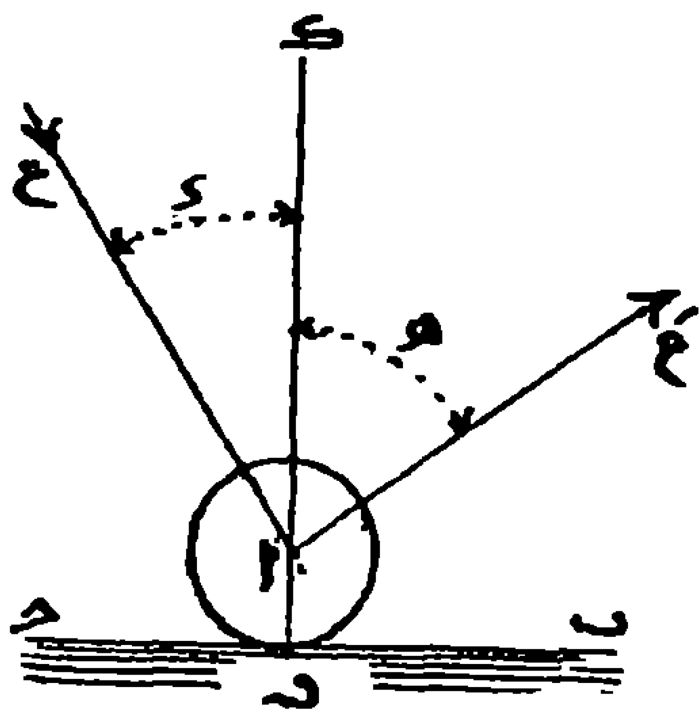
وحالة تصادم كرة بمستو ثابت هى حالة من هذا القبيل وكذلك اذا اصدمت الأرض كرة فمن حيث ان جسم الأرض كبير جدا بالنسبة لجسم الكرة فان كمية التحرك التى تكسبها الأرض من الكرة المذكورة تكون غير محسوسة



شكل ٧٢

ملحوظة – اذا تصادمت كرتان ولم تتحركا فى مستو واحد فلأجل ايجاد حركة كل من الكرتين بعد التصادم يلزم استعمال الطرق التى استعملناها فى حالة التصادم المائل السابق ذكره اى انه تحلل سرعتى كل من الكرتين على اتجاهى خط التصادم والخط العمودى عليه وحينئذ فالمحللات العمودية للسرع لا تتأثر بالتصادم واما محللات السرع فى اتجاه خط التصادم فتتغير كما لو كانت موجودة بنفسها اما معادلات الحل العمومى لهذه المسألة فتتوقف على اصول الهندسة التحليلية ذات الثلاثة ابعاد ولا لزوم لذكرها هنا

التصادم على مستو – اذا اصدمت كرة مثل ا شكل ٧٣ مستويا ناعما مثل ب حـ بالميل ولنرد ايجاد حركة الكرة المذكورة بعد التصادم يقال



شكل ٧٣

ليكن د ى رأس المستوى المذكور فى نقطة تماسه بالكرة ا وقت الانصدام ولنفرض ان ذلك الرأسى موجود فى مستوى الشكل وان المستقيم المتحركة عليه الكرة ا قبل التصادم فى مستوى الشكل ايضا وأن هذا المستوى يقطع المستوى المفروض فى المستقيم حـ د ب وحينئذ فخط حركة الكرة ا بعد التصادم يكون فى نفس مستوى الشكل حيث انه لا تؤثر قوة ما على الكرة اثناء التصادم فى اتجاه عمودى على هذا المستوى

ولتكن

ولیكن ع ، عَ سرعتی الكرة ا قبل التصادم وبعده ، ى ، هـ زاويتی ميلها على الخط الرأسى د ك ، م بجسم الكرة المذكورة ، ى معامل المرونة ، س كمية التحرك المفقودة بسبب الانضغاط فی المدة الأولى من التصادم

فمن حيث ان السرعة الموازية الى هـ ب غير متأثرة بالتصادم يكون

عَ جا هـ = ع جا ى .... (١)

وحيث ان كمية تحرك الكرة ا على الخط الرأسى ك د معدومة بتمامها بمقاومة المستوى فيكون

س = م ع جتا ى

، ى س الذى هو مقدار كمية التحرك المكتسبة من الاتجاه المضاد بسبب المرونة أو قوة رد الفعل يكون مقداره هو

ى س = م عَ جتا هـ   واذن يكون

عَ جتا هـ = ى ع جتا ى .... (٢)

ومن معادلتی (١) ، (٢) يحدث

$$\left.\begin{array}{l} \text{ظتا هـ} = \text{ى ظتا ى} \\ \text{عَ} = \text{ع} \sqrt{\text{جا}^2\text{ى} + \text{ى}^2\text{جتا}^2\text{ى}} \end{array}\right\} \ldots\ldots (٣)$$

ومن معادلتی (٣) يتعين مقدار السرعة واتجاهها بعد الانصدام

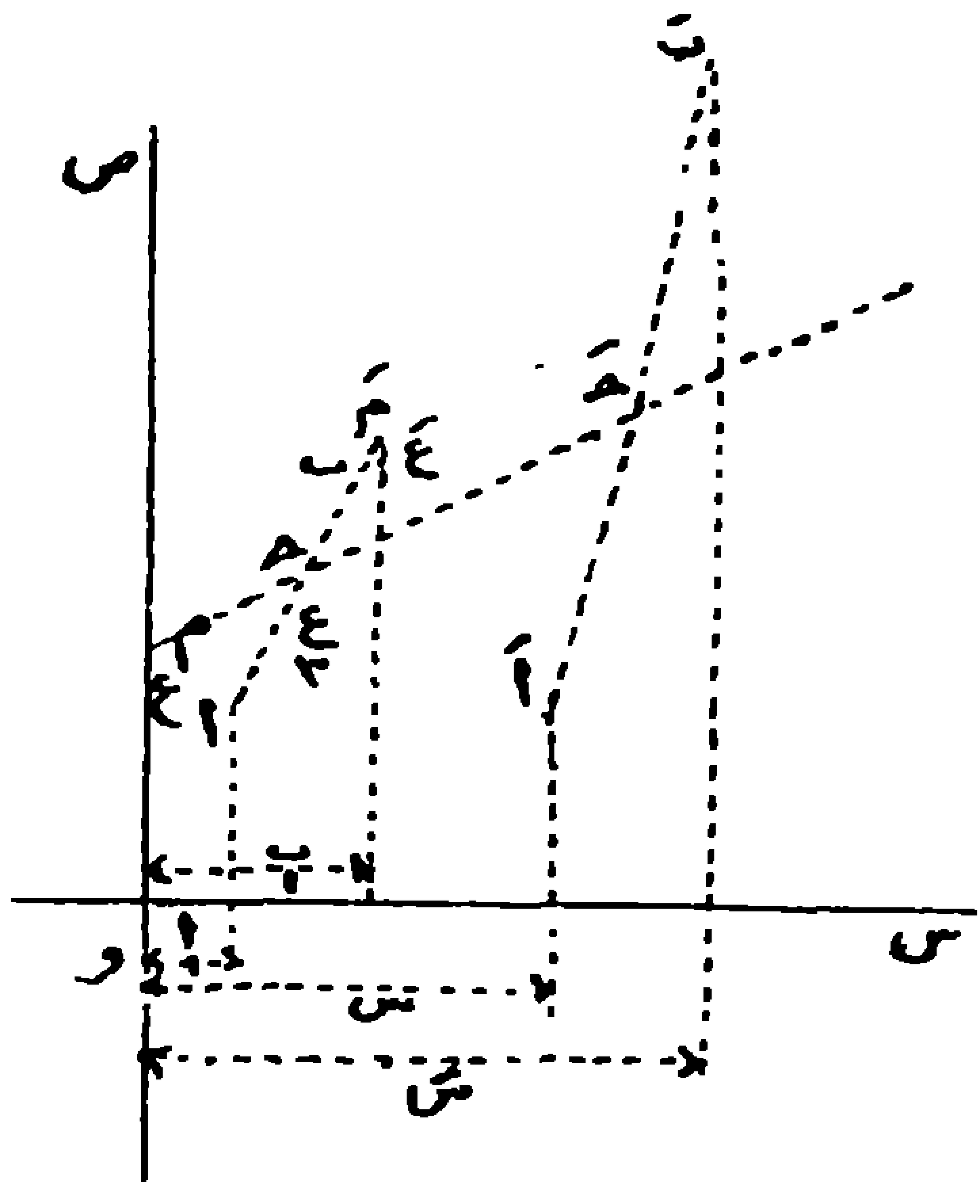
وينتج من ذلك اولا انه اذا كانت الكرة غير مرنة يكون ى = ٠ ، هـ = ٩٠° ، عَ = ع جا ى

اعنی انه اذا صدمت كرة غير مرنة مستويا ثابتا بالميل فانها تسير بعد الانصدام متدحرجة عليه بسرعة مساوية الى ع جا ى

وثانيا يكون مقدار قوة الدفع التی يتحملها المستوى مساويا الى

م (ع جتا ى + عَ جتا هـ) = (١+ى) م ع جتا ى

حركة مركز الثقل بعد التصادم – اذا كان المطلوب معرفة سرعة مركز ثقل كرتين متحركتين بانتظام بعد التصادم يقال



شكل ٧٤

ننسب وضعى الكرتين وحركتهما الى محورين متعامدين و س ، و ص شكل ٧٤ موجودين فی مستوى الحركة ولكن هو مستوى الشكل

ونفرض ان ا ، ب هما وضعا مركزى الكرتين فی مبدأ الامر وأن اَ ، بَ هما وضعا مركزيهما بعد الزمن ز وأن ا ، ب هما احداثيا ا ، ب بالنسبة للمحور و س فی مبدأ الزمن ز وأن س ، سَ هما احداثيا اَ ، بَ بعد الزمن ز

وان ع ، عَ هما محللتا سرعتي ا، اَ على الاتجاه وس وهاتان المحللتان تكونان ثابتتين حيث أن الحركتين منتظمتان بالفرض وحينئذ يكون

$$\left.\begin{array}{l}\text{س} = \text{أ} + \text{ع}\,\text{ز} ،\\ \text{سَ} = \text{ب} + \text{عَ}\,\text{ز}\end{array}\right\} \ldots\ldots (١)$$

واذا فرض ان سِ ، سِّ هما احداثيا مركز الثقل ح للكرتين في الوضع الابتدائي وبعد الزمن ز بالنسبة للمحور وس ورمزنا لجسمي الكرتين ا، اَ المذكورتين بالرمزين م ، مَ على التناظر يكون

$$\left.\begin{array}{l}(\text{م} + \text{مَ})\,\text{سِ} = \text{م}\,\text{أ} + \text{مَ}\,\text{ب} ،\\ (\text{م} + \text{مَ})\,\text{سِّ} = \text{م}\,\text{س} + \text{مَ}\,\text{سَ}\end{array}\right\} \ldots\ldots (٢)$$

وبالطرح يحدث

$$(\text{م} + \text{مَ})(\text{سِّ} - \text{سِ}) = \text{م}(\text{س} - \text{أ}) + \text{مَ}(\text{سَ} - \text{ب}) = (\text{م}\,\text{ع} + \text{مَ}\,\text{عَ})\,\text{ز}$$ واذن يكون

$$\text{سِّ} - \text{سِ} = \frac{(\text{م}\,\text{ع} + \text{مَ}\,\text{عَ})\,\text{ز}}{\text{م} + \text{مَ}} \ldots (٣)$$

وحيث أن سِّ ـ سِ عبارة عن المسافة التي يقطعها مركز الثقل ح بالتوازي لمحور السينات وس وأن هذه المسافة تتغير بالنسبة للزمن ز فتكون سرعة مركز الثقل ح بالتوازي للمحور وس ثابتة وحينئذ اذا رمزنا لها بالرمز عِ يكون $\text{عِ} = \frac{\text{م}\,\text{ع} + \text{مَ}\,\text{عَ}}{\text{م} + \text{مَ}}$

وبمثل ذلك اذا كان عٍ ، عٍَ ، عٍِ هي سرع ا، اَ، ح بالتوازي للمحور وص يكون

$$\text{عٍِ} = \frac{\text{م}\,\text{عٍ} + \text{مَ}\,\text{عٍَ}}{\text{م} + \text{مَ}}$$

وحيث علمت سرعتا عِ و عٍِ فتعلم حركة مركز الثقل ح

وينتج من ذلك أولا أنه اذا كان هناك ثلاث كرات أو أكثر فبناء على الطريقة السابقة يكون

$$\text{عِ} = \frac{\text{م}\,\text{ع} + \text{مَ}\,\text{عَ} + \text{مً}\,\text{عً} + \cdots}{\text{م} + \text{مَ} + \text{مً} + \cdots} = \frac{\text{مج}\,\text{م}\,\text{ع}}{\text{مج}\,\text{م}} ،$$

$$\text{عٍِ} = \frac{\text{م}\,\text{عٍ} + \text{مَ}\,\text{عٍَ} + \text{مً}\,\text{عًٍ} + \cdots}{\text{م} + \text{مَ} + \text{مً} + \cdots} = \frac{\text{مج}\,\text{م}\,\text{عٍ}}{\text{مج}\,\text{م}}$$

واذا لم تكن الحركة في مستو واحد واعتبرنا محورا ثالثا عموديا على المحورين وس ، وص وليكن وع ورمزنا لسرعة مركز الثقل بالتوازي للمحور المذكور بالرمز عُِ ولسرع الكرات بالتوازي له أيضا بالرموز عُ ، عُ َ ، عًُ ، ...... يكون

$$\text{عُِ} = \frac{\text{م}\,\text{عُ} + \text{مَ}\,\text{عُ َ} + \text{مً}\,\text{عًُ} + \cdots}{\text{م} + \text{مَ} + \text{مً} + \cdots} = \frac{\text{مج}\,\text{م}\,\text{عُ}}{\text{مج}\,\text{م}}$$

وينفهم من ذلك ان سرعة مركز ثقل جملة اجسام بالتوازي لاتجاه معلوم تساوي مجموع كميات حركة كل منها بالنسبة للاتجاه المذكور مقسوما على جسم الجملة بتمامها

وبعبارة اخرى أنه اذا كانت حركة الأجسام بالتوازي لاتجاه معين منتظم فأن سرعة مركز ثقل الجملة المادية في

فى الاتجاه المذكور تكون حاصلة كما اذا كانت جميع كمية تحرك الجملة المنسوبة للاتجاه المعلوم مساوية لكمية تحرك جسم واحد حجمه مساو لحجم الجملة ويتحد مع الجملة المذكورة فى مركز الثقل ويتحرك بسرعة مركز الثقل المذكور

تنبيه — يمكن تعيين عجلة مركز الثقل من معادلات على المعادلات السابقة وانما نعوض فيها سرع الأجسام المختلفة بالعجلات

وثانيا حيث انه اذا اضفنا سرعا متساوية الى سرعة كل من الأجسام المذكورة فأن الحركة المنسبية للجملة لا تتغير فحينئذ اذا أريد ان يكون مركز ثقل الجملة المادية ساكنا باضافة سرعتين مساويتين الى $-\text{ع}_٣$ ، $-\text{عَ}_٣$ لسرعة كل كرة من الجملة المادية فكمية التحرك اللازم ادخالها لكل من الكرتين ا ، ب بناء على هذا الفرض تكون هى $-\text{م ع}_٣$ ، $-\text{مَ ع}_٣$ أو $-\text{م}\times\frac{\text{م ع + مَ عَ}}{\text{م + مَ}}$ ، $-\text{مَ}\times\frac{\text{م ع + مَ عَ}}{\text{م + مَ}}$ بالتوازى للمحور وس ، و $-\text{م عَ}_٣$ ، $-\text{مَ عَ}_٣$ بالتوازى للمحور وص

نظرية — اذا تصادمت كرتان ناعمتان فأن حركة مركز الثقل لا تتغير بتأثير التصادم

لأنه اذا فرض أولا ان الكرتين متحركتان فى اتجاه خط التصادم وس شكل 74 أعنى ان التصادم مستقيم وفرض ان

$$\left.\begin{matrix}\text{ع ، عَ}\\ \text{ع}_١\text{ ، عَ}_١\end{matrix}\right\}\text{سرعتا ا ، ب}\left.\right\}\text{ قبل التصادم وبعده فيكون}$$

$$\text{ع}_٣=\frac{\text{م ع + مَ عَ}}{\text{م + مَ}}\text{ ، }\text{ع}_٤=\frac{\text{م ع}_١\text{ + مَ عَ}_١}{\text{م + مَ}}$$

وحيث ان كمية التحرك بعد التصادم تساوى كمية التحرك قبله بموجب ما تقدم فيكون

$$\text{ع}_٣=\text{ع}_٤$$

ثانيا اذا كان التصادم مائلا

فنحلل سرعتى الكرتين فى اتجاهين احدهما خط التصادم والآخر عمودى عليه وبناء على النتيجة الأولى لا تتغير محللة سرعة حركة مركز الثقل فى اتجاه خط التصادم بتأثير التصادم وحيث ان محللة سرعة كل من الكرتين فى اتجاه عمودى على اتجاه خط التصادم لا يتغير بتأثير التصادم فلا تتغير محللة سرعة مركز الثقل فى هذا الاتجاه أيضا وعليه فيثبت ان سرعة مركز ثقل الكرتين لا تتغير مقدارا ولا اتجاها بتأثير التصادم

تنبيه — يمكن بدون صعوبة تعميم النظرية المذكورة على الحالة التى فيها توجد جملة كرات وبيان أن حركة مركز ثقل علاوة ما من الكرات الملسا لا تتغير بتصادم كرتين أو أكثر من الجملة المذكورة

(مسائل)

المسألة الاولى — كرة ثقلها ٤ ارطال متحركة من اليمين الى اليسار بسرعة قدرها ٨ ياردات فى الثانية صدمت تصادما مستقيما كرة اخرى ثقلها ١٠ ارطال متحركة فى نفس الجهة بسرعة قدرها ٢ يارده فى الثانية

والمطلوب تعيين الحركة بعد التصادم

لذلك يقال اولا اذا لم تكن الكرتان مرنتين فمن حيث ان اثقال الكرات مناسبة لجسماتها فيمكن اعتبار العددين ٤ ، ١٠ مبينين لجسمي الكرتين ويحدث

السرعة المشتركة بعد التصادم = $\text{ع}_1 = \frac{\text{م ع} + \text{م}' \text{ع}'}{\text{م} + \text{م}'} = \frac{4\times 8 + 2\times 10}{4+10} = \frac{52}{14} = 3\frac{5}{7}$ ياردة في الثانية

، $\text{ض} = \frac{\text{م م}' (\text{ع} - \text{ع}')}{\text{م} + \text{م}'} = \frac{4\times 10 (8-2)}{4+10} = \frac{240}{14} = 17\frac{1}{7}$

يعنى ان الضغط المشترك بين الكرتين يحدث سرعة قدرها $17\frac{1}{7}$ ياردة فى الثانية لجسم ثقله رطل واحد

وثانيا اذا كانت الكرتان مرنتين فبموجب ما تقدم يكون

سرعة ا بعد التصادم = $\text{ع}_2 = 8 - \frac{(1+\text{ى})\times 10 \times (8-2)}{4+10} = \frac{26}{7} - \frac{30}{7}\times \text{ى}$

وسرعة ب بعد التصادم = $\text{ع}'_2 = 2 + \frac{(1+\text{ى})\times 4 \times (8-2)}{4+10} = \frac{26}{7} + \frac{12}{7}\,\text{ى}$

، $\text{ض} = 17\frac{1}{7}\,(1+\text{ى})$

فاذا كان $\text{ى} = \frac{13}{15}$ فالكرة ا تكون ساكنة بعد التصادم وعلى حسب كون ى < أو > $\frac{13}{15}$ فأن ا يتبع ب بسرعة أقل من سرعتها قبل التصادم أو تنعكس ثانيا وتتحرك فى جهة مضادة للأولى

المسألة الثانية — كرة ا متحركة بسرعة معلومة صدمت تصادما مستقيما كرة ب الساكنة ثم ان كرة ب صدمت تصادما مستقيما كرة ح الساكنة والمطلوب ايجاد سرعة الكرة ح

لذلك يقال انه بناء على ما تقدم تكون سرعة ب بعد التصادم الأول هى

$\text{ع}' = \frac{(1+\text{ى})\,\text{م}}{\text{م} + \text{م}'} \times \text{ع}$ وسرعة ح بعد التصادم الثانى هى

$\text{ع}'' = \frac{(1+\text{ى})\,\text{م}'}{\text{م}' + \text{م}''} \times \text{ع}' = \frac{(1+\text{ى})^2\,\text{م م}'}{(\text{م} + \text{م}')(\text{م}' + \text{م}'')} \times \text{ع}$

وينتج من ذلك ان السرعة التى تأخذها ح بتوسط ب تتغير على حسب جسم ب وتكون نهاية عظمى حينما يكون

$\frac{\text{م}'}{(\text{م} + \text{م}')(\text{م}' + \text{م}'')}$ اكبر ما يمكن اعنى حينما يكون $\frac{(\text{م} + \text{م}')(\text{م}' + \text{م}'')}{\text{م}'}$ أصغر ما يمكن وحيث انه يمكن كتابة المقدار المذكور بالصورة $\left(\sqrt{\text{م}'} - \sqrt{\frac{\text{م م}''}{\text{م}'}}\right)^2 + \left(\sqrt{\text{م}} + \sqrt{\text{م}''}\right)^2$

وان هذا المقدار يكون اصغر ما يمكن حينما يكون $\text{م}' = \sqrt{\text{م م}''}$ أى حينما يكون م' وسطا متناسبا بين م ، م'' فحينئذ يكون مقدار ع'' نهاية عظمى حينما يكون م' وسطا متناسبا بين م ، م''

المسألة الثالثة — نقطة مادية قذفت من نقطة معينة ه شكل ٧٥ بحيث تمر من نقطة أخرى معلومة ك بعد انعكاسها على مستو ثابت معلوم والمطلوب ايجاد اتجاه خط التصادم

لذلك نفرض ان د هى نقطة انصدام النقطة المادية بالمستوى المفروض فحينئذ يكون المستوى ه د ك عموديا على المستوى الثابت المذكور ويقطعه فى مستقيم ا ب

وحيث ان النقطة المادية قذفت فى اتجاه ه د وانعكست على اتجاه د ك فبناء على ما تقدم فى التصادم على

على مستو يكون

طا ك ء هـ = ى طا ف ء ا .... (١)

فاذا انزل ك هـ عموديا على ا ب ومد ف ء حتى يقطع امتداد ك هـ في نقطة و يكون

طا ك ء هـ = ى طا و ء هـ وعليه يكون

ك هـ = ى × هـ و

ومن ذلك تنتج طريقة بسيطة لتعيين نقطة ء وهي أن نرسم ك هـ عموديا على ا ب ونمده على استقامته ونأخذ عليه بعد هـ و = $\frac{1}{ى}$ × ك هـ ثم نصل ف و فيقطع ا ب في نقطة ء فيكون ف ء هو الاتجاه المطلوب

شكل ٧٥

وينتج من ذلك انه اذا مرت النقطة المادية من نقطة ك بعد انصدامها على مستويين ء ل ، ع هـ على التوالي شكل ٧٦ فحل المسألة بالطريقة الآتية وهي

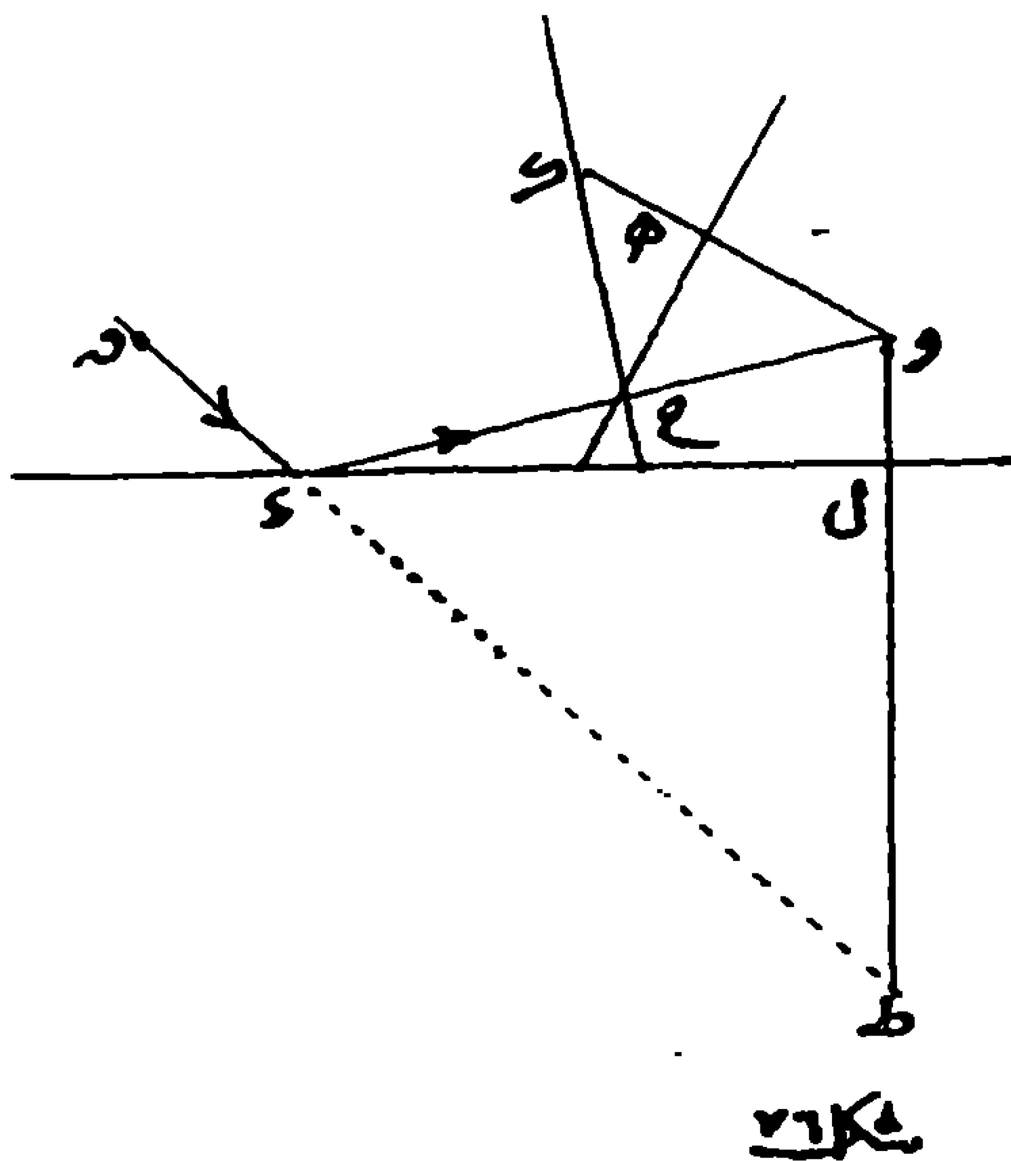
ان نرسم ك هـ و عموديا على المستوى الثاني ع هـ ونجعل

هـ و = $\frac{1}{ى}$ × ك هـ

ثم نرسم و ل ط عموديا على المستوى الأول ء ل ونجعل

ل ط = $\frac{1}{ى}$ × ل و

ونصل ف ط فيقطع المستوى الأول في نقطة ء فنصل ء و فيقطع المستوى الثاني في نقطة ع وحينئذ اذا قذفت النقطة المادية في اتجاه ف ء فانها تنعكس على اتجاه ء ع ومن ع تنعكس ثانيا على اتجاه ع ك وتمر بالنقطة ك

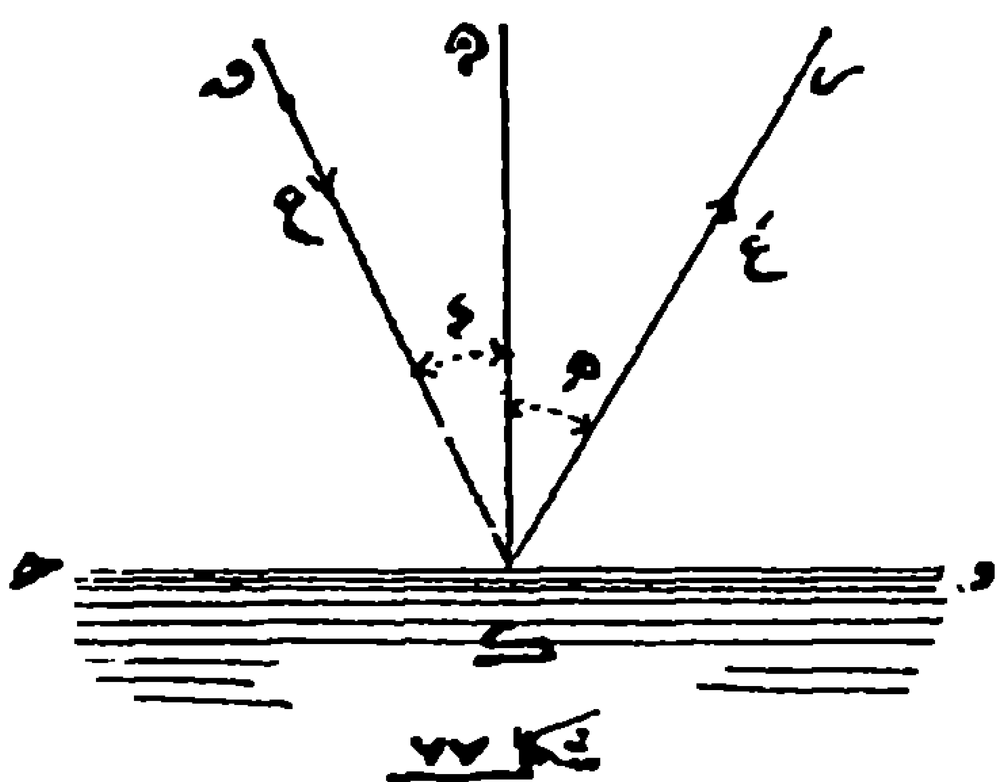


شكل ٧٦

المسألة الرابعة ـ نقطة مادية صدمت مستويا خشنا ثابتا والمطلوب ايجاد حركتها بعد التصادم

لذلك نفرض ان مستوى الشكل هو مستوى التصادم اى المستوى المشتمل على اتجاه الحركة قبل التصادم وعلى المستقيم العمودي على المستوى الثابت في نقطة التصادم

ونفرض ان ع ، عَ شكل ٧٧ هما سرعتا النقطة المادية التي جسمها م قبل التصادم وبعده وان ء ، هـ هما زاويتا ميلها على المستقيم العمودي على المستوى قبل التصادم وبعده وان س ، ف هما كميتا الحركة الكليتان الناشئتان عن المستوى الثابت للنقطة المادية في الاتجاهين ك ع ، ك ح



شكل ٧٧

مع ملاحظة ان كمية التحرك الثانية ناشئة عن خشونة المستوى

وحينئذ اذا حللنا الحركة على اتجاهى ى ح ، ح و فانه بناء على ما تقدم فى التصادم على مستو يكون

عَ حاهـ = ى ع حاى .... (١)

ويكون مقدار كمية التحرك الكلية س هو

س = (١+ى) م ع حاى .... (٢) ويكون أيضا

م عَ حاهـ = م ع حاى - ف ..... (٣)

فاذا جعلنا ف = ء س التى فيها ء معامل يتعلق بخشونة المستوى ومقداره الرقمى يتعين بالتجربه ويسمى احيانا معامل الاحتكاك الديناميكى فتكون اربع معادلات ينتج منها المعادلتان الآتيتان

عَ حاهـ = ى ع حاى

عَ حاهـ = ع حاى - ء (١+ى) ع حاى

ومن هاتين المعادلتين يتعين مقدارا عَ ، هـ أعنى سرعة التحرك واتجاهه بعد التصادم

الشغل المفقود بتأثير تصادم الأجسام

أولا حالة الأجسام الرخوة - اعلم ان التغير الحاصل فى شكل الاشكال من تأثير الانضغاط يحدث فقدا من القوى الحية مبتلعا بالقوى العنصرية وسنعين الفقد المذكور الذى نصفه المساوى للقدرة الحية يدل على الشغل المفقود من بعد ملاحظة ان القوى الحيه عبارة عن نصف القدرة الحية فنقول

نظرية كارنو - مجموع مفاقيد القوى الحية يساوى حاصل جمع القوى الحية المطابقة للسرع المكتسبة أو المفقودة للأجسام المتصادمة

فأولا اذا كان الجسمان سائرين فى جهة واحدة فأن القوى الحية المتحصلة قبل الانضغاط تكون م ع٢ + مَ عَ٢ وأن القوى الحية المتحصلة بعد الانضغاط تكون (م + مَ) غ٢ وعليه فتكون مفاقيد القوى الحية مساوية الى م ع٢ + مَ عَ٢ - (م + مَ) غ٢ وبناء على منطوق النظرية تكون المفاقيد المذكورة مساوية الى م (ع - غ)٢ + مَ (غ - عَ)٢ أعنى يكون

م ع٢ + مَ عَ٢ - (م + مَ) غ٢ = م (ع - غ)٢ + مَ (غ - عَ)٢

وللبرهان على ذلك نعوض غ بمقدارها وهو (م ع + مَ عَ) / (م + مَ) فى كل من طرفى المعادلة المذكورة وحينئذ يحدث

م ع٢ + مَ عَ٢ - (م + مَ) ((م ع + مَ عَ) / (م + مَ))٢ = م (ع - (م ع + مَ عَ) / (م + مَ))٢ + مَ ((م ع + مَ عَ) / (م + مَ) - عَ)٢

ولاجل تحليل هذه المعادلة ومعرفة تساوى طرفيها نأخذ كل طرف على حدته ونحلله فالطرف الأول يؤول من بعد تحويله الى مقام مشترك وأخذ م مَ مضروبا مشتركا الى

م مَ (ع٢ + عَ٢ - ٢ ع عَ) / (م + مَ) = م مَ (ع - عَ)٢ / (م + مَ)

وأما الطرف

وأما الطرف الثاني فأنه يؤول على التوالي الى

$$\text{م}\left[\frac{\text{مَ}(\text{ع}-\text{عَ})}{\text{م}+\text{مَ}}\right]^2+\text{مَ}\left[\frac{\text{م}(\text{ع}-\text{عَ})}{\text{م}+\text{مَ}}\right]^2=\frac{\text{م}\,\text{مَ}^2(\text{ع}-\text{عَ})^2}{(\text{م}+\text{مَ})^2}+\frac{\text{مَ}\,\text{م}^2(\text{ع}-\text{عَ})^2}{(\text{م}+\text{مَ})^2}=\left(\frac{\text{ع}-\text{عَ}}{\text{م}+\text{مَ}}\right)^2(\text{م}\,\text{مَ}^2+\text{مَ}\,\text{م}^2)=$$

$$\left(\frac{\text{ع}-\text{عَ}}{\text{م}+\text{مَ}}\right)^2(\text{م}+\text{مَ})\,\text{م}\,\text{مَ}=\text{م}\,\text{مَ}\,\frac{(\text{ع}-\text{عَ})^2}{\text{م}+\text{مَ}}$$

وحينئذ يكون

$$\frac{\text{م}\,\text{مَ}(\text{ع}-\text{عَ})^2}{\text{م}+\text{مَ}}=\frac{\text{م}\,\text{مَ}(\text{ع}-\text{عَ})^2}{\text{م}+\text{مَ}}$$

وهو المطلوب

وثانيا اذا كان الجسمان سائرين في جهتين متضادتين فأن فقد القوة الحية يصير مبينا من بعد اجراء العمل كما تقدم بالمقدار الآتي

$$\frac{\text{م}\,\text{مَ}(\text{ع}+\text{عَ})^2}{\text{م}+\text{مَ}}$$

ثالثا اذا كان احد الجسمين ساكنا فان فقد القوة الحية يكون مبينا بالمقدار الآتي

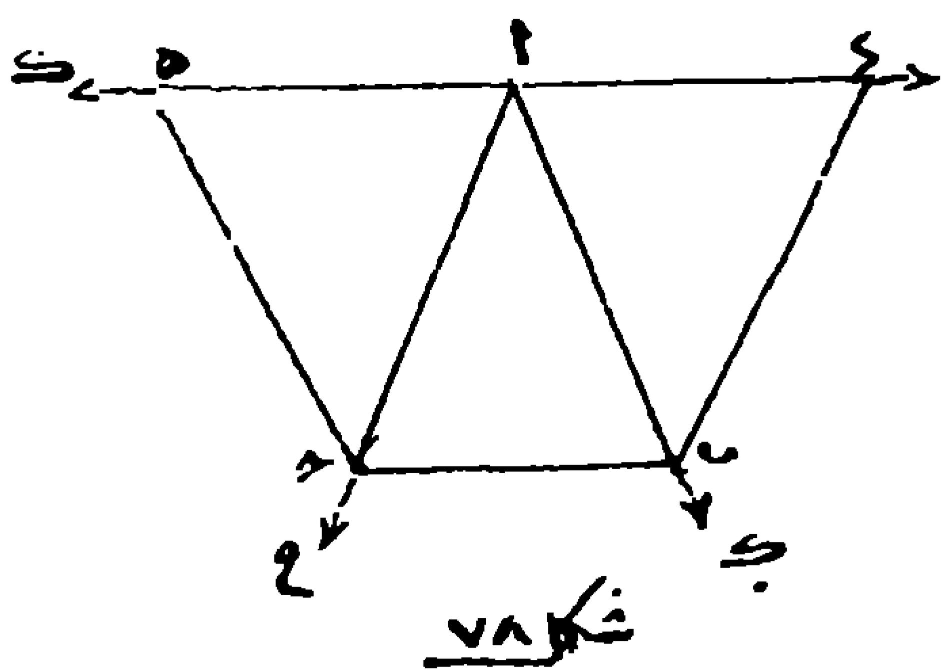
$$\frac{\text{م}\,\text{مَ}\times\text{ع}^2}{\text{م}+\text{مَ}}$$

تنبيه — مهما كانت الحالة المعتبرة فأنه يوجد دائما شغل مفقود بانصدام الأجسام الرخوة والشغل المفقود الأعظم يقابل الحالة التي يكون فيها سير الجسمين في جهتين متضادتين

ثانيا حالة الأجسام المرنة — اعلم أنه في المدة الأولى من تصادم الأجسام المرنة يحصل فقد قوة حية كما في حالة الأجسام الرخوة وهذا الفقد منسوب لتغير اشكال الأجسام المتصادمة في المدة المذكورة ولكن في المدة الثانية من الانصدام بسبب رجوع اشكال الأجسام الى أصلها بتأثير المرونة ترد كل القوة الحية التي صار فقدها في المدة الأولى بالتمام والكمال وعليه فالقوة الحية المفقودة بالانصدام تكون معدومة في حالة الاجسام المرنة

الحالة التي يكون فيها الجسمان المتصادمان متحركين في اتجاهين حيثما اتفق

اذا تصادم جسمان متحركان في اتجاهين حيثما اتفق فان سرعة كل منهما تتغير وتنقص نظرا للانصدام ويتغير اتجاهها بعد الانصدام بخلاف ما اذا كان الجسمان المذكوران سائرين في اتجاه واحد وفي جهة واحدة فأن سرعة الجسم الصادم تنقص وسرعة الجسم المصدوم تزداد وحيث أن السرعة المفقودة بالانصدام بالنسبة لكل من الجسمين المتصادمين عند تحركهما في اتجاهين حيثما اتفق عبارة عن المركبة الثانية للسرعة قبل الانصدام فلتعيينها يقال انه اذا فرض كما في شكل ٧٨ أن اء مقدار واتجاه سرعة أحد الجسمين قبل لحظة الانصدام ولنرمز لها بالرمز ك وأن اي مقدار واتجاه سرعته بعد لحظة الانصدام ولنرمز لها بالرمز ك فحينئذ اذا وصل ي ب وكمل متوازي الأضلاع اي ب ح يكون ا ح عبارة عن مقدار واتجاه السرعة المفقودة بالانصدام ولنرمز لها بالرمز ع وحينئذ اذا علم مقدارا ك ، ك والزاوية الواقعة بينهما يمكن



شكل ٧٨

تعيين مقدار واتجاه السرعة المفقودة بالانصدام ع بواسطة الحساب من مثلث اوب الذى يكون معلوما فيه الضلعان والزاوية المحصورة بينهما

واذا كمل متوازى الاضلاع ا ب د هو يرى ان السرعة المفقودة بالانصدام تكون عبارة عن محصلة السرعة قبل الانصدام والسرعة بعد الانصدام مأخوذة فى الجهة المضادة

ولنبرهن على نظرية كارنو فى حالة تصادم الجسمين المتحركين فى اتجاهين حيثما اتفق فنقول

نظرية كارنو – من بعد ملاحظة ان نظرية كارنو لا تنطبق على تصادم الاجسام المرنة يقال انه اذا اعتبرت السرع الثلاث ج ، ك ، ع شكل ٧٨ بالنسبة لأحد عناصر الجسمين المتصادمين فمن مثلث ا ب د يحدث

$$\text{ج}^2 = \text{ك}^2 + \text{ع}^2 + 2\,\text{ع ك حا}(\text{ك}،\text{ع})$$

واذا رمز لجسم العنصر المذكور بالرمز م وضرب طرفا المعادلة المذكورة فى م يحدث

$$\text{م ج}^2 = \text{م ك}^2 + \text{م ع}^2 + 2\,\text{م ع ك حا}(\text{ك}،\text{ع})$$ او يكون

$$\text{م}(\text{ج}^2 - \text{ك}^2) = \text{م ع}^2 + 2\,\text{م ع ك حا}(\text{ك}،\text{ع})$$

وحيث أنه بالنسبة لكل عنصر من عناصر الجسمين المتصادمين تحدث معادلة مشابهة للمعادلة المذكورة فحينئذ اذا جمعت المعادلات المشابهة للمعادلة المذكورة المنسوبة للعناصر المختلفة السابق ذكرها طرفا بطرف على بعضها فانه يحدث

$$\text{مجموع م}(\text{ج}^2 - \text{ك}^2) = \text{مج م ع}^2 + 2\,\text{مج م ع ك جا}(\text{ك}،\text{ع})$$

ولكن اذا رمزنا بحرف ه للقوة الواقعة على العنصر الذى جسمه م التى تحدث السرعة ع فى نهاية مدة الانصدام الصغيرة جدا بقدر ما يراد التى نرمز لها بالرمز ز يكون

$$\text{ه} = \frac{\text{م ع}}{\text{ز}}$$ ومنها يحدث $$\text{ه ز} = \text{م ع}$$

واذا وضع عوضا عن م ع مقداره فى المعادلة السابقة يحدث

$$\text{مجموع م}(\text{ج}^2 - \text{ك}^2) = \text{مجموع م ع}^2 + 2\,\text{مجموع ه ز ك حا}(\text{ك}،\text{ع})$$

وحيث ان اتجاه وجهة القوة ه هما طبعا فى اتجاه وجهة السرعة ع فيكون

$$\text{مجموع م}(\text{ج}^2 - \text{ك}^2) = \text{مجموع م ع}^2 + 2\,\text{مجموع ه ز ك حا}(\text{ك}،\text{ه})$$

ولكن حيث ان الحاصل ه ز ك حا (ك ، ه) عبارة عن شغل القوة ه فى مدة الزمن ز الصغير جدا بقدر ما يراد فيمكن اعتبار الشغل المذكور معدوما وعليه يكون

$$\text{مجموع ه ز ك حا}(\text{ك}،\text{ه}) = 0$$ وحينئذ يحدث

$$\text{مجموع م}(\text{ج}^2 - \text{ك}^2) = \text{مجموع م ع}^2$$

اعنى ان مجموع مفاقيد القوى الحية يساوى مجموع القوى الحية المنسوبة للسرع المفقوده لعناصر الجسمين

المتصادمين وهو المطلوب
واذا رمز للشغل الناتج من تأثير الانصدام بالرمز ش يكون

ش = $\frac{1}{2}$ مجموع م (عَ − عً) او يكون

− ش = $\frac{1}{2}$ مجموع م (عً − عَ) وبناء على نظرية كارنو يكون

− ش = $\frac{1}{2}$ مجموع م عٌ

وبضم هذه المعادلة الى المعادلة العمومية للقدرة الحية التى هى مجموع ش ه = $\frac{1}{2}$ مجموع م (عً − عَ) طرفا بطرف يحدث

مجموع ش ه − ش = $\frac{1}{2}$ مجموع م (عً − عَ) + $\frac{1}{2}$ مجموع م عٌ

وحيث انه فى الآلات المتحركة اى فى الجملة المادية المتحركة مجموع ش ه عبارة عن ثلاثة اشغال وهى المشغل المحرك اى شغل القوى المحركة الذى يرمز له بالرمز ش ويعتبر دائما موجبا والشغل المفيد اى شغل المقاومة المفيدة اى الأصلية الذى يرمز له بالرمز ش ويعتبر سالبا ثم شغل المقاومات الثانوية الذى يرمز له بالرمز ش وتلك المقاومات عبارة عن الاحتكاكات ويبوسة الأحبال والسيور وان الشغل المذكور يكون سالبا أيضا فحينئذ تؤول المعادلة السابقة الى

ش − ش − ش − ش = $\frac{1}{2}$ مجموع م (عً − عَ) + $\frac{1}{2}$ مجموع م عٌ

واذا رمز لمجموع الثلاثة اشغال السالبة بالرمز ش الذى يكون عبارة عن الشغل المقاوم الخام فانه يحدث

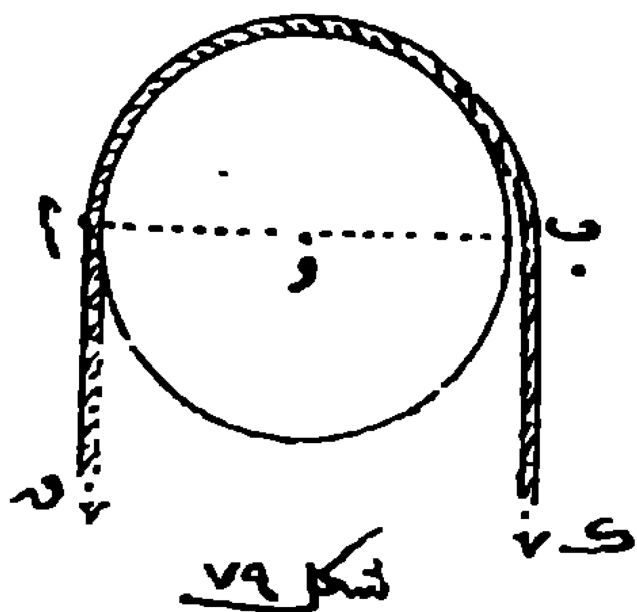
ش − ش = $\frac{1}{2}$ مجموع م (عً − عَ) + $\frac{1}{2}$ مجموع م عٌ

وهذه معادلة القدرة الحية مطبقة على حركة الآلات أو الجمل المادية باعتبار الانصدام

فى يبوسة الأحبال

يبوسة الحبل هى المقاومة التى تحدثها عند لفه على بكرة أو طنبور

ويبوسة الأحبال تحدث فقدا مضاعفا من الشغل حيث انه يقتضى قوة لثنيها ولفها وقد ظهر من التجربة ان الفرع ب ك للقوة المقاومة ك لا يلتصق بالضبط على الطنبور كما فى شكل ٧٩ بخلاف الفرع ا ه للقوة المحركة فانه يبقى ملتصقا على الطنبور المذكور بحيث ان و ب ذراع رافعة المقاومة يزداد ويحتاج لقوة كبيرة لأجل حصول التوازن ويبوسة الحبل تتناسب عكسيا لقطر الطنبور وغير متعلقة بالسرعة وتتغير تبعا لجنس الحبل ولدرجة التوائه وعلى حسب كونه جديدا أو مستعملا أبيض أو مقطرنا جافا أو مبتلا



شكل ٧٩

وبناء على مناقشة نتائج التجارب التى تحصل عليها المعلم كولمب بخصوص تعيين مقدار اليبوسة قد استنتج نافيه القانون الآتى الذى يحسب به مقدار

اليبوسة المذكورة التي يرمز لها بحرف ρ وهو

$$\rho = \frac{1}{ء}\left(ا ءَ^{و} + ب ءَ^{و} ك \right) \ldots\ldots\ldots (٢)$$

الذي فيه ء رمز لقطر البكرة أو الطنبور ، ءَ رمز لقطر الحبل ؛ ا ءَ^و كمية ثابتة بالنسبة للحبل الواحد ، ب ءَ^و ك كمية مناسبة للثقل المرفوع ك ، و عدد يتغير على حسب استعمال الحبل واستهلاكه وقد اعتبر نافيه و = ٢ بالنسبة للأحبال الجديدة ذات القطر الكبير ، و = ١٫٥ بالنسبة للأحبال الأكثر من نصف استعمال ، و = ١ بالنسبة للأحبال الرفيعة اللينة جداً

واعتبر أيضاً أنه بالنسبة لمقاومة معلومة ك تكون المقاومة المنسوبة ليبوسة حبل ابيض متغيرة بالنسبة العكسية لقطر البكرة أو الطنبور ومناسبة للأس (و) لقطر الحبل المذكور

وينتج من الاعتبار المذكور أنه بالنسبة لحبلين مختلفي القطر ملتفين على بكرتين غير متساويتي القطر وراقعين ثقلين متساويين يكون

$$\rho' = \rho \frac{ء}{ءَ} \left(\frac{ءَ'}{ءَ} \right)^{و} \ldots\ldots\ldots (ب)$$

وفي هذا القانون ρ' المقاومة المنسوبة ليبوسة الحبل الذي قطره ءَ' الملتف على البكرة التي قطرها ء'

، ρ المقاومة المنسوبة ليبوسة الحبل الذي قطره ءَ الملتف على البكرة التي قطرها ء

وأما بالنسبة للأحبال المقطرنة فان اليبوسة لا تتغير تغيراً محسوساً بالنسبة لدرجة الاستهلاك ومن الأضبط في هذه الحالة ان نعوض في القانون السابق النسبة $\left(\frac{ءَ'}{ءَ}\right)^{و}$ بالكمية $\frac{ن'}{ن}$ ، ن ، نَ رمزان لعدد خيوط الجديلة المشتمل عليها كل من الحبلين المذكورين وحينئذ يكون

$$\rho' = \rho \frac{ء}{ء'} \times \frac{ن'}{ن}$$

وقد اعتبر المعلم نافيه أن في الأحبال البيضاء المبتلة تكون اليبوسة الثابتة ا ءَ^و ضعف يبوسة الأحبال بعينها في الحالة الجافة وأما اليبوسة ب ءَ^و فتكون تعيينها كما في الحالة الأخيرة وهاك جدولا يشتمل على يبوسة أحبال مختلفة ملتفة على بكرة قطرها متر واحد محسوبا بمعرفة المعلم نافيه بناء على تجارب المعلم كولمب

اجناس الأحبال	عدد خيوط الحبل	أقطار الأحبال	ثقل المتر الطولي من الأحبال	اليبوسة الثابتة ١ د رو	اليبوسة المتغيرة ب د رو بالنسبة للكيلوجرام الواحد في الحبل ك
		متر	كيلوجرام	كيلوجرام	كيلوجرام
حبل ابيض جديد	٣٠	٠٫٠٢٠٠	٠٫٢٨٢٤	٠٫٢٢٢٤٦	٠٫٠٠٩٧٢٨٢
« « «	١٥	٠٫٠١٤٤	٠٫١٤٤٨	٠٫٠٦٢٥١٤	٠٫٠٠٥٥١٨٢
« « «	٦	٠٫٠٠٨٨	٠٫٠٥٢٢	٠٫١٠٦٠٢٨	٠٫٠٠٢٢٨٠٤
حبل مقطرن	٢٠	٠٫٠٢٢٦	٠٫٢٢٢٦	٠٫٢٤٩٦	٠٫٠١٢٥٥١٤
« «	١٥	٠٫٠١٦٨	٠٫١٦٢٢	٠٫١٠٥٩٢٨	٠٫٠٠٦٠٥٩٢
« «	٦	٠٫٠٠٩٦	٠٫٠٦٩٢	٠٫٠٢١٢٠٨	٠٫٠٠٢٥٩٦٢

وبواسطة الجدول السابق وتسليم صحة القانونين يمكن حل جميع المسائل المشابهة للمسألة الآتية

مسألة ـ اذا كان المطلوب تعيين مقدار المقاومة المنسوبة ليبوسة حبل ابيض جديد قطره ٠٫٠٢٥٤ متر ملتف على بكرة قطرها ٠٫٤٠ متر رافع ثقلا قدره ٥٠٠ كيلوجرام يقال

نحسب المقاومة المنسوبة لليبوسة بناء على الحبل الأبيض الجديد الذى قطره ٠٫٠٢ متر القريب جدا من ٠٫٠٢٥٤ متر وحينئذ من بعد تعويض الرموز بمقاديرها فى معادلة (٢) يحدث

ر = $\frac{١}{٠٫٤٠}$ (٠٫٢٢٢٤٦ + ٠٫٠٠٩٧٢٨٢ × ٥٠٠) = ١٢٫٧٢ كيلوجرام

ثم نحسب المقاومة المنسوبة ليبوسة الحبل الذى قطره ٠٫٠٢٥٤ متر الموضوع فى الأحوال السابقة عينها بقانون ب وحينئذ يكون

رَ = ١٢٫٧٢ $\left(\frac{٠٫٠٢٥٤}{٠٫٠٢}\right)^{٢}$ = ٢٠٫٥٢ كيلوجرام

وأخيرا لما ناقش المعلم موران النتائج التى تحصل عليها كولومب استنتج مع الرمز بحرفى ع ١ هـ للكميتين اللتين بينهما ناقيه بالمقدارين ١ د رو ١ ب د رو ما هو آت

أولا بالنسبة للأحبال الجديدة التى من الكتان غير المقطرن المسماة بالأحبال البيضا ناشفة كانت أو مندّاة بالماء فان الكميتين ع ١ هـ تتغيران تقريبا بالنسبة لمربع قطر الحبل

وثانيا بالنسبة للأحبال السابقة عينها المستهلكة نصف استهلاك فان ع ١ هـ يتغيران بالنسبة للأس ١/٥ أعنى بالنسبة للجذر التربيعى لمكعب اقطار الأحبال

وثالثا بالنسبة للأحبال المقطرنة فان هـ تكون مناسبة لعدد خيوط جديلة الحبل

وعلى هذا قد وضع المعلم موران القوانين الآتية التى فيها ن رمز لعدد خيوط الجديلة ١ ء رمز لقطر البكرة وهى

اولا بالنسبة للأحبال البيضاء

ع = (٠,٠٠٠٢٩٧ + ٠,٠٠٠٢٤٥ × ن) ن ، هـ = ٠,٠٠٠٢٦٤ × ن

ثم ر = ١/د [(٠,٠٠٠٢٩٧ + ٠,٠٠٠٢٤٥ × ن) ن + ٠,٠٠٠٢٦٤ ن ك] كيلوجرام

وثانيا بالنسبة للأحبال المقطرنة

ع = (٠,٠٠١٤٥٧٥ + ٠,٠٠٠٢٤٦ × ن) ن ، هـ = ٠,٠٠٠٤١٨ × ن

ثم ر = ١/د [(٠,٠٠١٤٥٧٥ + ٠,٠٠٠٢٤٦ × ن) ن + ٠,٠٠٠٤١٨ × ن ك] كيلوجرام

وهاك جدولا يشتمل على اقطار الأحبال على حسب عدد خيوط الجديلة

عدد خيوط الجديلة	الأقطار	عدد خيوط الجديلة	الأقطار	عدد خيوط الجديلة	الأقطار	عدد خيوط الجديلة	الأقطار
	متر		متر		متر		متر
٦	٠,٠٨٩	٢١	٠,١٦٨	٣٦	٠,٢٢٠	٥١	٠,٢٦١
٩	٠,١١٠	٢٤	٠,١٧٩	٣٩	٠,٢٢٨	٥٤	٠,٢٦٨
١٢	٠,١٢٧	٢٧	٠,١٩٠	٤٢	٠,٢٣٧	٥٧	٠,٢٧٦
١٥	٠,١٤١	٣٠	٠,٢٠٠	٤٥	٠,٢٤٦	٦٠	٠,٢٨٣
١٨	٠,١٥٥	٣٣	٠,٢١٠	٤٨	٠,٢٥٤		

تطبيق على ما تقدم ـ اذا كان المطلوب حل المسألة السابقة التى صار حلها بوضع مقدارا ع ، هـ فى المعادلة الآتية وهى

ر = ١/د (ع + هـ ك)

مع ملاحظة انه فى هذه الحالة ن = ٤٨ بناء على الجدول السابق حيث ان قطر الحبل يساوى ٠,٢٥٤ متر وعليه يكون

ر = ١/٠,٤٠ [(٠,٠٠٠٢٩٧ + ٠,٠٠٠٢٤٥ × ٤٨) ٤٨ + ٠,٠٠٠٢٦٤ × ٤٨ × ٥٠٠] أو

ر = ١/٠,٤٠ [٠,٥٧٨٧٥٠٤ + ٠,٠١٧٤٢٤ × ٥٠٠) = ٢٢,٣٢ كيلوجرام

وهذا المقدار الأخير مغاير للمقدار ٢٥,٠٢ كيلوجرام الذى وجد باستعمال جدول نافييه الشغل المفقود بيبوسة الأحبال ـ اذا لاحظنا شكل ٧٩ وقطعنا النظر عن نصف قطر الحبل وعن تباعده عن البكره بسبب اليبوسة فأن الشغل المفقود بيبوسة الحبل المذكور الملتف على البكرة المذكورة باعتبار قطرها يساوى ٠,٤٠ بالنسبة للدورة الكاملة يكون

ش = ط د × ٢٢,٣٢ = ٣,١٤ × ٠,٤٠ × ٢٢,٣٢ = ٢٨,٠٩ كيلوجرامتر

وحيث أنه بقطع النظر عن الاحتكاك يكون مقدار شغل القوة المحركة بالنسبة للدورة الكاملة هو

ش م = ق × ط

مْ شَ = ه × ط (ء + ءَ) = ك × ط (ء + ءَ) + ر × ط ء

فيكون   ه = ك + ر × ء / (ء + ر)

ومن هذه المعادلة يستخرج مقدار القوة المحركة

التحرك على منحن

اذا تحرك جسم على منحن أملس فأن المنحنى يحدث ضغطا او رد فعل على الجسم المذكور فى كل نقطة ولكن حيث ان رد الفعل يكون على الدوام عموديا على المنحنى فأنه لا ينشأ عنه اسراع او ابطاء لحركة الجسم المذكور

ولاجل تعيين سرعة الجسم فى اى نقطة يجب تحليل القوى المؤثرة على الجسم فى اتجاه الحركة فى اللحظات المتتالية واعتبار تأثير هذه القوى المحللة

فاذا انزل متحرك غير مرن على منحن أملس فى مستو راسى بتأثير التثاقل وكان المطلوب ايجاد سرعة المتحرك المذكور فى اى وضع كان يقال

انه يمكن اعتبار المنحنى نهاية مضلع اضلاعه متساوية الميل على بعضها وعددها آخذ فى الازدياد بقدر مايراد وان الزوايا الواقعة بين الاضلاع المتتالية تصير عند النهاية معدومة

شكل ٨٠

وحينئذ اذا فرض ان المضلع المذكور هو ا اَ اً … اَ شكل ٨٠ ورسم اَ اَ ، اً اً ، اً اً …. عمودية على الخط الرأسى المار بنقطة ا وان ه هى الزاوية الواقعة بين ضلعين متتابعين من المضلع اللذين لا يلزم أن يكون طولهما واحدا

وان عَ هى سرعة المتحرك حينما يكون فى نقطة ا فى الاتجاه ا اَ

وان عً هى سرعة المتحرك حينما يكون فى نقطة اَ فى الاتجاه اَ اً

وان عٍ هى سرعة المتحرك حينما يكون فى نقطة اً فى الاتجاه اً اٍ

. . . .

وان عن هى سرعة المتحرك حينما يكون فى نقطة ان فى الاتجاه ان-١ ان

فانه بتطبيق نظرية القدرة الحية على كل مسافة جزئية مثل ا اَ ، اَ اً ، …. يكون

½ م عَ٢ − ½ م ع٢ = ش ث   او

ث/ء٢ عَ٢ − ث/ء٢ ع٢ = ث × ا اَ   أو

عَ٢ = ع٢ + ٢ء × ا اَ   وبمثل ذلك يكون

عً٢ = عَ٢ جتا٢ ه + ٢ء × اَ اً   حيث انه وصل المتحرك الى اَ فأنه يغير اتجاهه

الى ا٢ بسرعة قدرها ع٢ جتاه وكذا يكون

$$ع_2^2 = ع_1^2 \text{جتا}^2 ه + 2 ح \times ا_1 ا_2$$

. . . .

$$ع_ن^2 = ع_{ن-1}^2 \text{جتا}^2 ه + 2 ح \, ا_{ن-1} ا_ن$$

وبالجمع والتحويل يحدث

$$ع_ن^2 + (ع_1^2 + ع_2^2 + \dots + ع_{ن-1}^2) \text{جا}^2 ه = ع^2 + 2 ح \times ا_1 ا_ن \quad \dots (1)$$

فاذا كان ء رمزا للزاوية الواقعة بين اتجاهي الحركة في ا١ ا٢ ، ع رمزا لاكبر مقادير السرع ع١، ع٢، ع٣، .....، عن ، ا١ ان = ل يكون

$$(ع_1^2 + ع_2^2 + \dots + ع_{ن-1}^2) \text{جا}^2 ه < (ن-1) ع^2 \text{جا}^2 ه$$ أو

$$(ع_1^2 + ع_2^2 + \dots + ع_{ن-1}^2) \text{جا}^2 ه < ء ع^2 \left(\frac{\text{جا}^2 ه}{ه}\right)$$

وهذا المقدار ينعدم حينما نزيد ن الى ما لا نهاية مع بقاء ء ثابتا وعلى ذلك فمتى آل كثير الاضلاع الى المنحنى فالمعادلة (١) تؤول الى

$$ع_ن^2 = ع^2 + 2 ح ل$$

وهي المعادلة التي منها تتعين السرعة في اي نقطة من نقط المنحنى بدلالة السرعة الابتدائية والارتفاع الرأسي الذي سقط منه المتحرك

وبحذف الرمز ن الموضوع تحت السرعة ع يكون

$$ع'^2 = ع^2 + 2 ح ل$$

تنبيه — قد فرض فيما تقدم ان المتحرك غير مرن وانه متحرك على تقعير المنحنى بتأثير قوة التثاقل وذلك لكي يتحرك المتحرك المذكور ملاصقا للمنحنى وقد يترك المتحرك السائر على محنى هذا المنحنى في شروط مخصوصة الا ان الفرض المذكور سابقا يمكن توضيحه بتصور ان المضلع ا١ ا٢ .... عبارة عن انبوبة مضلعة تؤول في النهاية الى انبوبة منحنية قطرها الداخلي صغير وكاف بالضبط لمرور المتحرك وحينئذ فحالة السير على منحنى تكون محققة لان السرعة التي يأخذها المتحرك في اي نقطة تكون مساوية لسرعة متحرك سائر على تقعير المنحنى أو تحديبه حيث انها تبقى على الدوام مماسة له

وينتج من ذلك أولا اذا خرج المتحرك من نقطة ا من السكون يكون ع = ٠ ، ع'^٢ = ٢ ح ل اعني ان السرعة المكتسبة لجسم خارج من السكون ومتحرك على منحنى أملس يساوي السرعة التي يكتسبها الجسم الساقط بحرية من الارتفاع نفسه وزيادة على ذلك يمكن التعبير عن المعادلة ع'^٢ = ع^٢ + ٢ ح ل بأن يقال

مربع السرعة في اي نقطة مثل ا٢ يساوي مربع السرعة في اي نقطة أخرى مثل ا زائدا مربع السرعة التي يكتسبها المتحرك بواسطة التثاقل لو خرج من السكون قاطعا المسافة الرأسية عينها وهذه النتيجة

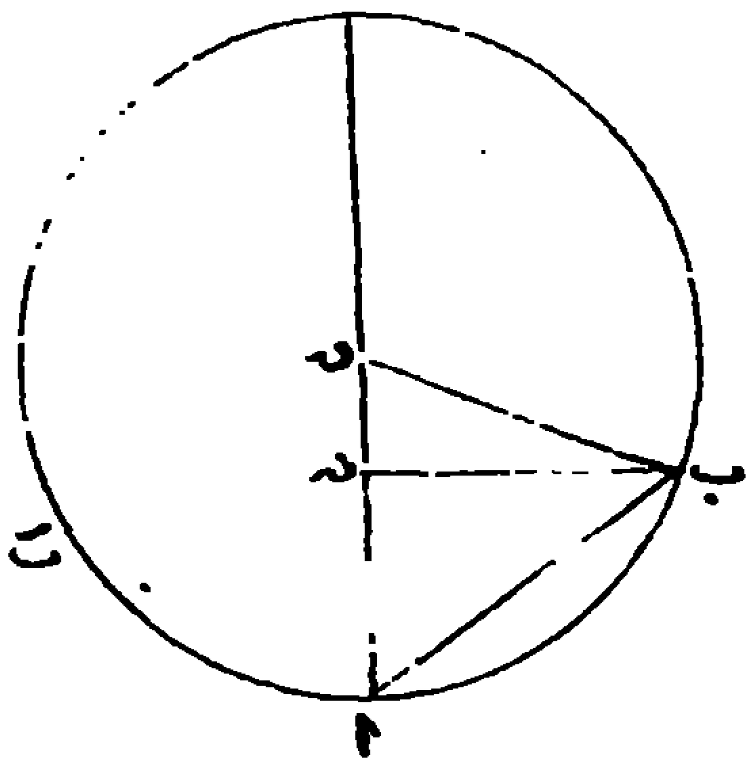
غير

غير متعلقة بشكل المنحنى

وثانيا اذا صعد جسم على منحنى فان الارتفاع الرأسى الذى يصل اليه يساوى الارتفاع الرأسى الذى يسقط منه بحيث يكون له عند انتهاء السقوط السرعة التى صعد بها وذلك لأن الجسم فى صعوده تتناقص سرعته بنفس الكيفية التى تتزايد بها فى نزوله فاذا كان ع سرعة المتحرك فى اى نقطة من حركته على المنحنى ، ع سرعته بعد قطع المسافة الرأسية ل من ابتداء تلك النقطة يكون

$$\text{ع}^2 = \text{ع}^2 - ٢ \text{ح} \text{ل}$$

وحينئذ اذا كان ب ا ت شكل ١٨ منحنيا موجودا فى مستو رأسى ، ا أوطى نقطة منه والجزآن ا ب ، ا ت متماثلين ومتساويين فان المتحرك فى نزوله على ب ا يكون له سرعة مساوية للسرعة التى يرتفع فيها الى نقطة ت والسرع التى يأخذها المتحرك فى ارتفاعات متساوية عند صعوده ونزوله تكون متساوية والزمن الكلى للصعود يكون مساويا للزمن الكلى للنزول



شكل ١٨

ومن الواضح انه متى وصل المتحرك الى ت فأنه ينزل ثانيا الى ا ويرتفع الى ب ويستمر على ذلك بمعنى أن الحركة تصير مترددة أى ارتجاجية والزمن اللازم للمرور من ب الى ت يسمى زمن الرجة

وثالثا اذا فرض ان ب ا ت قوس من محيط دائرة نصف قطرها نق ونقطة ا هى أوطى نقطة ، ا و نصف القطر الرأسى ، ب ه خط عمودى على ا و ، ع سرعة المتحرك فى نزوله من السكون من نقطة ب الى أوطى نقطة ا يكون

$$\text{ع}^2 = ٢\text{ح} \times \text{اه} = \frac{٢\text{ح} \times \overline{\text{اب}}^2}{٢\text{نق}} = \frac{\text{ح}}{\text{نق}} \times \overline{\text{اب}}^2$$

أو

$$\text{ع} = \text{اب} \sqrt{\frac{\text{ح}}{\text{نق}}}$$

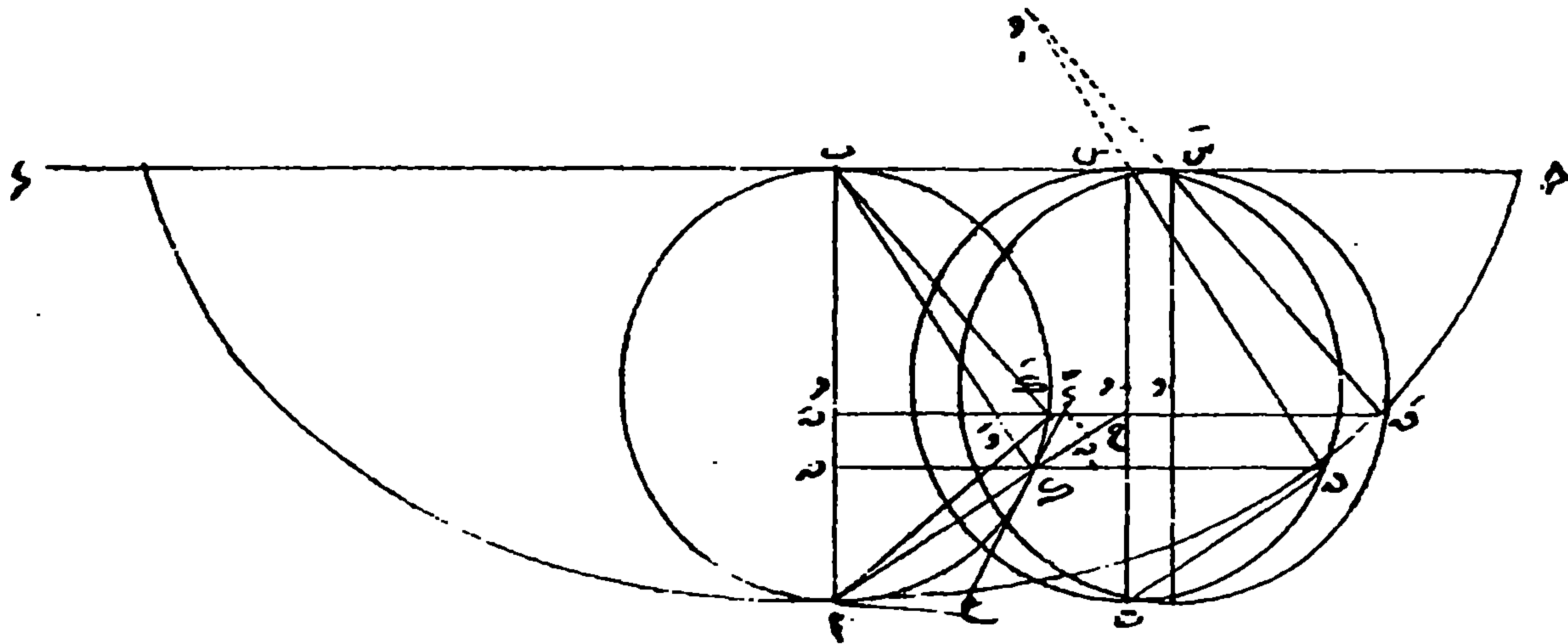
بمعنى ان السرعة فى أوطى نقطة تتغير بالنسبة لوتر قوس النزول

وهذا الأمر يحصل بعينه اذا فرض ان النقطة المادية مربوطة فى طرف حبل غير قابل للتمدد طوله و ا وطرفه الثانى مثبت فى نقطة و

تنبيه — الزمن اللازم لسقوط متحرك من السكون من نقطة ب الى أوطى نقطة ا لا يبقى ثابتا غالبا بل يتغير بتغير نقطة ب الا أنه اذا كان المنحنى سكلويديا فان زمن السقوط الى أوطى نقطة يبقى ثابتا مهما كان وضع النقطة التى يخرج منها المتحرك

وبعبارة أخرى ان زمن الرجة على منحنى سكلويدى محوره رأسى ورأسه أسفل يكون ثابتا مهما كان طول قوس الرجة ولذلك يسمى المنحنى السكلويدى منحنى الازمنة المتساوية وخاصية المنحنى السكلويدى هذه لها أهمية عظمى فى نظرية البنادل وانشائها وسنبرهن عليها الا ان الأصوب ان نتكلم اولا على خواص المنحنى السكلويدى فنقول

تعريف ـ اذا تدحرجت دائرة ت ه س التي مركزها و في مستو واحد على خط مستقيم ح ء شكل ٨٩



شكل ٨٩

فأن اى نقطة ثابتة على المحيط ترسم منحنيا ح ه ٢ ء يسمى منحنيا سكلويديا وحينئذ اذا فرضنا أن ح ه ٢ ء هو المنحنى المتكون من لفة كاملة للدائرة الراسمة وأن ح ١ ء هما النقطتان اللتان فيهما تترك النقطة الراسمة المستقيم ح ء ثم تعود اليه وأن س ه ت هو وضع محيط الدائرة حينما تكون النقطة الراسمة في ه وأن ب ك ٢ وضعها حينما تكون النقطة الراسمة على اعظم بعد من ح ء يرى بديهيا أن جزئى المنحنى ٢ ح ١ ٢ ء يكونان متساويين ومتشابهين

ثم ان المستقيم ١ ب الذى يقطع ح ء بالتعامد عليه يسمى المحور وان ح ء يسمى القاعدة وأن نقطة ٢ تسمى راس المنحنى السكلويدى

اذا تقرر هذا ورسم مستقيم ه ك ن عموديا على ١ ب ووصل ه س ١ ه ت يقال حيث ان النقطة الراسمة ه تخرج من ح وان كل نقطة من نقط القوس س ه كانت مماسة للخط ح س فيكون قوس ه س = ح س وحيث ان الخط ح ب مساو لنصف المحيط ب ك ٢ المساوى لنصف المحيط س ه ت فيكون قوس ه ت = ب س = ه ك حيث ان ه ك مساو وموازٍ الى ب س

وحينئذ اذا فرضنا أن المحيط يبتدئ في التدحرج من الوضع ب ك ٢ ومعه النقطة الراسمة في ٢ فتى وصلت هذه النقطة الى وضع مثل ه يكون قوس ٢ ك = ب س = ه ك ويكون أيضا

أولا ان ه ت يكون مماسا للمنحنى السكلويدى في نقطة ه وذلك لأنه متى أتت النقطة الراسمة في ه فان الدائرة الراسمة تكون مماسة للخط ح ء في نقطة س ونقطة س هذه تبقى ساكنة لحظة من الزمن أى انها تصير مركز دوران وقتى والدائرة تدور حينئذ حول نقطة س وعليه فتتحرك نقطة ه في اتجاه عمودى على س ه أى ان س ه يكون عموديا على المنحنى السكلويدى في نقطة ه وحينئذ

لخط

فخط مت العمودى على س ه يكون هو المماس فى ه

وثانيا طول أى قوس مثل اه مبتدئا من الرأس هو ضعف وتر القوس اك المقطوع بالخط الافقى ه ك ه وذلك لانه اذا كان ه ك ه افقيا قريبا جدا من ه ك ه فنرسم اع اع ك ع مماسين للدائرة فى ا ا ك فيكون اع موازيا للقاعدة وموازيا أيضا الى ه ك ه ثم نمد ع ك ا ا ك حتى يتقابلا مع ه ك ه فى نقطتى ء ا ع ونمد ء به عموديا على ك ع

وحينئذ بسبب ان اع ا ع ك مماسان لدائرة واحدة فتكون زاوية ع ك ا = زاوية ع اك ولكن زاوية ع ك ا = الزاوية المقابلة لها ء ك ع وكانت زاوية ء ع ك = زاوية ع ا ك فاذن تكون زاوية ء ك ع = زاوية ء ع ك وعليه يكون ع ك = ء ك به ولكن اذا اصغر القوس ك ك بقدر ما يراد فانه يميل لأن يتحد مع المماس ك ء وعند النهاية يكون مساويا له وعليه يكون ء به عند النهاية قوسا صغيرا من محيط دائرة مركزه ا وبنصف قطره اك أعنى أن اك ا ك به يعدو بها عند النهاية زيادة الوتر اك

وكذا حيث ان ك ع موازٍ للماس للمنحنى السكلويدى فى نقطة ه فيكون عند النهاية مساويا للقوس ه ه واذن تكون الزيادة ه ه للقوس السكلويدى عند النهاية ضعف الزيادة المقابلة لها للوتر اك وحيث ان القوس ا ه والوتر اك مبتدآن من نقطة ا فبناء على ما ذكر يكون القوس ا ه مساويا الى ضعف الوتر اك أو ضعف ت ه

وينتج من ذلك أولا حيث ان $\overline{اك}^2 = اه \times ا$ فيكون $اه = 2\sqrt{اب \times اه}$

وثانيا يكون القوس $اح = 2 اب$

لاجل انشاء بندول يرتج فى منحنى سكلويدى معين نفرض ان اب شكل ٨٣ هو المحور احء قاعدة السكلويد المعلوم ونفرض أيضا أن ى ح نصف منحنى سكلويدى مساويا بالضبط الى ءا ورأسه فى نقطة ح وقاعدته ى ف موازية الى ب ح وأن ى ء نصف سكلويد آخر مساوٍ الى ح ا ورأسه فى نقطة ء وقاعدته موازية الى ء ب



شكل ٨٣

ثم نفرض كذلك أن م ك ص ا ص ه ت وضعات ايا كانا للدائرتين الراسمتين للمنحنيين ومتماستين معا فى نقطة ص وأن ك ا ه وضعا النقطتين الراسمتين ونصل ك ص ا ص ه

فيكون قوس ه ص = ص ح = م ف = قوس ص ك

وبسبب تساوى الدائرتين تكون الزاويتان ن ص ح ، ك ص ب متساويتين وعليه يكون ن ص ك خطا مستقيما

ولكن ك ص مماسا للمنحنى ى ك ح فى نقطة ك ، ن ص عمودى للمنحنى ح ن ٢ فى نقطة ن وايضا فأن القوس ح ك يساوى ضعف الوتر ك ص = ن ك

وحينئذ اذا فرض خيط طوله يساوى طول نصف المنحنى السكلويدى ى ك ح وثبت احدى نهايتيه فى نقطة ى وكان ملازما دائما للمنحنى السكلويدى ى ك ح بحيث يكون مشدودا وغير قابل للتمدد فيكون على الدوام مماسا للمنحنى السكلويدى المذكور ونهايته الأخرى ترسم المنحنى السكلويدى ح ٢

وحينئذ فتحصل هذه الطريقة العملية لانشاء بندول يرتج على منحنى سكلويدى وهى انه اذا فرض نصفا منحنيين سكلويدين ماديين ى ك ح ، ى ء شكل ٨٢ موضوعين بحيث يكون لهما مماس مشترك فى نقطة ى وفرض انه ثبت فى نقطة ى طرف خيط رفيع طوله مساو لطول نصف المنحنى السكلويدى ى ك ح وربطت بالنهاية الأخرى ن للخيط المذكور نقطة مادية فهذه النقطة ترتج فى المنحنى السكلويدى ح ٢ ء بحيث ان الخيط المذكور يحل من على ى ح حينما ترسم نقطة ن المنحنى ح ٢ ثم يلتف من نفسه على ى ء حينما ترسم النقطة المذكوره المنحنى ٢ ء وهكذا

نصف قطر الانحناء فى اى نقطة مثل ن من المنحنى السكلويدى يساوى ن ك = ٢ ن ص = ضعف العمودى على المنحنى فى النقطة المذكورة كما هو واضح من شكل ٨٢

ومع ذلك فيمكن الوصول الى ذلك مباشرة بواسطة شكل ٨٢ لأنه اذا وصل ب ك ، ب كَ فالمستقيم الأول يقطع اكَ فى نقطة وَ ثم ان المستقيمين ن س ، نَ سَ العمودين للمنحنى فى نقطتى ن ، نَ يتقاطعان فى نقطة و التى هى مركز الانحناء فى نقطة ن وحيث ان ن و ، نَ و موازيان على التناظر الى ب ك ، ب كَ وأن ن نَ = ٢ × ك كَ عند النهاية فيكون

ن و = ٢ ب وَ = ٢ ب ك = ٢ ن س عند النهاية

أعنى ان نصف قطر الانحناء يساوى ضعف الخط العمودى

لايجاد الزمن الذى فيه تنزل نقطة مادية على منحنى سكلويدى معكوس يقال

نفرض ان ع شكل ٨٤ هى النقطة التى يخرج منها المتحرك من السكون وان ع ه خط افقى يقابل محور السكلويد اب فى نقطة ه ثم نرسم على اه محيط دائرة ولكن ن ، نَ احداثى نقطتين قريبتين من بعضهما ويقابلان هذا المحيط فى نقطتى ك ، كَ ثم نصل ه ك ، ا ك ، ا كَ فالخط الأخير يقطع ه كَ فى نقطة مَ وحينئذ يكون

قوس ان = ٢ √(اب × ان) = ٢ √(اب × اك² / اه) = ٢ اك √(اب / اه)

وبمثل ذلك يكون

قوس انَ = ٢ اكَ √(اب / اه) واذن يكون

ن نَ =

$$\text{د دَ} = 2\left(\text{ك} - \text{كَ}\right)\sqrt{\frac{\text{اب}}{\text{اهـ}}}$$



شكل ٩٤

ومن حيث ان المتحرك خارج من السكون من نقطة ع فأن السرعة فى د تساوى السرعة اللازمة لسقوط الجسم بحريه من الارتفاع هـ د اعنى ان السرعة المذكورة تكون مساوية الى

$$\sqrt{2\text{ح} \times \text{هـ د}} = \sqrt{\frac{2\text{ح} \times \text{هـ كَ}^2}{\text{اهـ}}} = \text{هـ ك}\sqrt{\frac{2\text{ح}}{\text{اهـ}}}$$

وحيث ان د دَ صغيرة جدا فأن سرعة المتحرك اثناء قطع المسافة المذكورة تكون قريبة الانتظام جدا ومساويا السرعة فى نقطة د وكلما كان مقدار د دَ صغيرا كلما قرب هذا الفرض من الصحة وبناء على هذا الفرض يمكن جعل $\text{ك} - \text{كَ} = \text{تَ ك}$ حيث ان $\text{كَ تَ} = 90^\circ$ ، $\text{اتَ} = \text{اكَ}$ عند النهاية وعليه يكون $\text{ك} - \text{كَ} = \text{تَ ك}$ واذن يكون الزمن اللازم لقطع المسافة $\text{د دَ} = \frac{\text{قوس د دَ}}{\text{السرعة فى د}}$ عند النهاية او ان الزمن المذكور يساوى

$$2\left(\text{ك} - \text{كَ}\right)\sqrt{\frac{\text{اب}}{\text{اهـ}}} \div \text{هـ ك}\sqrt{\frac{2\text{ح}}{\text{اهـ}}} = \frac{2\,\text{تَ ك}}{\text{هـ ك}}\sqrt{\frac{\text{اب}}{2\text{ح}}} = \text{ضعف زاوية ك هـ كَ}\sqrt{\frac{\text{اب}}{2\text{ح}}}$$

حيث ان $\frac{\text{تَ ك}}{\text{هـ ك}}$ = التقدير الدائرى لزاوية ك هـ كَ عند النهاية اعنى ان الزمن اللازم لقطع اى قوس صغير مثل د دَ يتغير تبعا التقدير الدائرى لزاوية ك هـ كَ

وحينئذ اذا جمعنا الازمان الصغيرة المتتالية المبتدئة من نقطة ع يحصل الزمن اللازم لقطع المسافة ع د ولكن مجموع الزوايا المقابلة للزمن المذكور هو زاوية ع هـ ك وحينئذ فزمن قطع المسافة

$$\text{ع د} = \text{زاوية ع هـ ك}\sqrt{\frac{2\,\text{اب}}{\text{ح}}}$$

وينتج من ذلك أولا حينما تأتى د فى ا فأن الزاوية ع هـ ك تصير $\text{ع هـ ا} = \frac{\text{ط}}{2}$ واذن فزمن قطع المسافة من ع الى ا يساوى $\frac{\text{ط}}{2}\sqrt{\frac{2\,\text{اب}}{\text{ح}}}$.

وبعد ان يأتى المتحرك فى ا يصعد على النصف الآخر اد من المنحنى السكلويدى الى أن يصل الى نقطة غَ بحيث يكون $\text{اغَ} = \text{اع}$ وزمن الصعود على اغَ يكون مساويا الى زمن النزول على اع وعليه يكون زمن الرجة الكاملة من ع الى غَ مساويا الى

$$\text{ط}\sqrt{\frac{2\,\text{اب}}{\text{ح}}}$$

وثانيا حيث ان زمن الرجة فى المنحنى السكلويدى لا يتعلق بوضع النقطة التى تبتدى منها الحركة فأن الزمن

يكون ثابتا مهما كان مقدار قوس الرجة وبعبارة أخرى ان المنحنى السكلويدى هو منحنى الازمنة المتساوية

وثالثا اذا وضع منحنيان سكلويديان ى هـ ا ى و ى ك شكل ٤٢ متماسان معا فى نقطة ى بحيث يكون المماس المشترك رأسيا ثم ثبت طرف خيط مساو لطول احدهما فى نقطة ى وربط فى الطرف الآخر نقطة مادية فان هذه النقطة ترجح فى المنحنى السكلويدى هـ ا ء بنفس الكيفية التى ترجح بها نقطة مادية مطلقة على منحنى سكلويدى مادى هـ ا ء

فاذا كان ل رمز الطول الخيط المذكور أعنى لطول البندول يكون ل = ا ى = ٢ ا ب ويكون زمن الرجة من سكون الى آخر مساويا الى $ط \sqrt{\frac{ل}{جـ}}$

واذن ففى المحل الواحد من سطح الارض يتغير زمن الرجة بالنسبة لجذر طول البندول اى بالنسبة الى $\sqrt{ل}$

ورابعا اذا أخذ جزء صغير جدا من المنحنى السكلويدى من ابتداء ا شكل ٤٢ فنرى ان هذا الجزء يتحد بتقريب كاف مع جزء من الدائرة المارة بنقطة ا التى نصف قطرها ا ى ومركزها نقطة ى

وحينئذ اذا ارجح بندول طوله ل على قوس دائرى ذى سعة صغيرة جدا وكافية لحصول الرجة فان زمن الرجة يساوى

$$ط \sqrt{\frac{ل}{جـ}}$$

وخامسا اذا كان ل رمز الطول بندول الثوانى اى البندول الذى يمر من السكون الى السكون فى ثانية و ل' رمز الطول بندول يرجح رجة واحدة فى ثوانى عددها ن اى زمن رجة ن من الثوانى يكون

$$١ = ط \sqrt{\frac{ل}{جـ}} \quad ، \quad ن = ط \sqrt{\frac{ل'}{جـ}}$$

ومنها يحدث $ل' = ن^{٢} ل$

طول بندول الثوانى ـ طول بندول الثوانى فى عرض لندره وجد بالتجربه انه يساوى ٣٩ر١٣٨٦ بوصة ومن مقدار الطول ل هذا يمكن ايجاد مقدار عجلة التثاقل لأن

$$١ = ط \sqrt{\frac{ل}{جـ}} \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$جـ = ط^{٢} ل = ٣٨٦ر٢٨ \text{ بوصة} = ٣٢ر١٩ \text{ قدم}$$

وينتج من ذلك انه اذا كان جـ ، جـ' عجلتى التثاقل فى محلين مختلفين ا ، ب من سطح الارض فيهما يرجح البندول رجات (اى يدق دقات) عددها ن ، ن' على التناظر فى زمن معين لمن السهل المقارنة بين جـ ، جـ' بدلالة ن ، ن'

وذلك لأنه اذا كان ز هو الزمن المعلوم يكون

$$\frac{ز}{ن} = ط \sqrt{\frac{ل}{جـ}} \quad ، \quad \frac{ز}{ن'} = ط \sqrt{\frac{ل}{جـ'}}$$

ومنها يحدث

$$\left(\frac{ن'}{ن}\right)^{٢} = \frac{جـ'}{جـ} \quad \text{أو}$$

$$\frac{جـ' - جـ}{جـ} = \frac{ن'^{٢}}{ن^{٢}} - ١ = \frac{ن'^{٢} - ن^{٢}}{ن^{٢}} = \frac{ن' - ن}{ن} \times \frac{ن' + ن}{ن} = ٢ \times \frac{ن' - ن}{ن}$$

تقريبا اذا كان ن' ـ ن صغيرا جدا بالنسبة الى ن

الى ق

اذا أخذ بندول الثوانى الى قمة جبل ارتفاعه هـ وكان المطلوب ايجاد مقدار عدد الدقات التى يفقدها هذا البندول فى يوم يقال

نفرض ان عجلة التثاقل تتغير على حسب عكس مربع البعد من مركز الأرض ونرمز لنصف قطر الارض بالرمز نق ولعجلتى التثاقل فى سفح الجبل وفى قمته بالرمزين ح ، حَ على التناظر وحينئذ يكون

$$حَ = ح \times \frac{نق^{٢}}{(نق + هـ)^{٢}}$$

فاذا كان ز ، زَ هما زمنا الرجة فى سفح الجبل وفى قمته على التناظر يكون

$$ز = ط \sqrt{\frac{ل}{ح}} \quad ، \quad زَ = ط \sqrt{\frac{ل}{حَ}}$$

واذا كان ق ، قَ عدد الدقات فى زمن واحد فى سفح الجبل وفى قمته على التناظر يكون

$$ق ز = قَ زَ \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$\frac{ق}{قَ} = \frac{زَ}{ز} = \sqrt{\frac{ح}{حَ}} = \frac{نق + هـ}{نق} = ١ + \frac{هـ}{نق} \quad \text{أو}$$

$$\frac{ق - قَ}{ق} = ١ - \frac{١}{١ + \frac{هـ}{نق}} = \frac{هـ}{نق} \quad \text{تقريبا}$$

فاذا كان هـ = ميلا واحدا ، نق = ٤٠٠٠ ميل ، ق = ٢٤ × ٦٠ × ٦٠ يكون

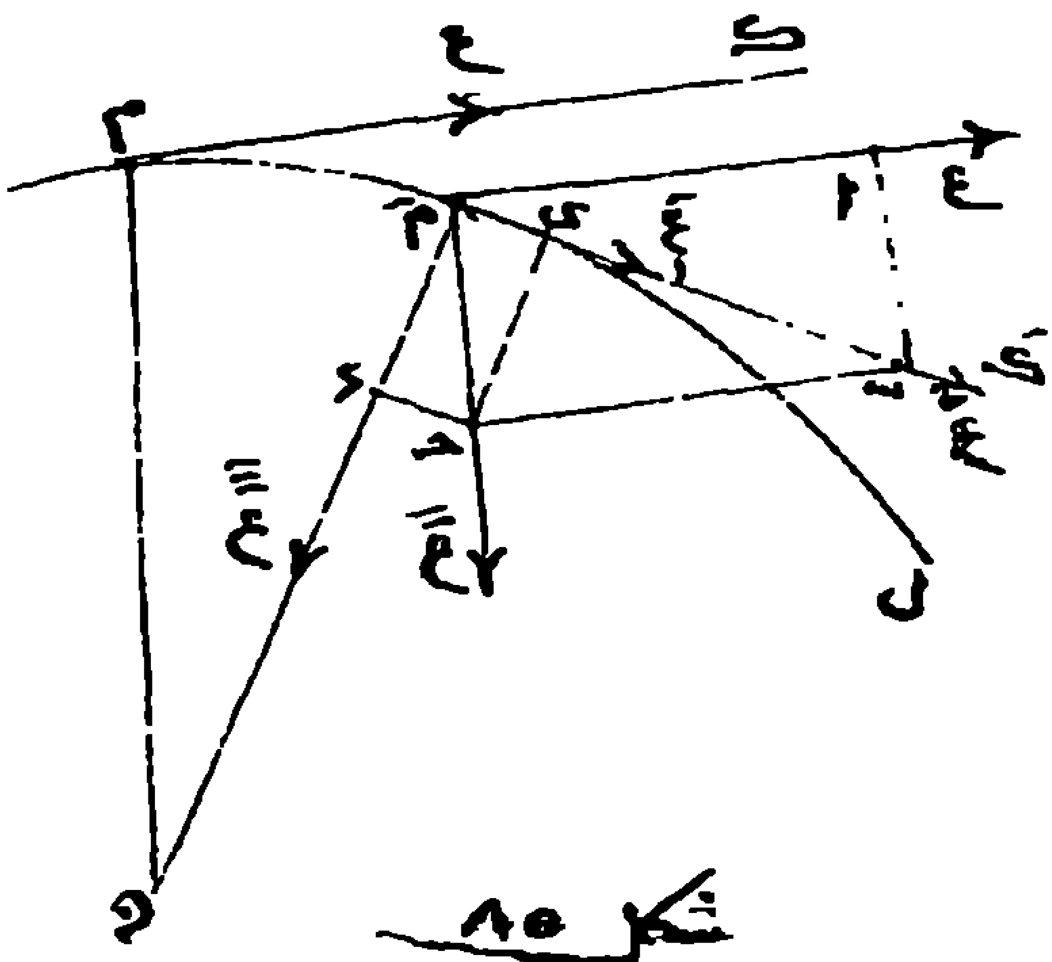
$$ق - قَ = \frac{٢٤ \times ٦٠ \times ٦٠}{٤٠٠٠} = ٢١٫٦$$

أعنى بندول الثوانى يفقد فى هذه الحالة نحو ٢١٫٦ دقة فى ٢٤ ساعة

فى العجلة المماسية والعمودية والكلية فى التحرك المنحنى

متى كان تحرك نقطة منحنيا فاتجاه سرعتها يتغير فى كل لحظة فضلا عن تغيير مقدارها وحينئذ يقتضى ان نعتبر خلاف العجلة فى اتجاه المماس التى تسمى بالعجلة المماسة عجلة اخرى فى اتجاه الخط العمودى تسمى بالعجلة العمودية ثم عجلة ثالثة تسمى بالعجلة الكلية ولنوضح ذلك فنقول

اذا فرض ان م ، مَ شكل ٨٥ وضعان متتاليان قريبان جدا من بعضهما للمتحرك على خط سيره م ل مطابقان للزمنين ن ، نَ اللذين لا يفترقان عن بعضهما الا بمقدار يسير جدا ورمزنا لسرعة المتحرك فى الوضع م على اتجاه المماس م ك بالرمز ع ولسرعته فى الوضع مَ على اتجاه المماس مَ كَ بالرمز عَ فيمكن تحليل السرعة عَ الى سرعتين بحيث تكون احداها مساوية وموازية للسرعة ع ولتكن السرعة الأخرى مَ هـ = عً



شكل ٨٥

ثم نحلل السرعة عً الى سرعتين احداها على اتجاه المماس مَ كَ ولتكن مَ ى = عَ والأخرى على اتجاه الخط العمودى

مَ ه للمنحنى فى نقطة مَ ولتكن مَ ء = عً

وحيث ان زاوية ا مَ ب أو مَ ب ح صغيرة جدا بقدر مايراد بسبب قرب نقطة مَ من نقطة م بقدر مايراد فالخط العمودى ح ى لا يفرق الا بمقدار صغير جدا بقدر مايراد عن قوس الدائرة الذى مركزه ب ونصف قطره ب ح وحينئذ يكون ب ى = ب ح = مَ ٢ = ع

ولكن مَ ب = ب ى + مَ ى من الشكل حينئذ يكون

مَ ب = عَ = ع + عً

واذا رمزنا للزمن الصغير جدا الذى هو الفرق بين ز ، زَ بالرمز ے يكون

عً / ے = (عَ - ع) / ے وبأخذ نهاية الطرفين يكون

نها عً / ے = نها (عَ - ع) / ے

أعنى أن نها عَ / ے عبارة عن النهاية التى تميل اليها النسبة بين ازدياد السرعة المماسة وبين ازدياد الزمن ے المستعمل لحصول هذه الزيادة وهى ما تسمى بالعجلة المماسة

وحينئذ فالنهاية التى تميل اليها النسبة ع‴ / ے تسمى بالعجلة العمودية والنهاية التى تميل اليها النسبة عً / ے تسمى بالعجلة الكلية أى ان

نها عَ / ے تسمى بالعجلة المماسة ،

نها ع‴ / ے تسمى بالعجلة العمودية ،

نها عً / ے تسمى بالعجلة الكلية

الارتباط الواقع بين العجلة المماسة والعمودية والكلية

أولا من حيث ان العجلة المماسة هى نهاية نسبة ازدياد السرعة ع على ازدياد الزمن ے فتكون هى المشتقة برتبة أولى للسرعة بدلالة الزمن

ويفهم من ذلك ان العجلة المماسة فى التحرك المحنى هى عين العجلة فى التحرك المستقيم

وثانيا اذا كان م ه هو العمودى للمنحنى فى نقطة م فمثلث م مَ ه يمكن اعتباره كمثلث مستقيم الاضلاع وحينئذ يكون مثلث ح ى ب مشابها لمثلث م مَ ه بسبب تعامد اضلاعهما ومنها يحدث

ح ى : ى ب :: م مَ : مَ ه ومنه يحدث

ح ى / ے = ع × (م مَ / ے) ÷ مَ ه أو

نها ح ى / ے = ع نها ((م مَ / ے) ÷ مَ ه)

ولكن عند النهاية م مَ / ے = ع ، مَ ه يؤول الى ما يسمى بنصف قطر الانحنا الذى يرمز له بالرمز غ وحينئذ يكون

نها ح ى / ے = ع² / غ

وحيث ان

وحيث ان نها $\frac{حى}{\Delta ز}$ = نها $\frac{مى}{\Delta ز}$ = نها $\frac{ع^2}{ح}$ = العجلة العمودية فاذا رمز للعجلة العمودية المذكورة بالرمز و يكون

$$و = \frac{ع^2}{ح}$$

أعنى ان العجلة العمودية تساوى خارج قسمة مربع سرعة المتحرك على نصف قطر انحناء خط السير

وثالثا من مثلث م ح ى القائم الزاوية فى ى يحدث

$$\overline{مح}^2 = \overline{مى}^2 + \overline{حى}^2 \quad \text{أو}$$

$$\left(\frac{مح}{\Delta ز}\right)^2 = \left(\frac{مى}{\Delta ز}\right)^2 + \left(\frac{حى}{\Delta ز}\right)^2$$

وبأخذ نهاية الطرفين يحدث

$$\text{نها} \left(\frac{مح}{\Delta ز}\right)^2 = \text{نها} \left(\frac{مى}{\Delta ز}\right)^2 + \text{نها} \left(\frac{حى}{\Delta ز}\right)^2 \quad \text{أو}$$

$$\text{نها} \left(\frac{\Delta ع}{\Delta ز}\right)^2 = \text{نها} \left(\frac{\Delta ع}{\Delta ز}\right)^2 + \text{نها} \left(\frac{\Delta ع''}{\Delta ز}\right)^2 \quad \text{ولكن}$$

حيث ان نها $\left(\frac{\Delta ع}{\Delta ز}\right)^2$ عبارة عن مربع العجلة الكلية ، نها $\left(\frac{\Delta ع}{\Delta ز}\right)^2$ عبارة عن مربع العجلة المماسة ونها $\left(\frac{\Delta ع''}{\Delta ز}\right)^2$ عبارة عن مربع العجلة العمودية فحينئذ اذا رمزنا للعجلة الكلية بالرمز ك وللعجلة المماسة بالرمز و يكون

$$ك^2 = و^2 + و^2$$

أعنى ان العجلة الكلية يمكن حسابها كوتر مثلث قائم الزاوية أحد ضلعين المحيطين بالقائمة العجلة المماسة والضلع الآخر العجلة العمودية

وينتج من ذلك اولا حينما تكون العجلة العمودية معدومة فالعجلة الكلية تساوى العجلة المماسة ولكن حيث كانت العجلة العمودية تساوى $\frac{ع^2}{ح}$ فحينئذ انعدامها لايقع الا اذا كانت السرعة ع معدومة بالكلية أعنى انه لا يوجد تحرك أصلا أو ان نصف قطر الانحناء ح يكون مقداره الى ما لا نهاية له أعنى ان خط السير يكون خطا مستقيما وحيث انه لا يجوز انعدام السرعة بوجود الحركة فحينئذ انعدام العجلة العمودية يدل على أن خط السير مستقيم

وثانيا حينما تكون العجلة الكلية ثابتة المقدار والاتجاه فخط السير يكون قطعا مكافئا لأنه اذا اعتبرنا اتجاه السرعة الابتدائية ع محور السينات واتجاه العجلة الكلية محور الصادات فبفرض انعدام العجلة الكلية المذكورة يتحرك المتحرك على اتجاه محور السينات تحركا منتظما ويكون

$$س = ع ز$$

واذا كان الأمر بالعكس بأن كانت العجلة الكلية هى الموجودة فقط فالمتحرك يتحرك على اتجاه محور الصادات تحركا منتظم العجلة ويكون

$$ص = \frac{1}{2} ك ز^2$$

وبوجود هاتين الحركتين فى آن واحد بسبب وجود السرعة الابتدائية والعجلة الكلية معا يمكن

لحصول على خط السير بحذف ن من المعادلتين المذكورتين وحينئذ يحدث

$$ص = \frac{ك}{٢ ع^٢} \times س^٢$$

وهي معادلة قطع مكافئ منسوب الى المماس والى القطر الذي يمر بنقطة التماس

الضغط على منحن ـ اذا تحركت نقطة مادية على منحن سكلويدي محوره رأسي شكل ٨٣ بتأثير التثاقل وكان المطلوب ايجاد الضغط على المنحنى المذكور يقال

اذا فرض ان م هو مجسم المتحرك السائر على تقعير المنحنى وان ر هو رد الفعل او الضغط الذي يحدثه المنحنى المادي على المتحرك المذكور في جهة التقعير المساوي للضغط الذي يحدثه ذلك المتحرك على المنحنى في الجهة المضادة يكون $\frac{ر}{م}$ هو العجلة الناشئة عن هذا الضغط واذا رمزنا بالرمز هـ للزاوية التي يكونها العمودي للسطح مع الخط الرأسي لمن حيث ان قوة التثاقل تؤثر الى أسفل فيكون ء جتا هـ هي محللة عجلة التثاقل المؤثرة في اتجاه ء ك ١. $\frac{ر}{م}$ ـ ء جتا هـ هو مقدار العجلة الكلية المؤثرة في اتجاه العمودي للسطح ولكن من حيث ان المقدار المذكور عبارة عن العجلة العمودية التي مقدارها بموجب ما تقدم هو $\frac{ع^٢}{ح}$ فيكون

$$\frac{ع^٢}{ح} = \frac{ر}{م} - ء \text{ جتا } هـ \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$ر = م \left(\frac{ع^٢}{ح} + ء \text{ جتا } هـ\right)$$

وهي المعادلة المطلوبة التي يتعين منها مقدار الضغط على المنحنى

وينتج من ذلك أولا اذا رسم المتحرك منحنيا سكلويديا بربطه بخيط كما تقدم فشدة الخيط الواقعة على المتحرك تكون مساوية للضغط على المنحنى أي ان شدة الخيط في أي وضع مثل ى ك ء شكل ٨٢ تكون مساوية الى $م \left(\frac{ع^٢}{ح} + ء \text{ جتا } هـ\right)$

وثانيا اذا تحرك متحرك على منحن ما بتأثير أي قوة وكان ص رمز المحللة العجلة في اتجاه العمودي على السطح معتبرة موجبة في جهة التقعير فبناء على ما تقدم يكون

$$ر = م \left(\frac{ع^٢}{ح} - ص\right)$$

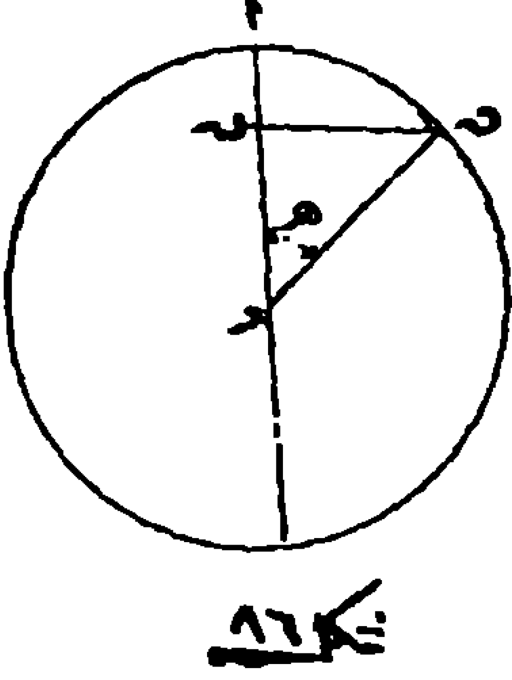
وثالثا حيث ان المنحنى يحدث قوة دفع فقط على المتحرك فاذا صار مقدار ر سالبا في حالة ما (بمعنى ان المنحنى يحدث قوة جذب) فان المتحرك يترك المنحنى في النقطة التي فيها ر = . لانه متى مر الجسم من هذه النقطة فان مقدار ر تتغير اشارته من الايجاب الى السلب

فاذا كان المتحرك مارا في انبوبة منحنية قطرها الداخل صغير جدا بدلا من تحركه على منحن بسيط فان اتجاه الضغط الذي تحدثه الانبوبة على المتحرك يتغير في نقطة مثل النقطة السابقة بمعنى أنه اذا كان المتحرك في احد جانبي النقطة فان الضغط يؤثر في جهة تقعير المنحنى واذا كان المتحرك في الجهة الاخرى من النقطة المذكورة فان الضغط يؤثر في جهة تحديب المنحنى وبالعكس

ونوضح

ولنوضح القواعد المتقدمة بالمسألتين الآتيتين فنقول

المسألة الأولى ـ متحرك نازل من السكون على قوس من دائرة رأسية ملسا والمطلوب معرفة الوضع الذى يترك فيه المتحرك المذكور تلك الدائرة



شكل ٨٦

لذلك نفرض ان ع هى سرعة المتحرك فى وضع ما مثل ه شكل ٨٦ حينما يتزل على الدائرة وأن و ا هو اتجاه القطر الرأسى ا و هو المركز ا ه هو نصف القطر الرأسى ثم نمد ه د أفقيا ونفرض ان زاوية ه و ا = هـ وان ر هو الضغط الحادث من المحيط على المتحرك المائل لابعاد المتحرك المذكور عن نقطة و وحينئذ يكون

ع٢ = ٢ ح × ا د

حيث أن المتحرك خارج من السكون من نقطة ا ومن حيث ان نصف قطر الانحناء واحد فى كل نقطة ويساوى و ه فيكون ع٢/نق هو مقدار العجلة فى نقطة ه فى الاتجاه ه و ولكن حيث ان ح جتا هـ هو محصلة عجلة التثاقل فى الاتجاه ه و فيكون ح جتا هـ ـ ر/م هى العجلة الكلية للمتحرك الحاصلة فى الاتجاه ه و وحيث

ع٢/نق = ح جتا هـ ـ ر/م ومنها يكون

ر = م (ح جتا هـ ـ ع٢/نق)

وحيث ان ع٢ = ٢ ح × ا د = ٢ ح نق (١ ـ جتا هـ) فيكون

ر = م ح (٣ جتا هـ ـ ٢)

ومن هذه المعادلة يتعين مقدار الضغط فى اى نقطة مثل ه ومتى كان جتا هـ اكبر من ٢/٣ يكون ر موجبا ويبقى المتحرك مماسا للمنحنى ولكن متى زاد هـ بحيث يصير جتا هـ أصغر من ٢/٣ فان ر يصير سالبا ويلزم ان يحدث عن المنحنى قوة جذب لكى يبقى المتحرك ملاصقا له وحينئذ ففى النقطة التى فيها جتا هـ = ٢/٣ تتغير اشارة ر من الايجاب الى السلب ويترك المتحرك المنحنى ولكن فى النقطة التى فيها جتا هـ = ٢/٣ يكون ا د = نق/٣

وبعد ان يترك المنحنى المذكور يبتدى فى رسم منحنى قطع مكافئ

المسألة الثانية ـ متحرك يدور فى مستو رأسى مربوط فى طرف خيط غير مرن طرفه الآخر ثابت والمطلوب ايجاد مقدار الشد الواقع على الخيط المذكور فى وضع ما وتعيين الشروط اللازمة لأجل ان يرسم المتحرك محيطا كاملا

لذلك نفرض ان و شكل ٨٦ هى الطرف الثابت للخيط الذى طوله = نق ا ه وضع المتحرك حينما يكون الخيط ه و صانعا مع الرأسى و ا زاوية قدرها هـ وحينئذ يكون

ا د = نق (١ ـ جتا هـ)

واذا فرض أن ش رمز لشد الخيط حينما يكون المتحرك فى نقطة ه وأن ع، ع هما السرعتان حينما يكون المتحرك فى ا و ه على التناظر يكون ع٢ = ع٢ + ٢ د × ا ه = ع٢ + ٢ د نق (١ - حتا هـ)

وحيث ان عجلة شد الخيط فى الاتجاه ه و هى ش/م وعجلة عجلة التثاقل فى الاتجاه ه و المذكور هى د حتا هـ فيكون ش/م + د حتا هـ هو مقدار العجلة الكلية فى اتجاه ه و وعليه يكون

ش/م + د حتا هـ = ع٢/نق = ع٢/نق + ٢ د (١ - حتا هـ)

ومنها يحدث

ش = م [ع٢/نق + د (٢ - ٣ حتا هـ)]

وهى المعادلة التى يتعين منها مقدار شد الخيط فى اى وضع كان

ويرى من ذلك ان مقدار ش يكون نهاية صغرى حينما يكون حتا هـ = ١ اعنى حينما تكون هـ = ٠ أى عندما يكون نقطة ه فى نقطة ا ثم يأخذ مقدار ش فى الازدياد بازدياد هـ الى ان تكون هـ = ط اى حينما يكون المتحرك فى أوطى نقطة وحينئذ يكون مقدار ش نهاية عظمى

ولاجل ان يرسم المتحرك محيطا كاملا يجب ان لا يكون شد الخيط سالبا ابدا اذ ان فى هذه الحالة يكون الخيط غير مشدود فاذا جعلنا أصغر مقادير ش مساويا للصفر اى جعلنا ش = ٠ حينما يكون هـ = ٠ يكون

ع٢/نق + د (٢ - ٣) = ٠ ومنها يحدث

ع٢ = د نق أو ع = √(د نق)

ومن هذه المعادلة يتعين مقدار السرعة الأصغر ما يمكن للمتحرك فى وضعه الأعلى ما يكون حتى يمكن ان يرسم محيطا كاملا

وحيث ان السرعة الاكبر ما يمكن تكون فى النقطة المسفلى فاذا كان ع = √(د نق) يكون مقدار السرعة العظمى مساويا الى √(٥ د نق)

وعلى هذا تكون المعادلة التى يتعين منها مقدار شدة الخيط هى ش = ٣ م د (١ - حتا هـ)

وحيث ان النهاية العظمى لهذا المقدار تحقق حينما يكون حتا هـ = -١ اعنى حينما يكون المتحرك فى أوطى نقطة فتكون قوة الشد فى هذه الحالة مساوية الى

٦ م د = ٦ × ثقل المتحرك

وبناء على ما ذكر يرى انه لاجل ان يرسم المتحرك محيطا كاملا يلزم تحقق الشرطين الآتيين

أولا ان لا تكون السرعة فى أوطى نقطة اصغر من √(٥ د نق)

وثانيا ان الخيط يمكن ان يتحمل شدا مساويا لستة امثال ثقل المتحرك على الأقل

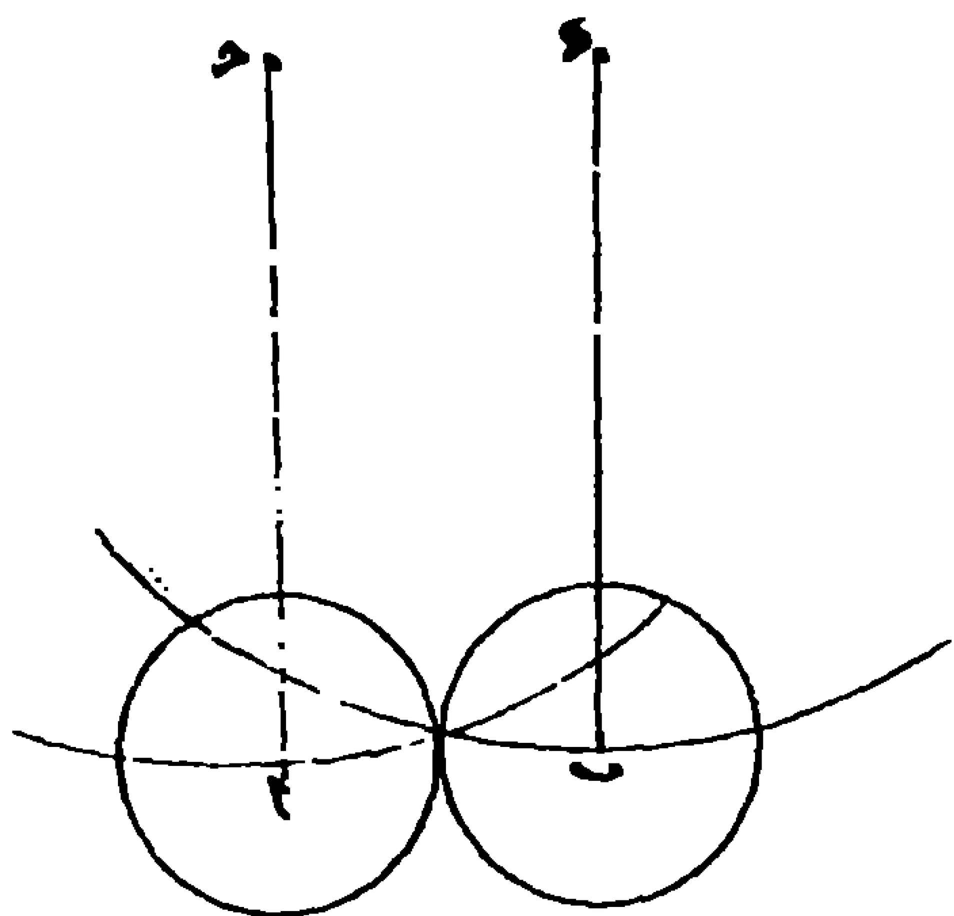
طريقة نوتون لتعيين مرونة الكرات

قد استعمل نوتون لتعيين مرونة المواد المختلفة الطريقة الآتية وهى

أنه علق كرتين ا، ب شكل ٨٧ فى نقطتين ثابتتين ح، ء بخيطين متوازيين وجعلهما متماستين فى نهايتى

في نهايتي قطرين أفقيين

وحينئذ اذا اخرجت الكرتان عن الوضع الرأسي بمقدار قوسين معلومين فأن السرعتين اللتين تتصادم بها الكرتان المذكورتان يمكن ايجادهما كما تقدم (بموجب النتيجة الثالثة من التنبيه المذكور في مبحث التحرك على منحنى)



وبواسطة توضيب هذين القوسين بطريقة مناسبة يمكن ان تتصادم الكرتان في أوطى وضع لهما وبملاحظة القوسين اللذين ترسمهما الكرتان المذكورتان ثانيا يمكن تعيين السرعتين اللتين ينفصلان بهما بعد التصادم ويمكن بناء على ذلك تعيين معامل المرونة

شكل ٨٧

وبتجارب من هذا القبيل وجد المعلم نوتون ان معامل مرونة الكرات المجدولة من الصوف هو $\frac{5}{9}$ والكرات التي من الصلب نحو ذلك تقريبا والكرات التي من الفلين أقل من ذلك بقليل والعاج $\frac{8}{9}$ والزجاج $\frac{15}{16}$ وقد ذكر انه يلزم تصليح هذه المعاملات من الخطأ الحاصل من مقاومة الهواء

ثم اذا أخرجت الكرة ب من وضعها الاصلي وتركت لتصدم الكرة ا الساكنة فأن سرعة كل منها بعد التصادم تكون عين السرعة التي تحصل بناء على القواعد التي ذكرت في مبحث التصادم

واذا فرض ان الكرتين كانتا من خشب وكان بأحداهما عنصر صغير من الصلب يلمس كرة ا بعد التصادم فبتعديل القوسين اللذين تخرج بهما الكرتان يمكن اعطاء الكرتين المذكورتين عند التصادم سرعتين مناسبتين لعكس جسميهما وبواسطة تحميل احداهما بالرصاص يمكن جعل النسبة بين جسميهما حسب الارادة وعليه فتبقى الكرتان في سكون بعد التصادم ويفهم من ذلك ان كميتي التحرك المتساويتين والمختلفتي الجهة يتماحيان معا

والى هنا تم طبع الدروس التي يدرسها لتلامذة السنة الثانية من مدرسة المهندسخانة الخديوية على حسب البروجرام وعلى الله حسن الاتكال